

## INFLUÊNCIA DE ESCOAMENTO VERTICAL NA CAPACIDADE RESISTENTE DE FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS IMPERMEÁVEIS

Francisco M. Franco<sup>1\*</sup>, Armando N. Antão<sup>2</sup>, Mário V. da Silva<sup>2</sup> e Nuno  
C. Guerra<sup>2</sup>

1: Departamento de Engenharia Civil  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Universidade Nova de Lisboa  
2829-516 Caparica, Portugal  
e-mail: f.franco@campus.fct.unl.pt

2: UNIC, Departamento de Engenharia Civil  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Universidade Nova de Lisboa  
2829-516 Caparica, Portugal  
e-mail: amna,mjvs,nguerra@fct.unl.pt

**Palavras chave:** Capacidade resistente, Percolação, Análise limite, Método dos elementos finitos

**Resumo.** *A percolação da água nos solos impõe-lhes forças, designadas por forças de percolação, que alteram a distribuição das forças de massa e, portanto, das tensões efectivas no maciço. A capacidade resistente de fundações em maciços sujeitos a escoamentos estritamente verticais pode ser calculada recorrendo à expressão clássica da capacidade de carga utilizando um peso volúmico igual ao peso submerso acrescido das forças de percolação. A existência de um escoamento estritamente vertical implica, na prática, que a fundação seja muito permeável. A impermeabilidade da fundação altera o regime do escoamento, em particular na zona do terreno mais próxima, e, portanto, a distribuição das forças de percolação e das tensões efectivas. O trabalho tem como objectivo avaliar preliminarmente a influência desta alteração na capacidade resistente de fundações superficiais. Recorre-se, para tal, a um programa de elementos finitos que implementa numericamente o teorema cinemático da análise limite. As forças de percolação são calculadas a partir de um módulo do programa que faz a análise de escoamentos e as capacidades resistentes são determinadas usando os princípios do teorema cinemático. O estudo inicia-se pelo caso de escoamentos estritamente verticais (com sapata permeável) permitindo verificar o comportamento esperado e já referido e, para cumprir o objectivo do trabalho, é realizada uma análise paramétrica para o caso de sapata impermeável considerando diferentes gradientes hidráulicos e diferentes geometrias do escoamento.*

## 1 INTRODUÇÃO

O problema da capacidade resistente em condições drenadas de fundações superficiais em solos caracterizados através do seu ângulo de resistência ao corte é um problema clássico da mecânica dos solos, podendo ser dada por:

$$q_r = \frac{1}{2}\gamma B N_\gamma + q' N_q \quad (1)$$

para o caso de carregamento vertical, centrado, sapata de largura  $B$  e comprimento infinito, solo com peso volúmico  $\gamma$  e tensão  $q'$  vertical existente ao nível da base da sapata, devido à execução desta a uma dada profundidade. Nesta equação, os factores  $N_\gamma$  e  $N_q$  são factores de capacidade de carga, dependentes do ângulo de resistência ao corte do solo,  $\phi'$ .

No caso de fundações realizadas à superfície do terreno, a segunda parcela da equação anterior é nula, tendo-se que, na primeira parcela, para solo seco (ou, simplificada, húmido), o peso volúmico  $\gamma$  é o peso volúmico total e, para solo submerso e saturado, é o peso volúmico submerso,  $\gamma'$ . Os valores de  $N_\gamma$  podem ser estimados por diversas metodologias, destacando-se os resultados exactos obtidos numericamente por [1].

No presente trabalho procura estudar-se o efeito do escoamento (predominantemente) vertical na capacidade resistente de fundações superficiais. Para tal, estudam-se dois cenários (Figura 1), ambos correspondentes a uma sapata com largura  $B$  (na figura é representada a largura  $b = B/2$ ), terreno com espessura  $H$  limitado por estrato rígido permeável, com nível de água à superfície do terreno. A carga hidráulica, definida por:

$$h = z^* + \frac{u}{\gamma_w} \quad (2)$$

onde  $z^*$  designa a cota em relação a um plano de referência,  $u$  o valor da pressão da água nos poros num dado ponto e  $\gamma_w$  é o peso volúmico da água, tem uma variação entre a base do estrato rígido e a superfície do terreno de valor  $\Delta h$ .

