

INTERACÇÃO LOCAL-DISTORCIONAL EM COLUNAS DE AÇO ENFORMADAS A FRIO COM SECÇÃO EM C REFORÇADA NA ALMA

André D. Martins^{1*}, Pedro Borges Dinis¹, Dinar Camotim¹ e Paulo Providência²

1: CERis, ICIST, DECivil
Instituto Superior Técnico
Universidade de Lisboa
Av. Rovisco Pais, 1, 1049-001, Lisboa
e-mail: andrerdmartins@ist.utl.pt, {dinis,dcamotim}@civil.ist.utl.pt

2: INESCC
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade de Coimbra
Rua Luís Reis Santos – Pólo II, 3030-788, Coimbra
e-mail: provid@dec.uc.pt

Palavras-chave: Colunas de Aço Enformadas a Frio, Secções em C Reforçadas na Alma, Interação Local-Distorcional, Análises por Elementos Finitos de Casca, Método da Resistência Directa

Resumo. Neste artigo são apresentados os resultados de uma investigação de índole numérica (análises por elementos finitos de casca realizadas no programa ABAQUS) sobre a influência da interacção local-distorcional (L-D) na resistência última e no dimensionamento de colunas bi-encastradas de aço enformadas a frio com secção em C reforçada na alma. As colunas analisadas exibem diferentes dimensões e tensões de cedência, seleccionadas de modo a exibirem uma gama variada de combinações entre (i) tensões críticas distorcionais e locais, e (ii) tensões de cedência e a maior das tensões críticas anteriores. O trabalho tem dois objectivos fundamentais: (i) adquirir uma compreensão aprofundada sobre a mecânica subjacente à interacção L-D nas colunas em C reforçadas na alma, seleccionadas para garantir que a encurvadura local é despoletada pelos banzos, e (ii) proporcionar uma primeira contribuição para o desenvolvimento de uma metodologia de dimensionamento eficiente para estes elementos estruturais do tipo inerente ao Método da Resistência Directa (DSM). Os resultados apresentados e discutidos correspondem a (i) comportamentos de pós-encurvadura (elástico e elasto-plástico), (ii) resistências últimas e (iii) mecanismos de colapso de colunas em C reforçadas na alma afectadas por interacção L-D. De seguida, é comparado a erosão da resistência última, devido à interacção L-D, das colunas investigadas no presente trabalho e das colunas constituídas por secções sem reforços intermédios, analisadas anteriormente pelos autores. Finalmente são efectuadas algumas considerações sobre o impacto que a investigação levada a cabo neste trabalho tem no dimensionamento de colunas de aço enformado a frio afectadas por diferentes níveis de interacção L-D.

