

# ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR TRANSIENTE EM BARRAGEM DE CONCRETO ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Tásia Hickmann<sup>1\*</sup>, Liliana M. Gramani<sup>2</sup>, Eloy Kaviski<sup>3</sup> e Everton L. Garcia<sup>4</sup>

1: Departamento de Matemática e Estatística  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Medianeira  
e-mail: hickmann@utfpr.edu.br, web: <http://www.utfpr.edu.br/medianeira>

2: Departamento de Matemática - Centro Politécnico  
Universidade Federal do Paraná  
email: l.gramani@gmail.com, web: <http://www.mat.ufpr.br>

3: Departamento de Hidráulica e Saneamento - Centro Politécnico  
Universidade Federal do Paraná  
email: eloy.dhs@ufpr.br, web: <http://www.dhs.ufpr.br>

4: Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens  
Fundação Parque Tecnológico Itaipu  
email: everton@pti.org.br, web: <http://www.pti.org.br>

**Palavras chave:** Equação do Calor, Método dos Elementos Finitos, Ansys, Barragem de Concreto

**Resumo.** *Efeitos da temperatura no desempenho estrutural de barragens de concreto vêm sendo abordado com frequência na literatura. Características como resistência e durabilidade das estruturas podem ser afetadas por altas variações de temperatura, de modo que a correta avaliação do campo de temperaturas é essencial para a determinação das tensões de origem térmica e assim evitar ou reduzir o processo de fissuração. A transferência de calor na barragem ocorre através do mecanismo de condução, governado pela equação de difusão de calor, e as trocas de calor com o ambiente ocorrem devido aos fenômenos de convecção e radiação. A solução analítica e numérica, por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), para a equação da difusão de calor bidimensional foi determinada para uma geometria considerada simples e com condições de contorno especificadas. Depois de realizada a validação do método numérico um procedimento computacional, com apoio do software ANSYS, foi executado para a análise transiente da tensão-deformação de um bloco de contrafortes da barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu exposto a carregamentos térmicos variáveis no tempo e no espaço.*

## 1 INTRODUÇÃO

Barragens de concreto respondem a diversos tipos de carregamentos, sejam eles provenientes da força da gravidade, pressão hidrostática da água ou variação térmica sazonal. Dentre estes, diversos trabalhos presentes na literatura destacam a importância de se analisar os efeitos da temperatura no desempenho estrutural de barragens de concreto. ([1], [3], [5] e [8])

Altos índices de variação de temperatura podem afetar o desempenho, resistência e durabilidade das estruturas, de modo que a correta avaliação do campo de temperaturas é essencial para a determinação das tensões de origem térmica.

Durante a fase de construção da barragem existem fontes geradoras de calor, provenientes, por exemplo, de reações químicas do concreto que podem ser desprezadas após certo tempo, a temperatura na barragem passa a ter um comportamento essencialmente sazonal e varia devido ao fluxo de calor entre a superfície da barragem e o ambiente circundante. A transferência de calor na barragem ocorre através do mecanismo de condução, governado pela equação de difusão de calor, e as trocas de calor com o ambiente ocorrem devido aos fenômenos de convecção e radiação.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: A primeira seção trata da formulação matemática da equação da difusão para uma geometria bidimensional. Na seção seguinte será introduzido o método dos elementos finitos de acordo com Galerkin, funções de interpolação em elementos quadráticos e um exemplo de aplicação do método. A terceira seção traz um comparativo entre as soluções numérica e analítica para o exemplo percorrido na seção anterior. A última seção apresenta um perfil de barragem com condições inicial e de contorno e com uma análise térmica realizada através do software Ansys.

## 2 EQUAÇÃO DA DIFUSÃO DE CALOR

Para deduzir a equação para a condução de calor em material anisotrópico inicia-se com a Lei de Fourier:

$$q_n = -k_n \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1)$$

onde  $\frac{\partial T}{\partial n}$  é o gradiente de temperatura e  $q_n$  o fluxo de calor na direção do vetor normal  $n$ . Considere uma superfície bidimensional como mostrado na figura 1.

Se o calor que flui na direção  $x$  e  $y$  por unidade de comprimento e unidade de tempo é denotado por  $q_x$  e  $q_y$ , respectivamente, a diferença entre o fluxo de entrada e saída para um elemento do área  $dx dy$  é dado como:

$$dy \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} - q_x \right) + dx \left( q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} - q_y \right) \quad (2)$$

Pela conservação de calor, esta quantidade deve ser igual a soma do calor gerado no elemento em uma unidade de tempo, digamos  $\dot{q} dx dy$ , e o calor obtido em uma unidade de tempo devido a mudança de temperatura, dado por  $-\rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy$  (onde  $\rho$  é a densidade,

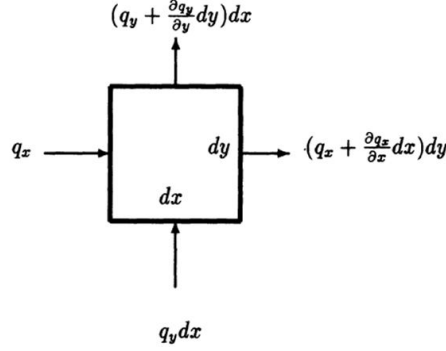


Figura 1: Fluxo de calor em um elemento bidimensional.

$c$  o calor específico e  $T = T(x, y, t)$  a distribuição de temperatura). Obtém-se assim:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} - \dot{q} + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

Uma vez que o fluxo de calor nas direções  $x$  e  $y$  são dados por:

$$q_x = -k_x \frac{\partial T}{\partial x} \quad , \quad q_y = -k_y \frac{\partial T}{\partial y} \quad (4)$$

Segue da equação (3) que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \dot{q} - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

Esta é a equação da difusão de calor bidimensional em coordenadas cartesianas. Como é de conhecimento comum, soluções analíticas para problemas de condução de calor são restritas a casos onde o grau de complexidade da geometria e das condições de contorno são relativamente baixas. Sugere-se assim o estudo de soluções através de métodos aproximados, um deles é o Método dos Elementos Finitos, que será brevemente abordado na seguinte seção.

### 3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (MEF) para um problema de condução de calor em estado transiente consiste basicamente nos seguintes passos:

1. Dividir a geometria (ou região) em elementos (geração de uma malha composta por finitos elementos);
2. Formulação matemática de Galerkin ou método variacional (Método de Ritz) para o problema de contorno ou contorno-inicial analisado dentro da área de um único elemento;

3. Seleção das funções que interpolam a distribuição de temperatura no elemento;
4. Determinação de um sistema de equações diferenciais ordinárias por meio da formulação utilizada no item (2). O número de equações será igual ao número de nós, uma vez que as temperaturas nodais são as variáveis desconhecidas;
5. Somam-se os sistemas de equações para elementos individuais, com o objetivo de criar um único sistema de equações para toda a região analisada;
6. Solução do sistema de equações diferenciais ordinárias.