Num primeiro cenário, a sapata é considerada permeável, pelo que o escoamento tem direcção vertical em todo o domínio; no segundo cenário, a sapata é impermeável, o que afectará o escoamento nas suas imediações, fazendo, nomeadamente, com que a pressão da água dos poros na sua base não seja nula.

O problema correspondente ao primeiro cenário tem solução conhecida, sendo obtida substituindo  $\gamma$  na equação (1) por  $\gamma^* = \gamma'(1 - i)$ , sendo  $i$  o gradiente hidráulico dado por  $\Delta h/H$ . É incluído no presente trabalho como situação de referência e de verificação.

## 2 MODELO NUMÉRICO

O presente trabalho recorre, para o cálculo das aproximações das cargas de colapso  $q_r$ , a um programa de cálculo numérico desenvolvido nos últimos anos no Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNL. O programa referido implementa numericamente o teorema cinemático da análise limite, recorrendo aos princípios

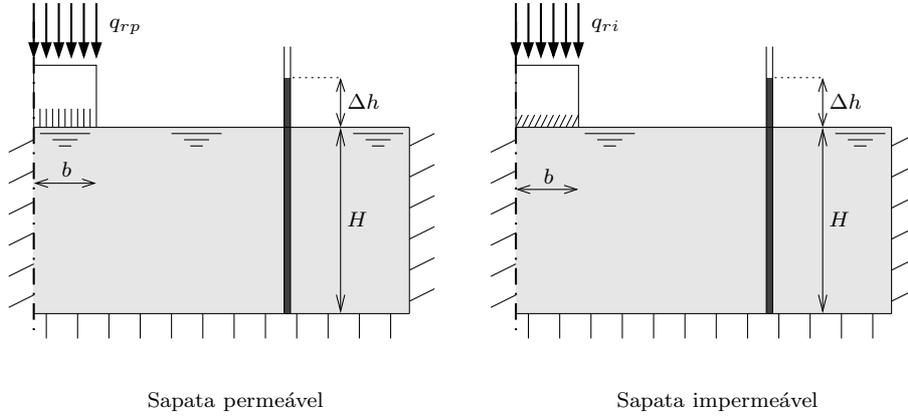


Figura 1: Representação esquemática dos problemas analisados

do método dos elementos finitos. A sua descrição pode ser vista em [2] e em [3]. Esse programa permite obter aproximações exteriores das cargas de colapso de uma estrutura mecânica e tem sido aplicado a diversos tipos de estruturas geotécnicas (ver, por exemplo, [4], [3] e [5]).

Num solo saturado as tensões efectivas a que as partículas sólidas estão sujeitas dependem da pressão da água dos poros. No caso de condições hidrostáticas, esse efeito é traduzido pela impulsão provocada pela água. Existindo escoamento no solo, a pressão da água dos poros junta ao efeito da impulsão o efeito das chamadas forças de percolação, definidas por:

$$\vec{F}_P = -\gamma_w \vec{\nabla} h \quad (3)$$

Assim, a determinação das forças de colapso de uma estrutura geotécnica em que exista escoamento no maciço passa por um processo prévio onde é feita a determinação da carga hidráulica solução do problema de escoamento seguida do cálculo das forças de percolação correspondentes, que são introduzidas como carregamentos no módulo de cálculo das cargas de colapso.

A determinação da solução do problema de escoamento estacionário, único caso estudado, passa pela obtenção da solução da equação de Laplace:

$$\nabla^2 h = 0 \quad (4)$$

no domínio do escoamento, solução essa que obviamente deverá respeitar as condições de fronteira do escoamento.

A resolução deste problema utilizando o método dos elementos finitos é um processo usual e descrito em muitos livros de texto (ver, por exemplo, [6]). Consequentemente far-se-á de seguida apenas a descrição da formulação do cálculo das forças de percolação.

O programa de cálculo das aproximações das cargas de colapso utiliza em condições bidimensionais elementos triangulares de 3 e 6 nós, que promovem aproximações lineares e quadráticas, respectivamente, para o campo de velocidades no domínio a estudar,

atendendo a que apenas com esses elementos é possível garantir que se trata de uma implementação estrita do teorema cinemático. Dado que a aproximação fornecida pelos elementos triangulares de 6 nós permite obter soluções de qualidade razoavelmente superior às fornecidas pelos elementos de 3 nós, para um mesmo número de elementos, no presente trabalho apenas se utilizou elementos desse tipo.