1. INTRODUÇÃO

As estruturas de aço enformadas a frio são geralmente constituídas por aços de alta resistência com secções de parede fina esbeltas, estruturalmente mais eficientes (*i.e.*, exibindo maiores rácios entre resistência e peso), mas, por outro lado, são mais susceptíveis a vários fenómenos de instabilidade envolvendo deformação da secção, nomeadamente encurvadura local (L), distorcional (D) e/ou global (G) – a título exemplificativo, a figura 1(b)-(d) mostra configurações deformadas de colunas relativas a encurvadura em modos locais (despoletadas pelos banzos), distorcionais e globais (flexão-torção e flexão na menor inércia). No entanto, de forma a avaliar a eficiência estrutural de elementos de parede fina esbeltos não é apenas necessário obter informação aprofundada sobre os comportamentos individuais (encurvadura e pós-encurvadura) associado aos modos locais, distorcionais e globais, uma vez que qualquer interacção envolvendo os três tipos de instabilidade anteriores pode ocorrer, nomeadamente interacção L-G, L-D, D-G e/ou L-D-G – no entanto, o presente trabalho diz respeito apenas a interacção L-D. Enquanto o primeiro tipo de interacção modal está já bem compreendido e codificado nos modernos regulamentos de estruturas em aço enformado a frio, os restantes, os quais envolvem encurvadura distorcional, têm sido muito menos estudados sendo consensual entre a comunidade técnica/científica a necessidade de uma investigação mais aprofundada que permita desenvolver regras de dimensionamento eficientes para os elementos estruturais sujeitos a este tipo de fenómenos – uma tarefa que ainda necessita de um esforço de investigação considerável. Em particular, o principal desafio que a comunidade científica enfrenta é saber quando são relevantes os efeitos resultantes deste tipo de fenómenos de interacção modal, *i.e.*, avaliar a sua importância). De facto, ignorar qualquer um destes fenómenos de interacção pode originar índices de fiabilidade inaceitáveis, *i.e.*, uma grande probabilidade de se obterem dimensionamentos inseguros. Além disso, as geometrias (secção transversal e comprimento livre) dos elementos estruturais de aço enformados a frio originam frequentemente tensões críticas local e distorcional próximas. Esta proximidade é responsável pela maior ou menor erosão da resistência última, particularmente gravosa em aços de alta resistência, ainda não tomada em consideração nos regulamentos actuais destes tipos de estruturas. Com o objectivo de alterar esta situação, uma considerável actividade de investigação tem sido desenvolvida recentemente sobre o comportamento estrutural e a capacidade resistente de colunas de aço enformadas a frio afectadas por interacção L-D, envolvendo estudos experimentais e numéricos, e propostas de regras de dimensionamento – este último aspecto deve-se principalmente ao recente desenvolvimento e/ou melhoramento de aplicações do Método da Resistência Directa (DSM), o qual é hoje em dia aceite universalmente no domínio das estruturas de aço enformadas a frio. Proposto originalmente por Schafer e Peköz [1], com raízes no trabalho de Hancock *et al.* [2], o DSM foi já incluído nas versões mais recentes dos regulamentos de estruturas de aço enformado a frio Norte-Americano e da Austrália/Nova Zelândia, como alternativa ao dimensionamento de colunas e vigas (flexão em torno da maior inércia), com ou sem perfurações. No entanto, a maioria dos resultados disponíveis na literatura dizem respeito a colunas com secção transversal sem reforços intermédios (“secções planas”) e, na maioria dos casos, secções em C. A título de exemplo, refiram-se os trabalhos de Kwon e Hancock [3], Loughlan *et al.* [4], Young *et al.* [5] e Dinis *et al.* [6], os quais permitiram comprovar experimentalmente o fenómeno da interacção L-D. Por outro lado, os trabalhos conduzidos por Silvestre *et al.* [7], Dinis e Camotim [8] e Martins *et al.* [9] proporcionaram evidência numérica da ocorrência desse mesmo fenómeno – em particular, o último autor efectuou um estudo para avaliar a

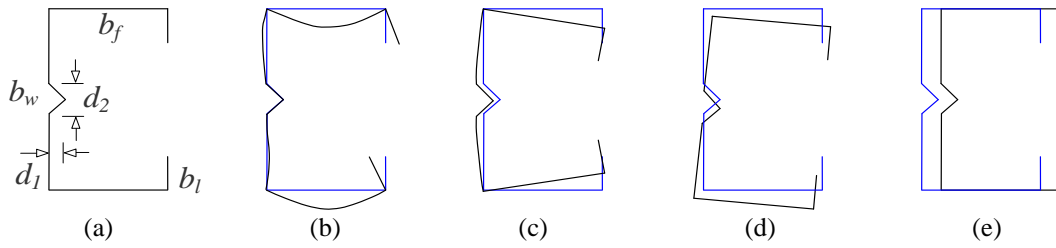


Figura 1. Coluna com secção em C reforçada na alma: (a) geometria e configurações deformadas da secção associadas a encurvaduras (b) local (despoleta pelos banzos), (c) distorcional e (d) global por (d_1) flexão-torção e (d_2) flexão.