A partir destes passos o MEF, através da abordagem de Galerkin, será aplicado. Inicialmente, considere a superfície apresentada na figura 2, na qual deseja-se obter a distribuição de temperatura, dada pela equação (5) e sujeita às seguintes condições de contorno:

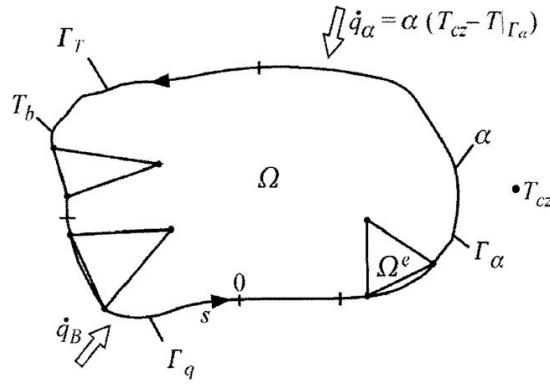


Figura 2: Diagrama com diferentes condições de contorno.

$$T|_{\Gamma_T} = T_b \quad (6)$$

$$\left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) \Big|_{\Gamma_q} = \dot{q}_B \quad (7)$$

$$\left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) \Big|_{\Gamma_\alpha} = \alpha (T_{cz} - T|_{\Gamma_\alpha}) \quad (8)$$

onde:

$k_x$ ,  $k_y$  - condutividades térmicas do material nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente;

$T_b$  - temperatura no contorno do corpo  $\Gamma_T$ ;

$\dot{q}_B$  - fluxo de calor no contorno do corpo  $\Gamma_q$ ;

$\alpha$  - coeficiente de transferência de calor no contorno do corpo  $\Gamma_\alpha$ ;

$T_{cz}$  - temperatura de um meio.

### 3.1 Método Galerkin

O problema de valor de contorno foi apresentado para toda a região  $\Omega$ . No MEF, o método de Galerkin é primeiro formulado para um único elemento  $\Omega^e$ . A distribui o de temperatura dentro de um elemento  $\Omega^e$    aproximado pela fun o:

$$\int_{\Omega^e} \left[ \rho c \frac{\partial T^e}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T^e}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T^e}{\partial y} \right) - \dot{q} \right] N_i^e(x, y) dx dy = 0 \quad (9)$$

Aplicado o Teorema de Green e as condições de contorno, pode-se escrever a equação (9) como:

$$\sum_{j=1}^n \left( M_{ij}^e \frac{dT_j^e}{dt} + K_{ij}^e T_j^e \right) = f_{Q,i}^e + f_{q,i}^e + f_{\alpha,i}^e \quad (10)$$

onde:

$$K_{ij}^e = K_{c,ij}^e + K_{\alpha,ij}^e \quad (11)$$

com:

$$K_{c,ij}^e = \int_{\Omega_e} \left( k_x \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) dx dy \quad , \quad K_{\alpha,ij}^e = \int_{\Gamma_{\alpha}^e} \alpha N_i^e N_j^e ds \quad (12)$$

$$M_{ij}^e = \int_{\Omega_e} c \rho N_i^e N_j^e dx dy \quad (13)$$

$$f_{Q,i}^e = \int_{\Omega_e} \dot{q} N_i^e dx dy \quad , \quad f_{q,i}^e = \int_{\Gamma_q^e} \dot{q}_B N_i^e ds \quad , \quad f_{\alpha,i}^e = \int_{\Gamma_{\alpha}^e} \alpha T_{cz} N_i^e ds \quad (14)$$

Para mais detalhes, consulte [7]. A matriz  $[M^e]$  é normalmente chamada de matriz de capacidade térmica e é dada por:

$$[M^e] = \int_{\Omega_e} c \rho [N]^T [N] dx dy \quad (15)$$

Para elementos retangulares a matriz  $[M^e]$    escrita da seguinte forma:

$$[M^e] = \int_{\Omega_e} c \rho [N]^T [N] dx dy = \int_{\Omega_e} c \rho \begin{bmatrix} (N_1^e)^2 & N_1^e N_2^e & N_1^e N_3^e & N_1^e N_4^e \\ N_1^e N_2^e & (N_2^e)^2 & N_2^e N_3^e & N_2^e N_4^e \\ N_1^e N_3^e & N_2^e N_3^e & (N_3^e)^2 & N_3^e N_4^e \\ N_1^e N_4^e & N_2^e N_4^e & N_3^e N_4^e & (N_4^e)^2 \end{bmatrix} dx dy \quad (16)$$

O sistema de equações, pelo qual se determinam as temperaturas nodais em um único elemento ( $e$ ), é composto como:

$$[M^e] \left\{ \dot{T}^e \right\} + ([K_c^e] + [K_{\alpha}^e]) \{T^e\} = \{f_Q^e\} + \{f_q^e\} + \{f_{\alpha}^e\} \quad (17)$$

onde:

$$[K_c^e] = \int_{\Omega_e} [B^e]^T [k] [B^e] dx dy \quad (18)$$

com

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n^e}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_n^e}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad [k] = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$[K_\alpha^e] = \int_{\Gamma_\alpha^e} \alpha [N^e]^T [N^e] ds \quad (20)$$

com

$$[N^e] = [N_1^e, N_2^e, \dots, N_n^e] \quad (21)$$

e

$$\{f_Q^e\} = \int_{\Omega_e} \dot{q} [N^e]^T dx dy, \quad \{f_q^e\} = \int_{\Gamma_q^e} \dot{q}_B [N^e]^T ds, \quad \{f_\alpha^e\} = \int_{\Gamma_\alpha^e} \alpha T_{cz} [N^e]^T ds \quad (22)$$

Para o exemplo que foi aplicado o MEF empregou-se funções de interpolação  $N_i^e$  do tipo lineares. No que segue será apresentado tais funções.

### 3.2 Função de interpolação linear em elemento quadrático

Um elemento linear tetragonal, como mostra a figura 3 será discutido.

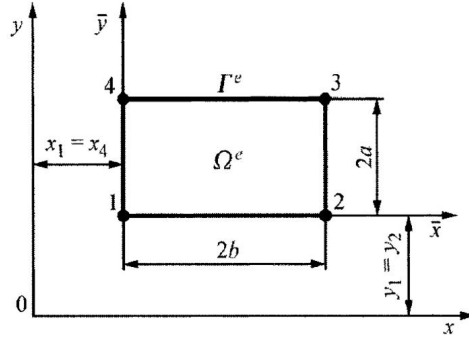


Figura 3: Elemento finito linear retangular.

A distribuição de temperatura dentro deste elemeto pode ser descrita através da função:

$$T^e = a_0^e + a_1^e x + a_2^e y + a_3^e xy \quad (23)$$

tal que as constantes  $a_0^e, a_1^e, a_2^e, a_3^e$  são determinadas a partir das condições:

$$T^e(0, 0) = T_1^e, \quad T^e(2b, 0) = T_2^e, \quad T^e(2b, 2a) = T_3^e, \quad T^e(0, 2a) = T_4^e \quad (24)$$

Substituindo as condições apresentadas em (24) na equação (23) obt m-se um sistema linear, cuja solução é:

$$a_0^e = T_1^e, \quad a_1^e = \frac{1}{2b} (T_2^e - T_1^e), \quad a_2^e = \frac{1}{2a} (T_4^e - T_1^e), \quad a_3^e = \frac{1}{4ab} (T_1^e - T_2^e + T_3^e - T_4^e) \quad (25)$$

Substituindo as relações em (25) na equação (23) e fazendo as devidas transformações, chega-se a:

$$T^e = N_1^e T_1^e + N_2^e T_2^e + N_3^e T_3^e + N_4^e T_4^e \quad (26)$$

onde:

$$N_1^e = \left(1 - \frac{x}{2b}\right) \left(1 - \frac{y}{2a}\right), \quad N_2^e = \frac{x}{2b} \left(1 - \frac{y}{2a}\right), \quad N_3^e = \frac{xy}{4ab}, \quad N_4^e = \frac{y}{2a} \left(1 - \frac{x}{2b}\right) \quad (27)$$

Estas são chamadas funções de interpolação linear para um elemento tetragonal. Na seção que segue será apresentado um exemplo para o cálculo numérico da distribuição de calor em uma placa retangular com condições iniciais e de contorno especificadas. O MEF aplicado através do software Ansys é em seguida validado a partir da solução analítica para o mesmo problema.