A resolução da equação (4) permite a obtenção de uma solução para o valor de  $h$  em cada elemento, sob a forma:

$$h(x, z^*) = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde  $N_1, \dots, N_6$  são as funções de forma usuais para os elementos referidos e  $h_1, \dots, h_6$  são as cargas hidráulicas associadas a cada um dos nós do elemento.

As forças de percolação definidas na equação (3) podem ser assim aproximadas por:

$$\vec{F}_P(x, z^*) = -\gamma_w \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ou, de forma mais sintética:

$$\vec{F}_P(x, z^*) = -\gamma_w [B] [N] [h] \quad (7)$$

O deslocamento no mesmo elemento é aproximado por:

$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_{z^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_6 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,x} \\ u_{1,z^*} \\ u_{2,x} \\ u_{2,z^*} \\ \dots \\ u_{6,x} \\ u_{6,z^*} \end{bmatrix} = [N^*] [u] \quad (8)$$

onde as funções de forma são as mesmas que as referenciadas na equação (5) e  $u_{i,x}$   $u_{i,z^*}$  são os deslocamentos nodais segundo as direcções  $x$  e  $z^*$ , respectivamente, do  $i$ -ésimo nó

do elemento. Com estas definições, o cálculo das forças nodais motivadas pelas forças de percolação pode ser escrito como:

$$-\gamma_w \int \int [N^*]^T [B] [N] [h] dx dz^* \quad (9)$$

Assim, após a resolução do problema de escoamento calculam-se as forças de percolação que são adicionadas às forças motivadas pelo peso volúmico submerso,  $\gamma'$ .

Note-se que o programa de cálculo das cargas de colapso considera as forças de percolação como sendo fixas, procurando o mecanismo que minimiza o valor de  $q_r$  nessas condições. Assim, para cada valor de diferença de carga imposto há que calcular a respectiva solução de escoamento e as correspondentes forças de percolação.

### 3 CÁLCULOS REALIZADOS

Para os dois cenários apresentados na Figura 1, foi considerado, para o solo, um ângulo de resistência ao corte de  $30^\circ$  e um peso volúmico submerso de  $10 \text{ kN/m}^3$ . A sapata foi admitida rígida e perfeitamente rugosa. Os cálculos foram realizados para relações  $H/b$  de 2 a 6. Procedeu-se, para vários valores do gradiente hidráulico, à determinação da capacidade resistente,  $q_r$ , para malhas com diferente dimensão dos elementos. Verificou-se, conforme tem sido obtido noutros casos [5] a existência de uma relação linear entre os resultados obtidos para  $q_r$  e a dimensão dos elementos. Os valores apresentados neste trabalho são os que resultam da extrapolação dos resultados obtidos para a dimensão nula dos elementos.

Os resultados assim obtidos da capacidade resistente  $q_r$ , adimensionalizados por  $0,5\gamma'B$  e por  $0,5\gamma^*B$ , são apresentados na Figura 2. As Figuras 2(a) e (b) referem-se ao cenário da sapata permeável e as 2(c) e (d) ao da sapata impermeável.

### 4 SAPATA PERMEÁVEL: RESULTADOS

Os resultados de  $q_r$  obtidos para o cenário da sapata permeável mostram que a capacidade resistente adimensionalizada com  $\gamma'$  decrescem linearmente com o aumento do gradiente hidráulico, numa relação traduzida pela recta representada de equação:

$$\frac{q_{rp}}{0,5\gamma'B} = 14,95(1 - i) \quad (10)$$

Tal comportamento corresponde ao esperado e traduz-se num valor de capacidade resistente adimensionalada com  $\gamma^*$  que assume um valor praticamente constante e que corresponde ao factor de capacidade resistente  $N_\gamma$  que, nos cálculos realizados, corresponde ao valor de 14,95 presente na equação (10). O resultado obtido por [1] para o mesmo caso é de 14,75, o que mostra a boa aproximação dos resultados obtidos no presente trabalho. Para os gradientes hidráulicos mais elevados os resultados obtidos mostram um ligeiro desvio do comportamento geral, provavelmente justificado pelo facto de o maciço estar perto do colapso sob o único efeito das forças de percolação.