relevância destes efeitos, o qual consistiu em estabelecer combinações entre (i) as tensões críticas local e distorcional, e (ii) as tensões de cedência e as tensões críticas anteriores, de forma a permitir avaliar para que condições existem alterações na resistência última e/ou alteração dos modos de colapso. Em todas as “secções planas” estudadas anteriormente, a encurvadura local é despoletada pela alma, onde ocorre a maior parte dos efeitos da interacção L-D. Esta situação altera-se quando são introduzidos reforços intermédios na alma (*e.g.*, em “v”), uma vez que, ao contrário da situação anterior, a encurvadura local é agora despoleta pelos banzos. A este respeito, apenas existem trabalhos de índole experimental realizados por Kwon e Hancock [3], Yap e Hancock [10] e, recentemente, por He *et al.* [11], todos eles incidindo sobre colunas encastradas com secção em C reforçadas na alma. No que diz respeito a estudos numéricos, os autores não conhecem qualquer trabalho sobre colunas com este tipo de secção e afectadas por interacção L-D – o presente trabalho visa preencher, pelo menos parcialmente, esta lacuna.

Este trabalho tem como objectivos fundamentais (i) proporcionar uma compreensão aprofundada sobre os aspectos mecânicos subjacentes à interacção L-D nas colunas em C reforçadas na alma, seleccionadas de modo a que a encurvadura local seja despoletada pelos banzos, e (ii) apresentar uma primeira contribuição para o desenvolvimento de uma metodologia de dimensionamento eficiente para estes elementos estruturais do tipo, baseada no Método da Resistência Directa (DSM)¹. O estudo paramétrico, efectuado através de análises por elementos finitos de casca no programa ABAQUS (Simulia Inc. [13]), é levado a cabo de forma a caracterizar o comportamento de pós-encurvadura (elástico e elasto-plástico) e resistência última de colunas com secção em C reforçada na alma, escolhidas de forma a evidenciar a maior ou menor relevância dos efeitos provenientes da interacção L-D. Os resultados apresentados correspondem a colunas com diferentes dimensões e tensões de cedência, seleccionadas de modo a conduzirem a uma gama variada de combinações entre (i) tensões críticas local e distorcional, e (ii) tensões de cedência e a maior das tensões críticas anteriores. Em seguida, compara-se a erosão da resistência última, devida ao acoplamento L-D, das colunas estudadas no presente trabalho e das colunas com “secções planas”, analisadas anteriormente pelos autores [9]. Finalmente, tecem-se algumas considerações sobre o impacto da investigação levada a cabo no dimensionamento de colunas de aço enformado a frio com diferentes “níveis” de interacção L-D.

¹ A este respeito, é importante referir que, recentemente, os autores obtiveram os primeiros resultados desta investigação (Martins *et al.* [12]), no âmbito de colunas com tensões críticas local e distorcional semelhantes (para as quais o efeito da interacção é máximo).

2. ANÁLISE LINEAR ESTABILIDADE – SELECÇÃO DA GEOMETRIA DAS COLUNAS

De forma a efectuar uma investigação numérica com o intuito de determinar cargas últimas de colunas em C reforçadas na alma com diferentes “níveis” de interacção L-D, é indispensável começar por seleccionar geometrias de colunas (dimensões da secção transversal e comprimentos) com diversas relações entre tensões críticas local e distorcional (*i.e.*, diferentes valores da razão $R_{DL}=f_{crd}/f_{crl}$). De forma análoga à efectuada em estudos semelhantes, a determinação da geometria das colunas foi realizada através de um processo de “tentativa e erro”, envolvendo sequências de análises lineares de estabilidade efectuadas através da Teoria Generalizada de Vigas (GBT) com o programa GBTUL (Bebiano *et al.* [14]) – devido à natureza modal da GBT, torna-se possível determinar cargas críticas de encurvadura associadas a modos individuais “puros” locais, distorcionais e globais. A discretização de todas as secções em C reforçadas na alma analisadas envolve 21 nós (9 naturais e 12 intermédios) e origina 21 modos de deformação (4 globais, 5 distorcionais e 12 locais) – a figura 2(a) mostra a configuração deformada de todos esses modos de deformação. Ao determinar as cargas críticas associadas a modos “puros” locais (f_{crl}), distorcionais (f_{crd}) e globais (f_{crg}) incluíram-se os seguintes modos de deformação:

- (i) f_{crg} : apenas os modos **2 + 4**, pois as cargas críticas globais são de flexão-torção (evidentemente, para colunas “muito longas” seria o modo **3**, *i.e.*, flexão em torno da menor inércia).
- (ii) f_{crd} : ao contrário do que foi feito nas colunas em C “planas” analisadas em [5], em cuja análise se incluíram a totalidade dos modos de deformação distorcionais, na análise das colunas com secção em C reforçada na alma incluíram-se apenas dois dos cinco modos distorcionais (modos **5 a 9** – ver figura 2(a)), em virtude dos três restantes serem denominados “distorcionais” apenas porque envolvem deslocamentos de nós naturais. Note-se que os modos **8 e 9** são claramente “modos locais disfarçados”, envolvendo curvatura simples e dupla na alma e correspondendo aos modos **7 e 8** das secções em C “planas”. Assim, f_{crd} foi determinada considerando apenas os modos de deformação **5 + 6**.
- (iii) f_{crl} : tendo em atenção o conteúdo do item anterior, os valores de f_{crl} foram calculados através de análises que incluem os modos de deformação **7 a 21**. Devido aos pequenos comprimentos das

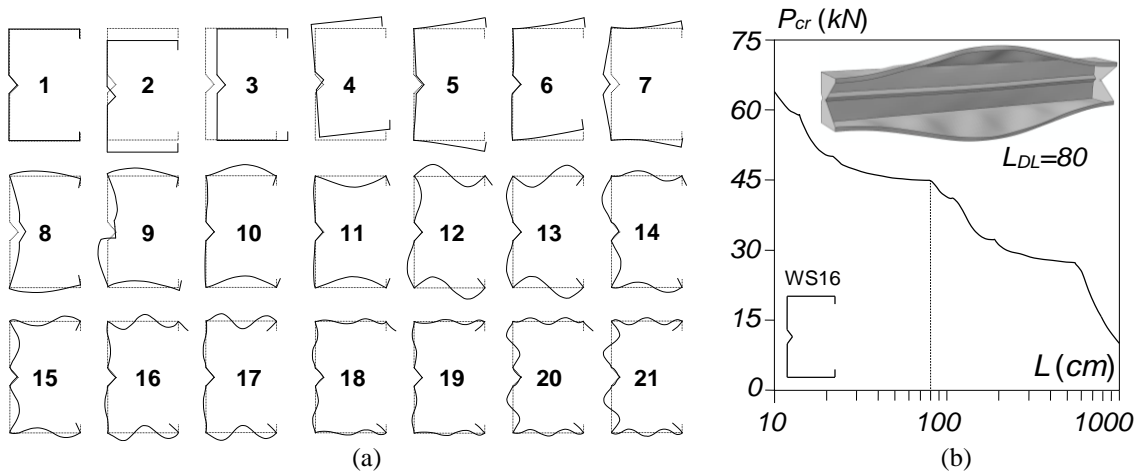


Figura 2. Colunas em C reforçadas na alma (a) configurações dos vários modos de deformação da GBT no plano da secção, e (b) variação de P_{cr} vs. L e modo de instabilidade para $L=80$ cm (WS16).

semi-ondas locais, as colunas foram discretizada longitudinalmente em números de elementos finitos de viga superiores aos utilizados para obter f_{crd} e f_{crg} – 40-60 elementos finitos neste caso.

O processo de selecção atrás descrito conduziu a 35 colunas cujas dimensões da secção transversal b_w , b_f , b_l , t (largura da alma/banzos/reforço de extremidade e espessura) e comprimentos L estão indicados na tabela 1 – as dimensões do reforço em forma de “v” são, em todas as colunas, $d_1=10\text{mm}$ e $d_2=20\text{mm}$ (ver figura 1(a)). O número de semi-ondas exibido pelos modos de instabilidade críticos local (n_l) e distorcional (n_d) são também indicados nessa tabela. Todas as colunas de aço enformadas a frio ($E=210\text{GPa}$, $\nu=0.3$) (i) exibem valores de R_{DL} tal que $0.40 < R_{DL} < 2.40$ e (ii) possuem tensões