### 3.3 Estudo de Caso: Placa Retangular

Considere uma placa retangular  $A \times B$  como exibe a figura 4, com as condições de contorno e inicial mencionadas na mesma. De acordo com a equação (5), o modelo que representa a distribuição de temperatura por condução em regime transiente para esta placa é:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \beta \nabla^2 T(x, y, t) \quad (28)$$

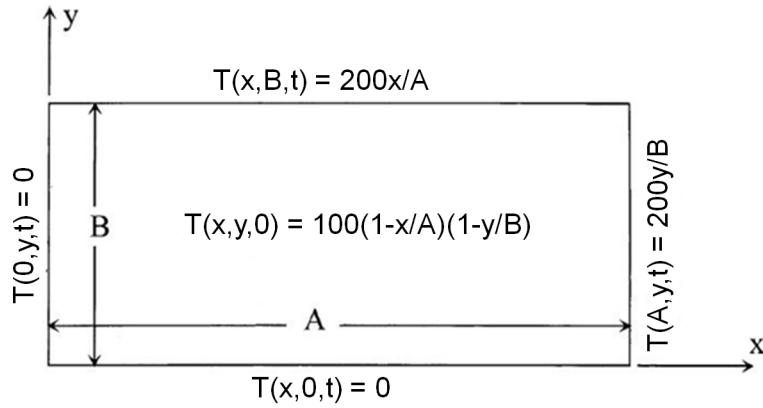


Figura 4: Placa retangular com as respectivas condições de contorno e inicial.

A solução exata para esta equação pode ser determinada pelo método da separação de variáveis e é dada por [2]:

$$T(x, y, t) = \left(\frac{200}{AB}\right) xy + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{ij} \operatorname{sen} \frac{i\pi x}{A} \operatorname{sen} \frac{j\pi y}{B} \exp \left( -\beta \left( \frac{i^2 \pi^2}{A^2} + \frac{j^2 \pi^2}{B^2} \right) t \right) \quad (29)$$

onde:

$$C_{ij} = \frac{4}{ij\pi^2} \left[ 100 - (-1)^{i+j} 200 \right] \quad (30)$$

e  $\beta$  é a difusividade térmica do material, em  $mm^2/s$ .

Para este estudo foi considerado  $A = 200\,mm$ ,  $B = 100\,mm$  e  $\beta = 14,1\,mm^2/s$ . Através do software Ansys a placa foi discretizada em 100 elementos quadrangulares de dimensões  $20 \times 10$ . De acordo com a equação (17), para cada elemento ( $e$ ) da malha a equação (28) discretizada será:

$$[M^e] \{ \dot{T}^e \} + [K^e] \{ T^e \} = \{ 0 \} \quad (31)$$

onde:

$$[M^e] = \int_{\Omega_e} [N^e]^T [N^e] \, dx \, dy \quad , \quad [K^e] = \beta \int_{\Omega_e} [B^e]^T [B^e] \, dx \, dy \quad (32)$$

com

$$[N^e] = [N_1^e, N_2^e, N_3^e, N_4^e] \quad , \quad [B^e] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & \frac{\partial N_2^e}{\partial x} & \frac{\partial N_3^e}{\partial x} & \frac{\partial N_4^e}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \frac{\partial N_2^e}{\partial y} & \frac{\partial N_3^e}{\partial y} & \frac{\partial N_4^e}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (33)$$

As funções  $N_i^e$ , como visto anteriormente, são funções base ou de interpolação e suas expressões estão mencionadas em (27). Conforme a figura 3, para o exemplo em estudo  $2a = 10$  e  $2b = 20$ . O próximo passo é determinar os elementos da matriz  $[M^e]$  e  $[K^e]$  e uma vez que os subdomínios são todos quadrados de dimensão, basta que este cálculo seja feito para um único elemento. Para tanto, retorna-se para as expressões em (12) e (16) tomando por hipótese material isotrópico, ou seja,  $k_x = k_y$ . Após desenvolvidas as integrais e feitas as manipulações algébricas, obteve-se:

$$[M^e] = [m_{pq}^e] = \frac{A^e}{36} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad , \quad [K^e] = [k_{pq}^e] = \frac{\beta}{6} \frac{a}{b} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \frac{\beta}{6} \frac{b}{a} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

onde  $A^e$    a área do elemento ( $e$ ),  $a = 5$ ,  $b = 10$  e  $\beta = 14,1$ .

A partir das matrizes definidas para cada elemento cabe agora construir a matriz global para todo o domínio, baseada na numeração local e global dos elementos. Seja  $i, j, k$  e  $l$  os nós locais posicionados no sentido anti-horário. como exibe a figura:

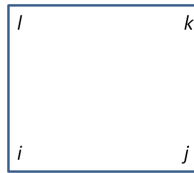


Figura 5: Localização dos nós locais.

Uma matriz genérica para um elemento da malha tem a seguinte forma:

$$A^e = \begin{bmatrix} a_{ii} & a_{ij} & a_{ik} & a_{il} \\ a_{ji} & a_{jj} & a_{jk} & a_{jl} \\ a_{ki} & a_{kj} & a_{kk} & a_{kl} \\ a_{li} & a_{lj} & a_{lk} & a_{ll} \end{bmatrix} \quad (35)$$



Considerando-se que a malha possui 100 elementos, o sistema global é obtido adicionando-se os valores das matrizes dos elementos que possuem o mesmo índice (para detalhes veja o Apêndice C de [4]) e é descrito pela seguinte equação:

$$\sum_{e=1}^{100} [M^e] \{\dot{T}\} + \sum_{e=1}^{100} [K^e] \{T\} = \{0\} \quad (36)$$

Uma comparação entre as soluções analítica (29) e a solução via Ansys, que é baseado no MEF, foi realizada e apresentada na tabela abaixo:

Tempo (s)	Pontos (x,y)				
	(0 , 0)	(50 , 25)	(100 , 50)	(150 , 75)	(200 , 100)
10	0/0	45,83/44,902	25,14/25,845	27,09/29,119	200/200
20	0/0	32,78/34,757	26,76/27,497	53,31/49,892	200/200
30	0/0	24,40/27,356	29,30/29,589	70,67/65,51	200/200
40	0/0	19,28/22,228	31,93/31,809	82,13/76,851	200/200
50	0/0	16,10/18,728	34,39/33,968	98,91/85,106	200/200
100	0/0	11,63/12,476	43,03/42,086	106,08/103,93	200/200

Figura 6: Tabela de resultados temperatura exata/Ansys em alguns pontos da placa.

A distribuição da temperatura da placa quando atingido o estado estacionário está representada através da figura 7:

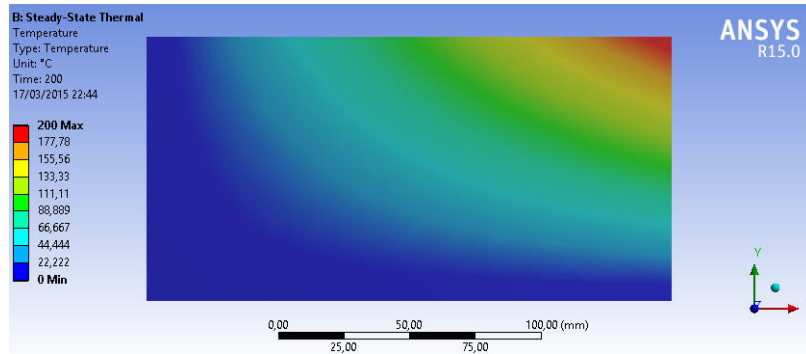


Figura 7: Distribuição da temperatura para o problema da placa retangular, , via software Ansys.