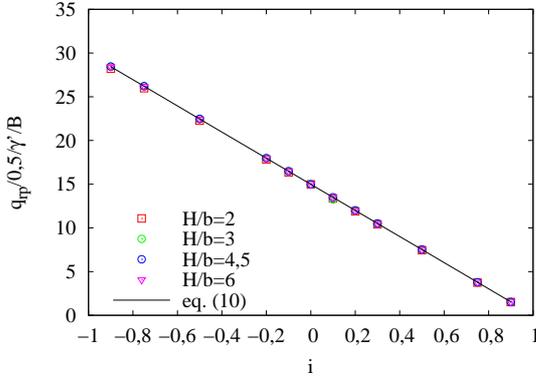
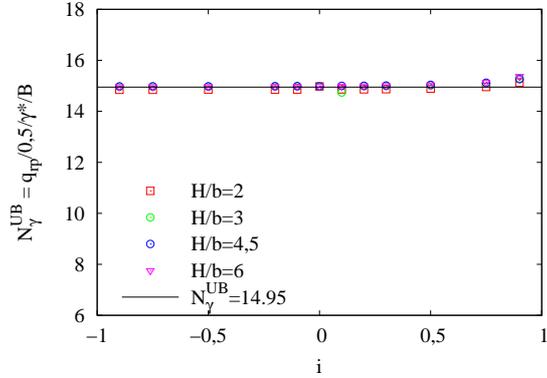
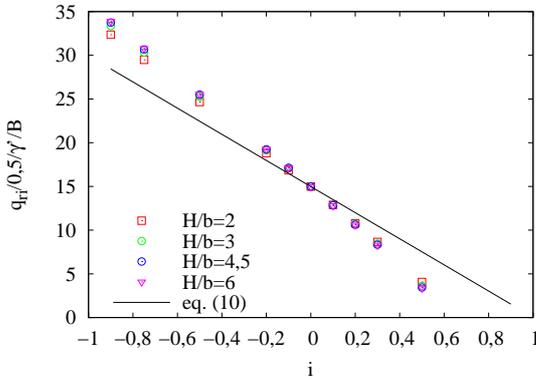
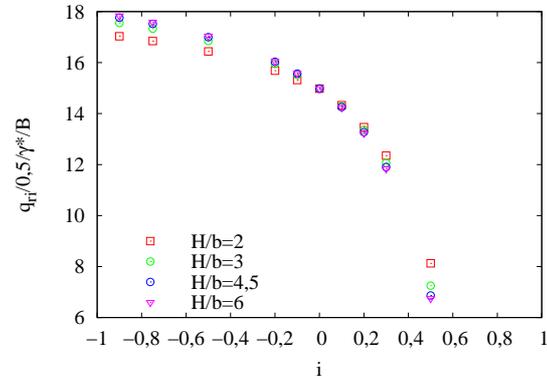
(a) Sapata perm.: adimensionalização com  $\gamma'$ (b) Sapata perm.: adimensionalização com  $\gamma^*$ (c) Sapata imperm.: adimensionalização com  $\gamma'$ (d) Sapata imperm.: adimensionalização com  $\gamma^*$ 

Figura 2: Capacidades resistentes adimensionalizadas obtidas dos cálculos realizados.

A Figura 3 mostra as deformações plásticas, a distribuição de carga hidráulica e as forças de percolação para o exemplo de  $H/b$  de 4,5 e para dois valores de  $i$  –  $-0,5$  e  $+0,5$ . A análise desta figura permite concluir que os mecanismos que se inferem das distribuições de deformações plásticas são idênticos, correspondendo, portanto, a um valor constante de  $N_\gamma$ .

A distribuição de carga hidráulica no maciço não é afectada pela presença da sapata, dado esta ser permeável, pelo que as linhas de igual carga hidráulica são horizontais e com gradiente constante. Em consequência, as forças de percolação são iguais em todo o domínio e verticais, acrescentando às forças de impulsão no efeito sobre as forças gravíticas e justificando assim o valor constante de  $q_{rp}/0,5/\gamma^*/B$ .