	b_w	b_f	b_l	t	L	f_{crd}	n_d	f_{crl}	n_l	R_{DL}	f_{crg}	$\frac{f_{crg}}{f_{cr,max}}$	$\frac{f_{crg}}{f_{y,max}}$
WS1	170	130	12.0	2.400	1.70	136	2	343	11	0.40	1766	5.2	1.1
WS2	150	110	10.0	1.940	1.20	138	2	309	9	0.45	2723	8.8	1.7
WS3	150	110	10.0	2.000	1.00	165	2	329	7	0.50	3919	11.9	2.0
WS4	150	100	11.0	1.780	1.15	170	2	309	12	0.55	2914	9.4	1.5
WS5	150	100	10.0	1.510	1.15	133	2	221	12	0.60	2880	13.0	1.9
WS6	160	130	10.0	1.390	1.45	73	2	112	12	0.65	2150	19.2	2.5
WS7	160	130	10.0	1.400	1.20	80	1	113	10	0.70	3138	27.7	3.4
WS8	120	90	10.0	1.200	1.20	129	2	173	14	0.75	1816	10.5	1.2
WS9	150	95	12.0	1.360	1.10	157	1	196	12	0.80	3164	16.2	1.7
WS10	150	95	12.0	1.280	1.10	148	1	173	12	0.85	3164	18.3	1.8
WS11	120	90	10.0	1.100	0.90	128	1	142	11	0.90	3226	22.7	2.1
WS12	120	90	10.0	1.100	0.85	132	1	142	10	0.93	3616	25.5	2.2
WS13	120	90	10.0	1.100	0.80	137	1	142	10	0.96	4081	28.7	2.5
WS14	160	125	12.5	1.375	1.00	113	1	115	8	0.98	4583	40.0	3.3
WS15	120	90	10.0	1.075	0.80	134	1	136	10	0.99	4081	30.1	2.5
WS16	120	90	10.0	1.050	0.80	129	1	129	10	1.00	4081	31.7	2.6
WS17	160	125	12.5	1.325	1.00	109	1	106	8	1.02	4583	42.1	3.5
WS18	120	90	10.0	1.025	0.80	129	1	124	10	1.05	4081	31.6	2.7
WS19	160	125	12.5	1.300	1.00	108	1	103	8	1.06	4583	42.2	3.7
WS20	120	90	10.0	1.000	0.80	126	1	118	10	1.07	4081	32.3	2.8
WS21	150	95	12.0	1.030	1.10	122	1	112	12	1.09	3162	26.0	2.3
WS22	120	90	10.0	0.950	0.85	117	1	106	10	1.10	4080	34.9	3.1
WS23	120	90	10.0	0.895	0.90	115	1	96	11	1.20	3224	28.1	2.8
WS24	120	90	10.0	0.830	0.85	106	1	81	10	1.31	3614	34.0	3.6
WS25	120	90	10.0	0.800	0.90	107	1	76	11	1.40	3224	30.2	3.4
WS26	120	90	10.0	0.790	0.85	113	1	75	10	1.50	3614	32.1	4.0
WS27	150	100	10.0	0.766	0.90	89	1	56	10	1.60	4695	52.5	6.9
WS28	150	100	10.0	0.737	0.90	88	1	52	10	1.70	4695	53.4	7.4
WS29	160	125	12.3	0.950	1.00	102	1	56	9	1.82	4581	45.0	6.8
WS30	160	125	12.5	1.011	0.90	121	1	64	8	1.90	5656	46.8	7.4
WS31	160	125	12.5	1.030	0.85	132	1	66	7	2.00	6341	48.0	8.0
WS32	160	125	12.5	1.000	0.85	131	1	62	7	2.10	6341	48.4	8.4
WS33	160	120	12.5	1.000	0.85	148	1	67	7	2.20	7096	48.0	8.8
WS34	160	125	12.5	1.000	0.80	144	1	62	7	2.30	7158	49.8	9.5
WS35	160	125	12.5	0.927	0.85	128	1	53	7	2.40	6340	49.5	9.8

Tabela 1. Geometria das colunas em C reforçadas na alma, tensões críticas locais/distorcionais/globais, número de semi-ondas exibido pelos modos de instabilidade e relações entre as tensões relevantes (dimensões em mm e tensões em MPa).

críticas globais (ii₁) muito superiores às tensões críticas locais e distorcionais ($f_{cr,g}/f_{cr,max} > 5.2$, com $f_{cr,max} = \max(f_{cr,l}; f_{cr,d})$) e (ii₂) superiores à máxima tensão de cedência considerada ($f_{cr,g}/f_{y,max} > 1.1$), assegurando que não ocorre interacção com o modo global (flexão-torção), *i.e.*, interacção L-D-G – estas duas relações são também indicadas na tabela 1.