A seção que segue discute um estudo de caso realizado na barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu. A distribuição transiente da temperatura e a deformação estrutural foi obtida para um bloco de concreto, do tipo contrafortes, considerando o período de análise o inverno do ano 2000.

#### 4 ESTUDO DE CASO: BLOCO E-6 DA BARRAGEM DA USINA HIDRELÉTRICA DE ITAIPU

O comportamento termo-estrutural de um bloco de contrafortes do trecho E, denominado barragem de ligação direita, da Barragem da Usina Hidrelétrica de Itaipu (UHI) será estudado. Este

trecho possui 102 m de comprimento, constituído de 6 blocos de contrafortes (listados do E-1 ao E-6) apoiados em maciço rochoso basáltico (veja figura 8). A Usina Hidrelétrica de Itaipu é uma obra de engenharia de referência no mundo. Localizada no Brasil, na cidade de Foz do Iguaçu, estado do Paraná, a barragem está exposta a grandes variações térmicas com máximas ultrapassando os  $30^{\circ}C$  no verão e mínimas abaixo dos  $13^{\circ}C$  no inverno. A grande dimensão da barragem da UHI (7.919 metros de extensão e altura máxima de 196 metros) se reflete na resposta estrutural devido aos diversos carregamentos que está exposta, inclusive a variação térmica sazonal.



Figura 8: Localização do trecho E na barragem da UHI.

De acordo com [6] as barragens de contrafortes são muito influenciadas pelas oscilações de temperatura. Os deslocamentos horizontais e verticais da crista dos blocos de concreto são induzidos pelas variações térmicas ambientais, observando-se comportamento diferenciado entre os paramentos de montante e de jusante, sendo esta última que experimenta variações térmicas mais significativas.

A seção que segue trata dos aspectos gerais da instrumentação presente na barragem da UHI e aqueles a serem utilizados para a elaboração do modelo térmico do bloco E-6.

#### 4.1 Instrumentação

A UHI destaca-se pela elevada quantidade de instrumentos instalados em toda barragem, os quais monitoram o seu comportamento estrutural desde o período de construção, enchimento do reservatório e atualmente em plena operação. No início da década de 1980 diversos termômetros foram instalados na barragem com a função de monitorar as mudanças de temperaturas no interior do bloco, na superfície à montante em contato com o reservatório e na superfície a jusante expostas as variações climáticas locais.

O lançamento de concreto da Usina de Itaipu foi realizado com gelo para diminuir a temperatura durante o processo de hidratação do cimento e as tensões provenientes das variações de temperatura sempre foram foco de monitoramento por parte da equipe de engenharia da UHI.

Os dados de termômetros disponibilizados por Itaipu revelam uma periodicidade padrão nas leituras: durante as primeiras idades do concreto as leituras eram realizadas diariamente a cada 4 horas, após cerca de 14 dias as leituras passaram a ser diárias, na sequência a cada 3 dias, 7 dias e após cerca de seis meses passaram a ser quinzenal e atualmente é mensal.

O bloco chave E-6 do trecho E, escolhido para o estudo devido ao fato de possuir maior número de instrumentos instalados neste trecho, possui um termômetro de superfície (TS-E-1) instalado na base do bloco à montante e três termômetros (TI-E-1, TI-E-2 e TI-E-3) instalados no interior do bloco próximo a sua base. Para fortalecer a análise e enriquecer os resultados do modelo, os dados do termômetro TS-D-5 instalado na superfície à jusante em contato com o ambiente e o termômetro TS-D-904 instalado na superfície à montante em contato com o reservatório, todos instalados no bloco D-57 próximo ao bloco E-6, serão também utilizados. As figuras 9 e 10 retratam respectivamente os blocos E-6 e D-57 e os instrumentos nele instalados, evidenciando os termômetros mencionados acima.

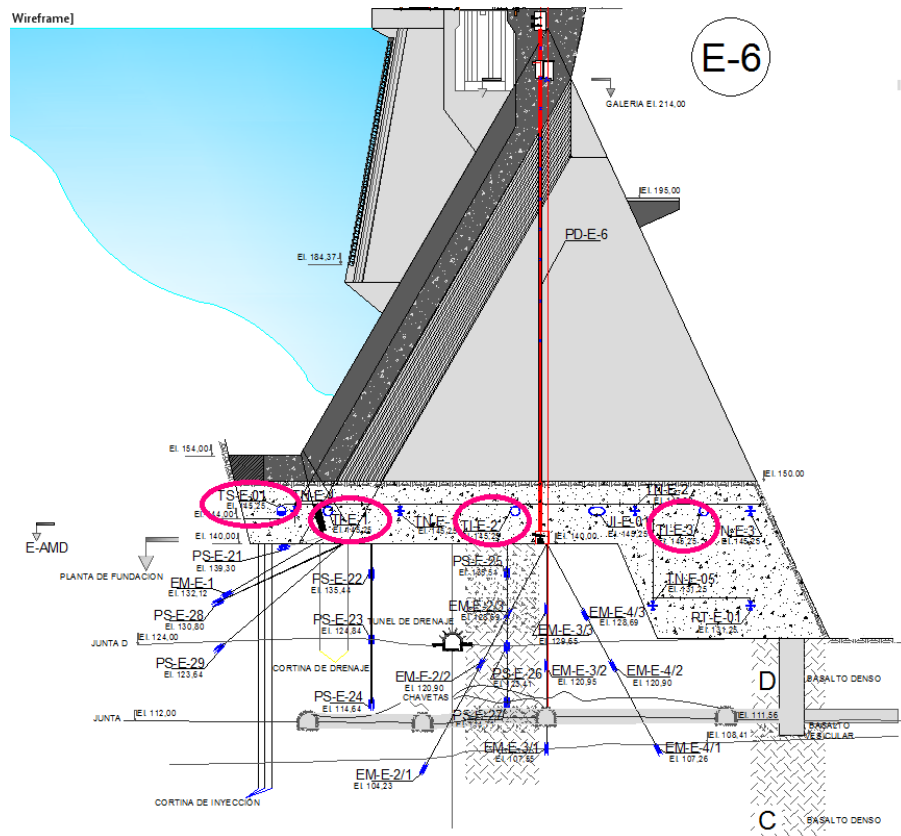


Figura 9: Bloco E-6 da barragem de ligação direita da UHL.