## 5 SAPATA IMPERMEÁVEL: RESULTADOS

Os resultados das capacidades resistentes adimensionalizadas para o cenário da sapata impermeável são apresentados nas Figuras 2(c) e (d). Na Figura (c) inclui-se igualmente,

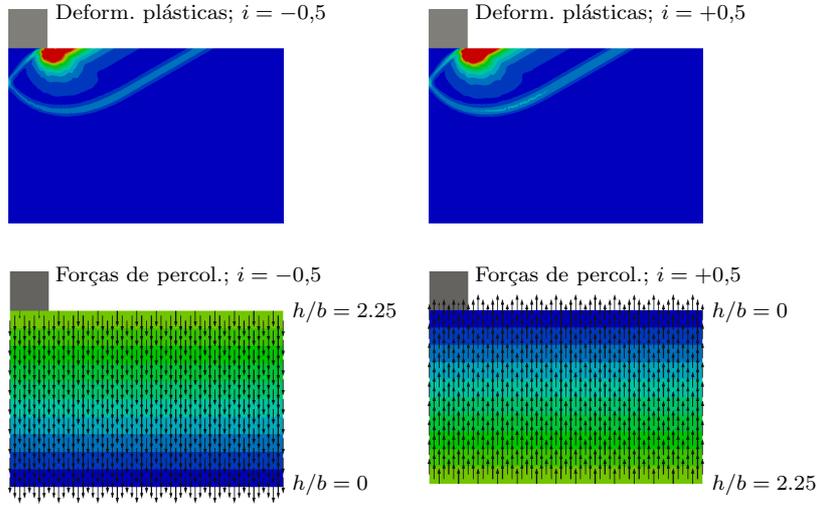


Figura 3: Cenário de sapata permeável: representação de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos  $H/b = 4,5$  e  $i = \pm 0,5$ .

para comparação, a equação (10). Esta figura permite constatar o efeito da presença da sapata impermeável na capacidade resistente, notando-se que para os gradientes negativos (escoamento descendente) a capacidade resistente é superior à da sapata permeável e, para os gradientes positivos, é inferior. A relação entre a capacidade resistente adimensionalizada por  $\gamma'$  e  $i$  é agora ligeiramente dependente de  $H/b$ , verificando-se menores capacidades resistentes para as menores relações  $H/b$ . Nesta figura (e na (d)) não são representados os resultados para os dois maiores valores de  $i$  dado que com esses níveis de gradientes hidráulico o colapso passa a ocorrer para cargas na sapata praticamente nulas, devido somente às forças de percolação, deixando, portanto, de ser um problema de capacidade resistente.

Na Figura 2(d) apresentam-se as capacidades resistentes adimensionalizadas com  $\gamma^*$ . Contrariamente ao que se verificou no caso da sapata permeável, a consideração de  $\gamma^*$  não permite obter um valor constante da capacidade resistente adimensionalizada, o que mostra a influência da presença da sapata impermeável nessa capacidade resistente.

A Figura 4 mostra as deformações plásticas, a distribuição de carga hidráulica e as forças de percolação para o exemplo de  $H/b$  de 4,5 e para valores de  $i$  de  $-0,75$  a  $+0,75$ . Pode constatar-se que os mecanismos que se inferem das distribuições de deformações plásticas para  $i$  de  $-0,75$  a  $+0,5$  são do mesmo tipo, notando-se que à medida que  $i$  aumenta a área envolvida nesses mecanismos vai diminuindo, sendo esse efeito mais notório para os maiores valores de  $i$ . O caso de  $i = +0,75$  é, como se referiu, diferente, na medida em que o colapso ocorre praticamente sem carregamento.

A distribuição de carga hidráulica é agora, em comparação com a observada no cenário da sapata permeável, significativamente influenciada pela sapata, pelo facto de esta alterar o escoamento. Tal significa também que as forças de percolação nas imediações deixam