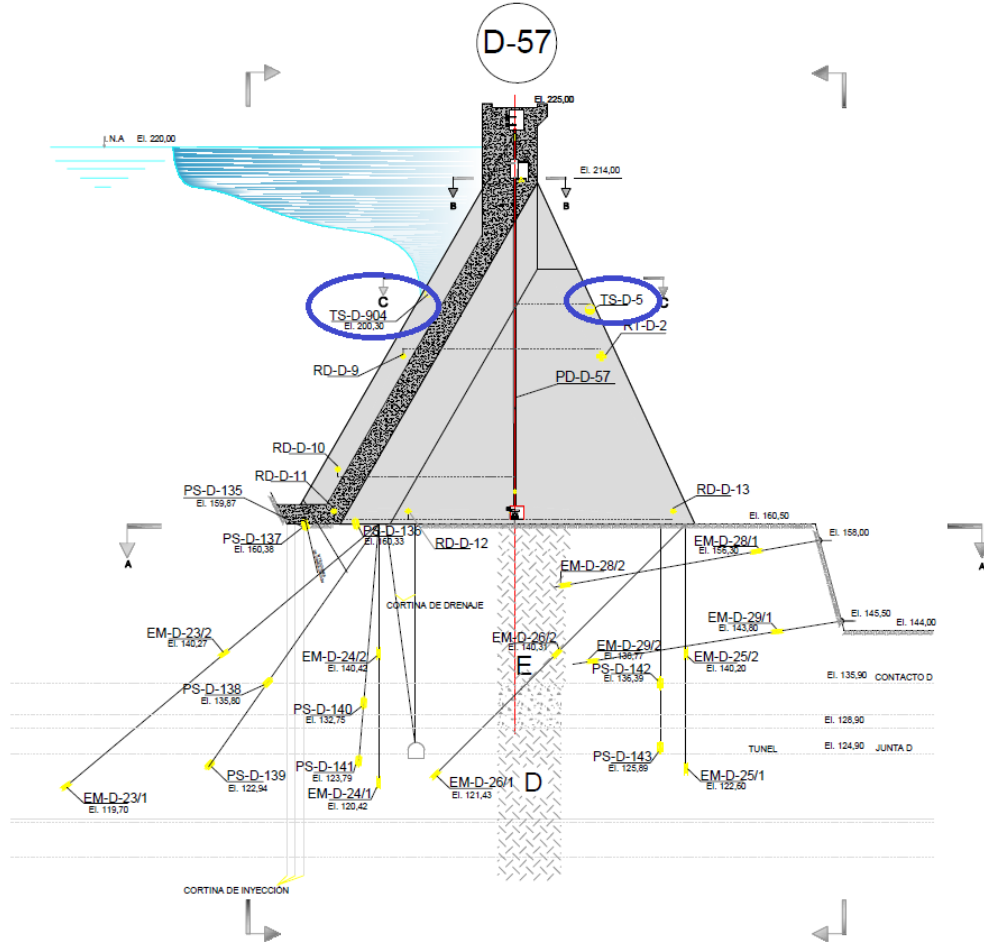


Figura 10: Bloco D57 da barragem lateral direita da UHI.

## 4.2 Análises Estacionária e Transiente do bloco E-6

A partir dados dos termômetros e de registros diários de temperatura ambiente verificou-se que o inverno de 2000 foi o que apresentou a menor temperatura histórica registrada, de modo que este ano foi selecionado para a análise termo-estrutural. Para o estudo de caso do Bloco E-6 foi utilizada a geometria apresentada na figura 11. Os carregamentos considerados para a análise, também indicados nesta figura, foram: pressão hidrostática, subpressão na base da barragem com drenos inoperantes na cota máxima do reservatório e suporte elástico na fundação com valor de  $45 \text{ Gpa}$ . O material aplicado no bloco foi concreto com calor específico  $780 \text{ J/Kg}^{\circ}\text{C}$ , condutividade térmica isotrópica de  $0,72 \text{ Wm}^{\circ}\text{C}$ , coeficiente de dilatação térmica  $1,4 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ , coeficiente de Poisson  $0,18$ , módulo de elasticidade de  $35 \text{ Gpa}$ , densidade igual a  $2500 \text{ Kg/m}^3$ , altura do reservatório na cota  $250 \text{ m}$ . Os efeitos não lineares foram desconsiderados na análise.

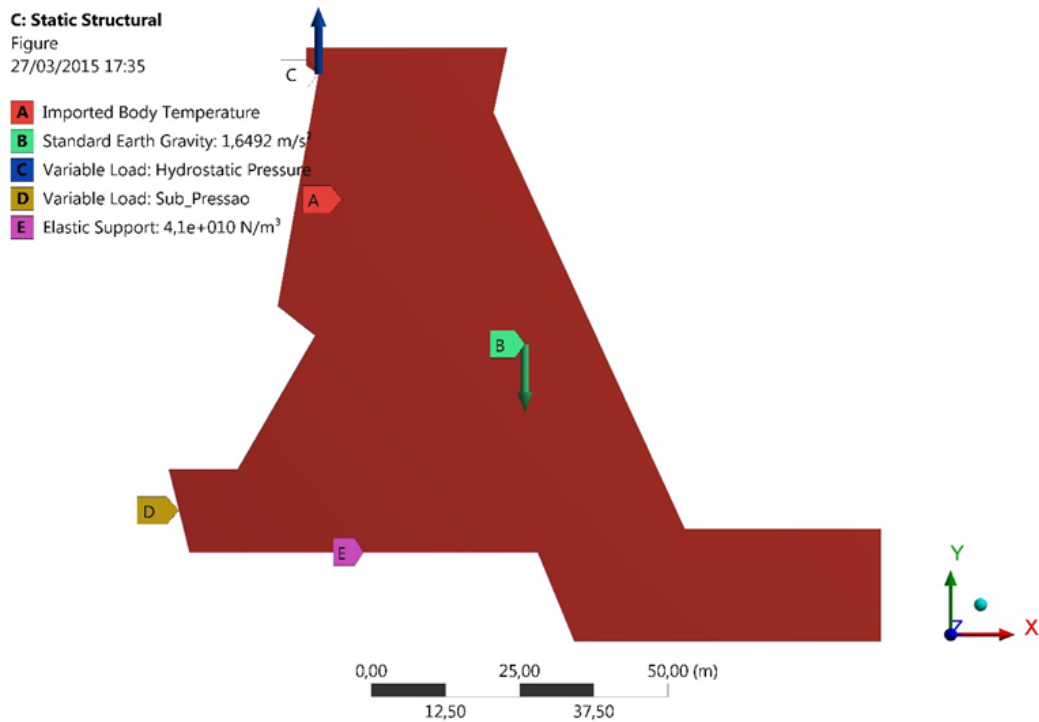


Figura 11: Carregamento estrutural utilizado na análise.

Duas simulações foram realizadas, sendo elas:

- A primeira em estado estacionário para o dia 14/07/2000, no qual houve a menor temperatura histórica registrada;
- A segunda em estado transiente para o período de 01/05/2000 a 30/07/2000.

Para a primeira análise as temperaturas consideradas, obtidas de registros de alguns termômetros, estão descritas na tabela da figura 12 que segue:

Leitura dos instrumentos para o período de maio a agosto de 2000			
	TS-D-5	TS-D-904	TS-E-1
17/04/2000	23,23 °C	26,88 °C	23,83 °C
22/05/2000	17 °C	22,9 °C	23,21 °C
19/06/2000	14,7 °C	21,05 °C	21,32 °C
14/07/2000	6,45°C	20,07°C	20,68°C
21/08/2000	15,21 °C	18,46 °C	18,66 °C
Localização	Elev. 198,00 m. Face jusante (Temp. Ambiente)	Elev. 200,30 m. Face montante (Reservatório)	Elev. 154,00 m. Face montante (Reservatório)

Figura 12: Termômetros utilizados na análise estacionária, suas cotas e respectivas temperaturas observadas no dia 14/07/2000.

O objetivo da análise é verificar a diferença da distribuição de temperaturas entre o regime estacionário e transiente no interior do bloco E-6. Para análise estacionária foram utilizados os dados de termômetros do dia 14/07/2000 e para a análise transiente foram utilizados dados de termômetros cronologicamente anteriores e posteriores ao dia 14/07/2000, conforme tabela da figura 12, interpolados por splines cúbicas. A análise utilizou 24 como passo de tempo e 15 minutos como subpasso de tempo para alcançar a convergência considerando um tempo total de 90 dias de dados entre os dias 01/05/2000 e 30/07/2000 com coletas reais de temperaturas indicadas nos dias indicados na figura 12.

A distribuição de temperatura estacionária para o dia 14/07/2000 está descrita através da figura 13:

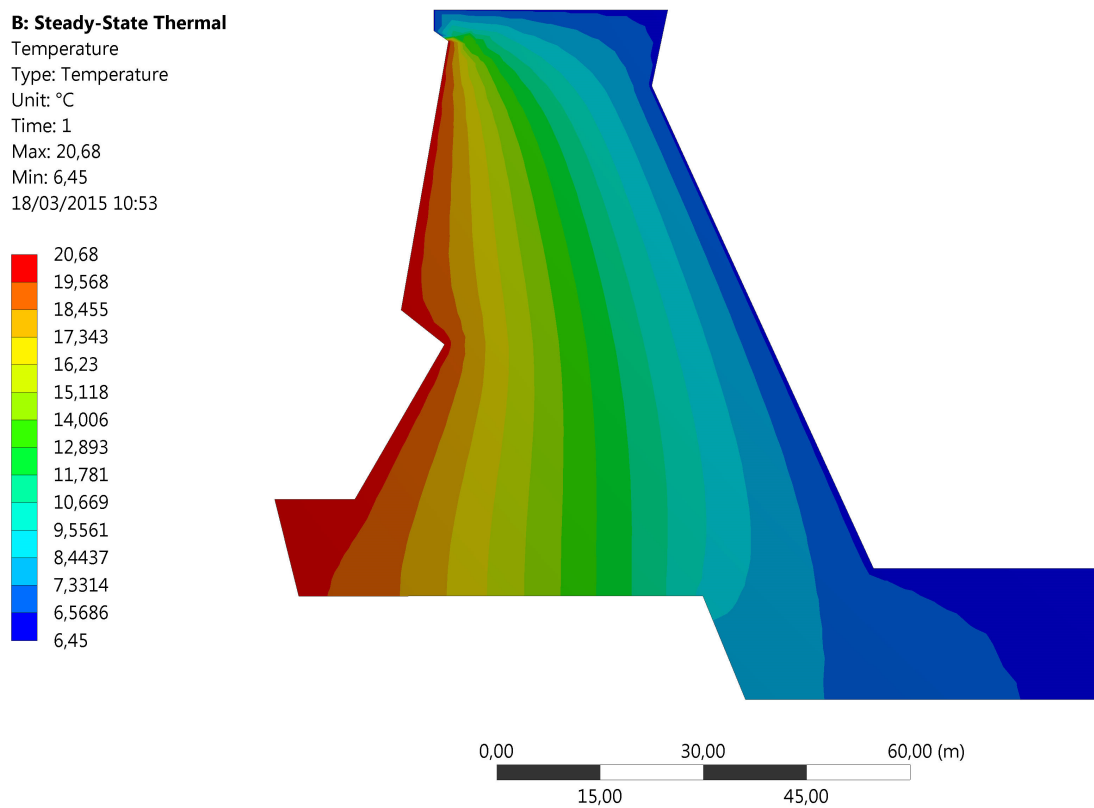


Figura 13: Campo de temperatura estacionária para 14/07/2000.

Já a figura 14 demonstra a distribuição de tensões para a data indicada proveniente de carregamento térmico estacionário.

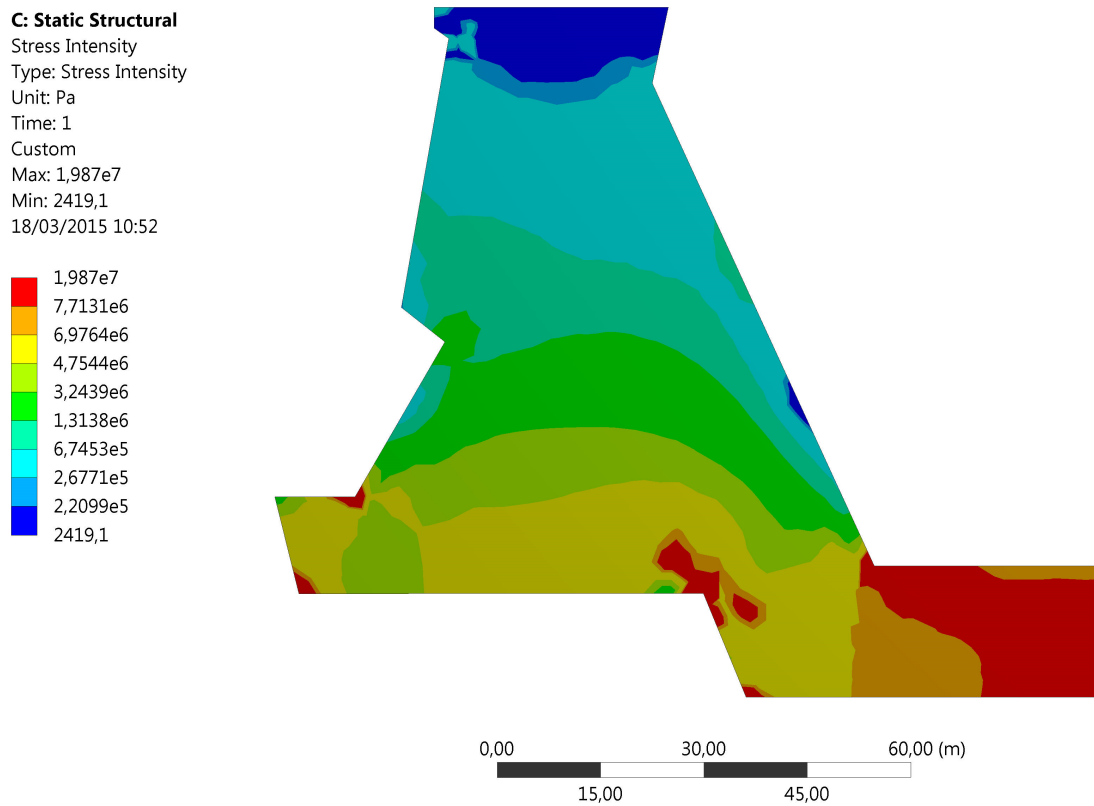


Figura 14: Tensão resultante da carga estática estacionária.

A tendência de deslocamento do bloco E-6 para a análise estacionária pode ser vista através da figura 15:

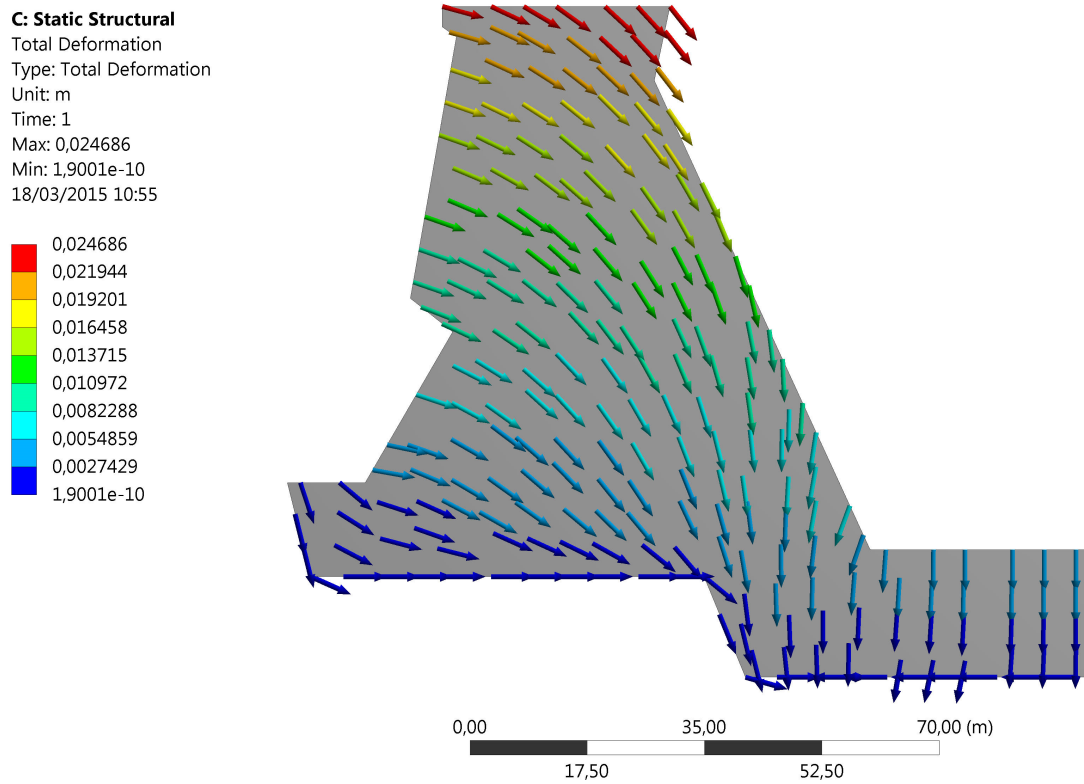


Figura 15: Deformação para o estado estacionário estático.