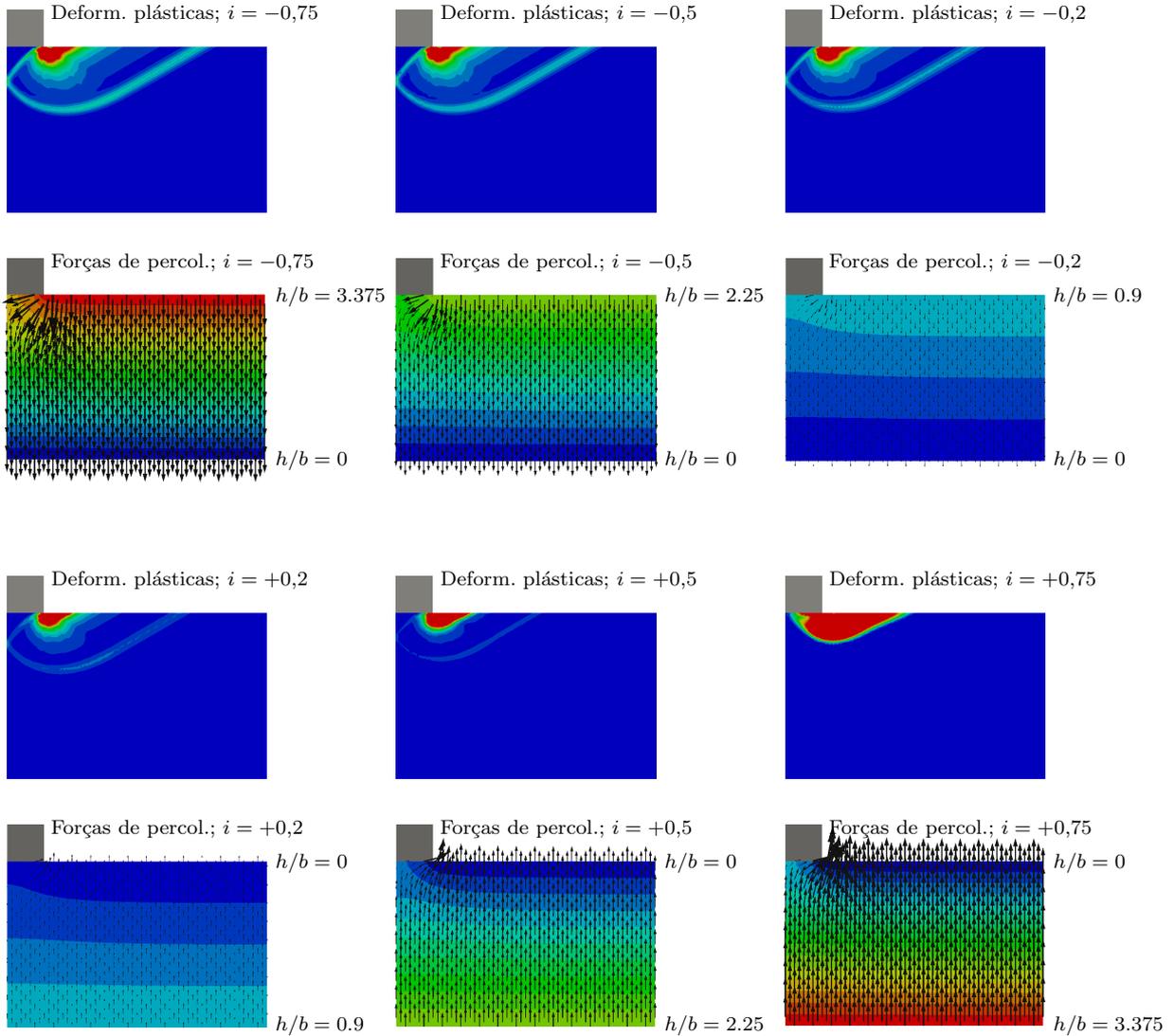


Figura 4: Cenário de sapata impermeável: representação de deformações plásticas, cargas hidráulicas e forças de percolação para os casos  $H/b = 4,5$  e  $i$  de  $-0,75$  a  $+0,75$ .

de ser verticais e, devido aos maiores gradientes que se verificam nessa zona, passam a ser mais significativas. Essas alterações processam-se na zona em que o mecanismo se desenvolve, o que justifica a influência do escoamento no próprio mecanismo e, portanto, na capacidade resistente da fundação.

Mostra-se ainda na Figura 5 as deformações plásticas para dois valores de  $i$  –  $-0,5$  e  $+0,5$  – e os dois valores extremos de  $H/b$ . Pode constatar-se que para cada um dos valores de  $i$ , os mecanismos não se alteram significativamente em função de  $H/b$ , o que é justificado pelo facto de em nenhum dos casos se verificar interferência da fronteira inferior. Tal explica a proximidade dos valores da capacidade resistente obtida.

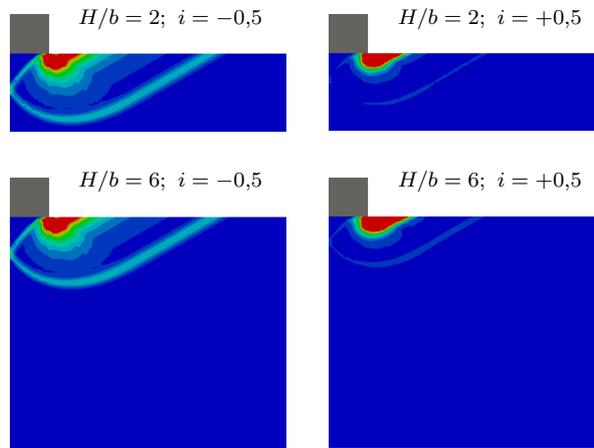


Figura 5: Cenário de sapata impermeável: representação de deformações plásticas para  $H/b = 2$  e  $6$  e  $i$  de  $-0,5$  e  $+0,5$ .