A segunda análise, como mencionado acima, foi realizada em estado transiente e tomou-se dados do dia 01/05/2000 como referência inicial, veja a figura 16:



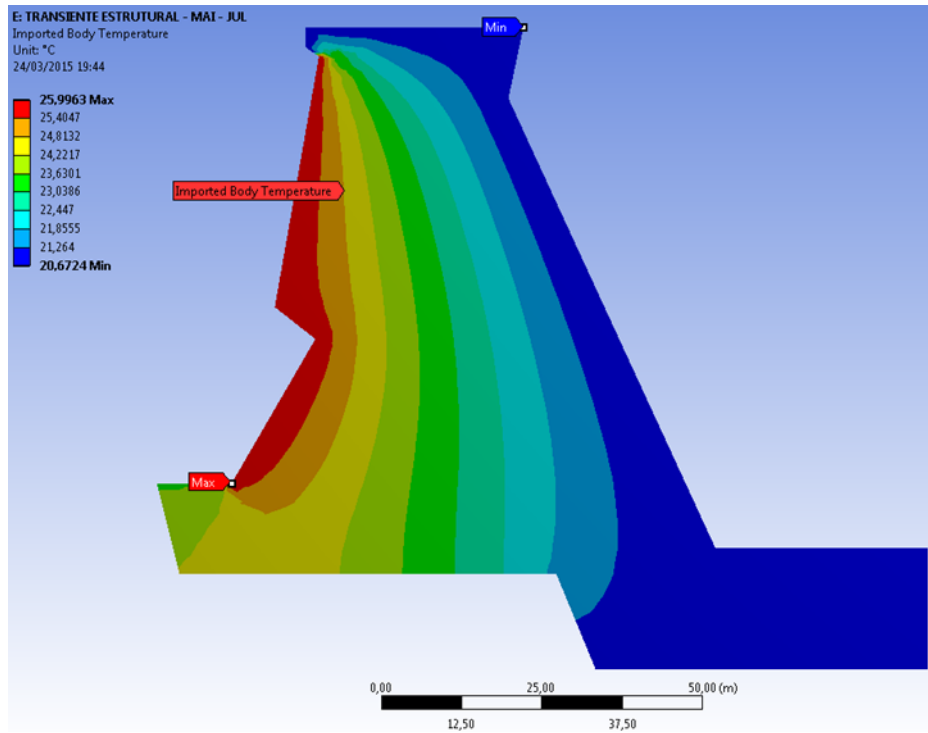


Figura 16: Carga de temperatura para o dia 01/05/2000, considerado como início para a análise termo-estrutural transiente.

Para esta pesquisa foram desconsideradas as variações diárias de temperatura. Para análises considerando a variação diária de temperaturas faz-se necessário uma coleta de dados em menores intervalos de tempo, o que pode prejudicar a logística industrial. Uma forma de contornar este impasse, através da interpolação dos dados registrados para o ano 2000 por splines cúbicas interpolantes foi possível determinar uma função contínua no tempo de modo a aproximar os valores de temperaturas de cada termômetro em instantes aleatórios de tal ano. Tal interpolação foi realizada para todos os dados do ano 2000 de todos os termômetros utilizados na análise transiente. Como exemplo, a figura 17 apresenta a curva obtida para o termômetro TS-D-5, onde os pontos discretos são os dados de leitura do instrumento.

A distribuição de temperaturas para o dia 14/07/2000 é apresentada na figura 18. Nota-se que as temperaturas no interior bloco são mais elevadas que as temperaturas calculadas pelo regime estacionário, visto na figura 13.

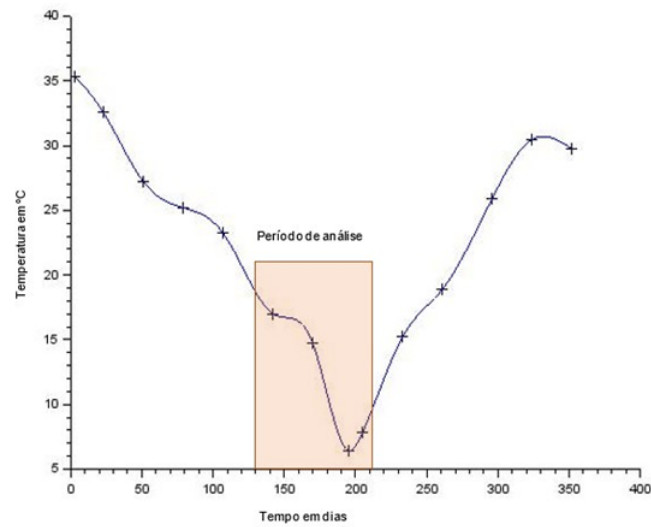


Figura 17: Curva interpolante para os dados de temperatura do termômetro TS-D-5.

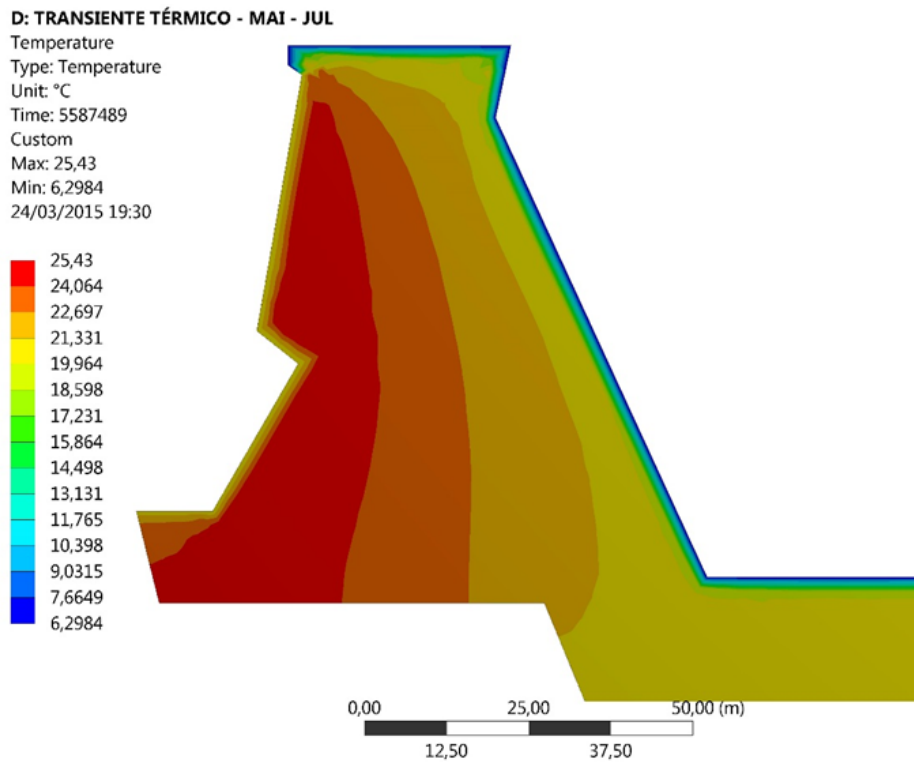


Figura 18: Carga de temperatura para o dia 14/07/2000.

As figuras 19 e 20 apresentam, respectivamente, a distribuição de tensões e a tendência de deslocamento do bloco E-6 no dia 14/07/2000, proveniente de carregamento térmico transiente.

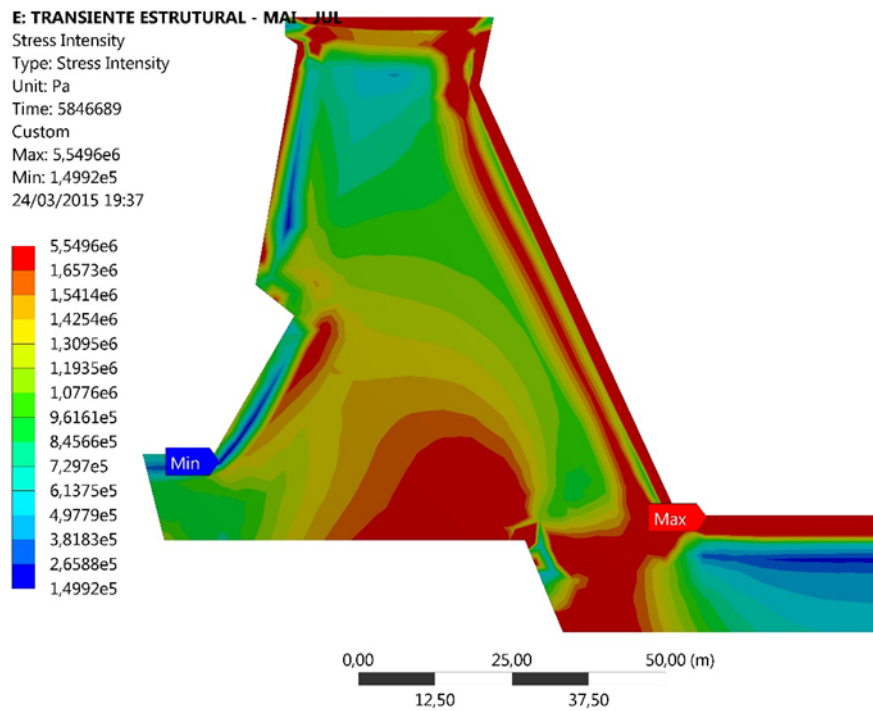


Figura 19: Distribuição de tensões após aplicação de carregamento térmico transiente.

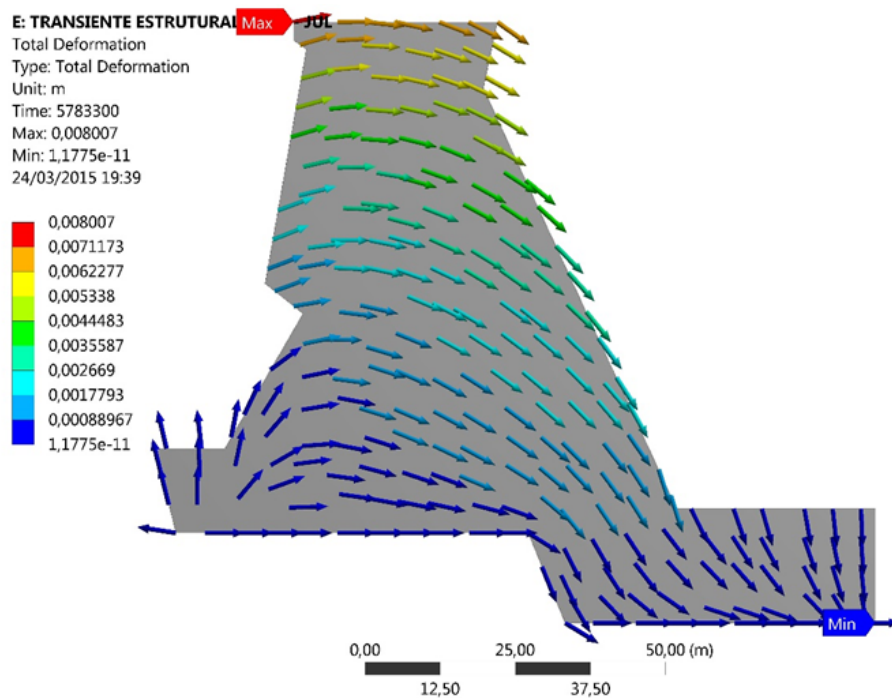


Figura 20: Delocamento do bloco após aplicação de carregamento térmico transiente.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através deste estudo foi possível justificar a pertinência da análise estrutural de barragem de concreto, do tipo contrafortes, quando esta está submetida a carregamentos térmicos, evidenciando através dos resultados o que a literatura já apresentava em outros estudos similares. Além disso foi possível perceber a importância de dados distribuídos no tempo e apesar da análise estacionária ter uma boa acurácia, é notório no trabalho realizado que as distribuições de temperaturas anteriores ao tempo analisado influenciam diretamente no estado de tensões e nos deslocamentos da estrutura obtidos na análise. A condução de calor trata-se de um fenômeno lento e a distribuição de temperatura e deformações em estruturas de grande porte expostas a condições ambientais é melhor determinada quando analisada com a variação da temperatura ao longo do tempo.

## AGRADECIMENTOS

Sinceros agradecimentos pelo apoio à esta pesquisa concedida pelo Centro de Estudos Avançados em Segurança de Barragens da Fundação Parque Tecnológico de Itaipu e pelo Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da UFPR.

## REFERÊNCIAS

- [1] Ansell, A. and Malm, R. *Modelling of Thermally Induced Cracking of a Concrete Buttress Dam. Nordic Concrete Research*. Vol. **38**, N. **2**, pp. 69–88, (2008).
- [2] Burgess, G. and Mahajerin, E. *Transient Heat Flow Analysis Using the Fundamental Collocation Method. Journal of Applied Thermal Engineering*. Vol. **7**, pp. 893–904, (2003).
- [3] Léger, P. and Leclerc, M. *Hydrostatic, Temperature, Time-Displacement Model for Concrete Dams. Journal of Engineering Mechanics*. Vol. **133**, n. **3**, pp. 267–277, American Society of Civil Engineers, (2007).
- [4] Lewis, R. W. and Nithiarasu, P. and Seetharamu, K. N. *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow. John Wiley & Sons*, (2004).
- [5] Mirzabozorg, H. and Hariri-Ardebili, M. and Shirkhan, M. and Seyed-Kolbadi, S. *Mathematical Modeling and Numerical Analysis of Thermal Distribution in Arch Dams Considering Solar Radiation Effect. The Scientific World Journal*. Hindawi Publishing Corporation, (2014).
- [6] Rosso, J. A. and Fiorini, A. S. and Porto, E. C. *Barragem de Itaipu - Lições Aprendidas com o Comportamento Térmico das Estruturas do Tipo Gravidade Aliviada e Contraforte. Comitê Brasileiro de Grandes Barragens - XXII SNGB*, pp. 161-176, (1997).
- [7] Taler, J. and Duda, P. *Solving Direct and Inverse Heat Conduction Problems*. Springer Science & Business Media, (2010).
- [8] Žmindač, M. and Novák, P. and Dekýš, V. and Pelagić, Z. *Finite Element Thermo-mechanical Transient Analysis of Concrete Structure. Procedia Engineering*, Vol. 65, Elsevier, (2013).