## 6 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DOS CENÁRIOS ESTUDADOS

A Figura 6 apresenta a relação entre as capacidades resistentes obtidas do cenário com a sapata impermeável e do cenário com a sapata permeável.

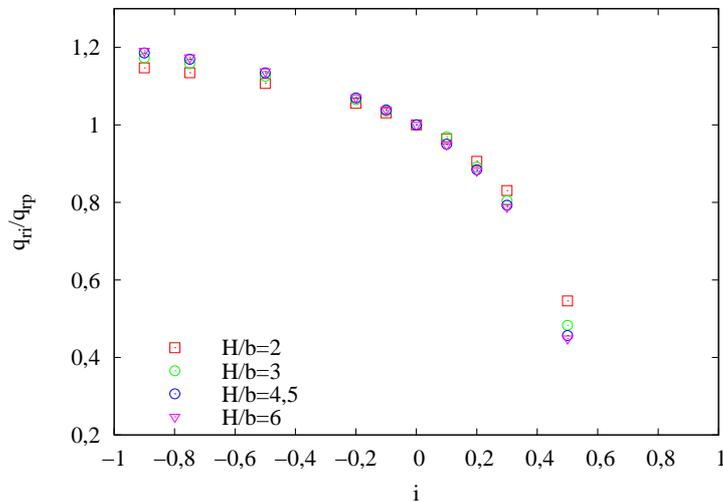


Figura 6: Relação entre as capacidades resistentes das sapatas impermeável e permeável.

Pode verificar-se que para gradientes negativos (escoamento descendente) a sapata impermeável apresenta um aumento da capacidade resistente que pode atingir, para  $i = -0,9$ , os 20% e, para gradientes positivos (escoamento ascendente) reduções da capacidade resistente mais significativas que, para  $i = +0,5$ , são da ordem dos 50%. Tal significa que

a consideração simplificada do escoamento numa sapata impermeável usando a definição de  $\gamma^*$  conduziria a uma solução significativamente insegura.

## 7 CONCLUSÕES

O estudo realizado mostrou que, no caso de escoamentos ascendentes, o efeito da sapata impermeável pode ser bastante significativo, conduzindo a um decréscimo importante da capacidade resistente.

Os resultados obtidos para o caso da sapata impermeável puseram em evidência a alteração que a mudança no escoamento causa na capacidade resistente, através da alteração dos mecanismos envolvidos.

Os resultados obtidos para o caso da sapata permeável confirmam o comportamento esperado, permitindo a utilização das expressões conhecidas de capacidade resistente com a utilização do peso volúmico  $\gamma^*$ .

## REFERÊNCIAS

- [1] C.M. Martin, *Exact bearing capacity calculations using the method of characteristics*, Proc. 11th Int. Conf. IACMAG, vol. 4, pp. 441–450, Turin (2005).
- [2] M. Vicente da Silva and A.N. Antão. Upper bound limit analysis with a parallel mixed finite element formulation, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. **45** (22–23), pp. 5788–5804, (2008).
- [3] A.N. Antão, M. Vicente da Silva, N.C. Guerra and R. Delgado. An upper bound-based solution for the shape factors of bearing capacity of footings under drained conditions using a parallelized mixed f.e. formulation with quadratic velocity fields, *Computers and Geotechnics*, Vol. **41**, pp. 23–35, (2012).
- [4] A.N. Antão, T. Santana, M. Vicente da Silva and N.C. Guerra. Passive earth-pressure coefficients by upper-bound numerical limit analysis, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. **48**, pp. 767–780, (2011).
- [5] J.T. Simões, L.C. Neves, A.N. Antão and N.C. Guerra. Probabilistic analysis of bearing capacity of shallow foundations using three-dimensional limit analyses, *International Journal of Computational Methods*, Vol. **11** (2), pp.1342008-1–20, (2014).
- [6] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor, *The finite element method*, Butterworth-Heinemann, Vol I, (2000).