De forma a possibilitar uma investigação aprofundada acerca da influência da interacção L-D em colunas com cargas críticas com valores semelhantes, *i.e.*, onde o efeito da interacção é máximo, foram seleccionadas 12 colunas com valores de R_{DL} compreendidos entre 0.90 e 1.10. A título exemplificativo, a figura 2(b) representa (i) a variação da carga crítica, P_{cr} , com o comprimento, L , (em escala logarítmica) da coluna bi-encastada com $R_{DL}=1.00$ (coluna WS16 – ver tabela 1), e (ii) modo de instabilidade “misto” para $L_{DL}=80\text{cm}$, combinando uma semi-onda distorcional com dez semi-ondas locais. Tendo em consideração o comportamento de encurvadura desta coluna, é expectável que o seu comportamento de pós-encurvadura e resistência última sejam fortemente afectados por interacção L-D, manifestando-se predominantemente nos banzos.

3. COMPORTAMENTO DE PÓS-ENCURVADURA SUJEITO A INTERACÇÃO L-D

3.1. Modelação por Elementos Finitos

Nesta secção apresentam-se e discutem-se os resultados mais relevantes da investigação numérica levada a cabo com o objectivo de adquirir um conhecimento profundo sobre os aspectos mecânicos subjacentes à interacção L-D, despoletada pela encurvadura local nos banzos, em colunas encastadas com secção em C reforçadas na alma. Todos os resultados foram obtidos através de análises por elementos finitos de casca realizadas no programa ABAQUS [13] utilizando modelos elásticos e/ou elásticos-perfeitamente plásticos adoptados anteriormente por Dinis *et al.* [15] e que envolvem (i) colunas descritizadas em malhas finas de elementos isoparamétricos de 4 nós (elementos S4 na nomenclatura do ABAQUS) com uma relação comprimento/largura próxima de 1, (ii) secções de encastamento modeladas através de placas rígidas fixadas nas secções extremas, e, no que diz respeito ao material, (iii) modelando a lei constitutiva como linear-elástica/perfeitamente plástica – a influência das tensões residuais e do endurecimento dos cantos são desprezadas no modelo.

3.2. Comportamento de Pós-Encurvadura Elasto-Plástico

A figura 3(a) mostra a trajectória de equilíbrio elasto-plástica P/P_{cr} vs. v/t (v é o deslocamento vertical da ligação banzo-reforço na secção de meio-vão) da coluna WS16 ($R_{DL}=1.00$) contendo (i) uma imperfeição geométrica inicial com a configuração do modo de instabilidade distorcional “puro” com deslocamentos do banzo-reforço “para dentro”, normalizado de forma a que o deslocamento máximo seja igual a $0.1t$ – esta configuração conduz à menor resistência da coluna, conforme foi concluído em [12], e (ii) valores distintos da tensão de cedência, associados a nove esbeltezas críticas $\lambda_{cr} = (f_y/f_{cr})^{0.5}$ (recorde-se que, nestas colunas, se tem $f_{cr} = f_{cr,d} = f_{cr,l}$) que cobrem uma gama alargada: 1.00, 1.25, 1.50, 1.75, 2.00, 2.50, 3.00, 3.25, 3.50, ∞ – o último valor correspondendo ao comportamento elástico. Na figura 3(b) inclui a configuração deformada e o diagrama de deformações plásticas na iminência do colapso das colunas com $\lambda_{cr}=1.00, 1.75, 3.00, 3.50$ – note-se que, na coluna $\lambda_{cr}=1.00$ (figura 3(b)), os deslocamentos estão ampliados 30 vezes. Por outro lado, a figura 3(c) diz respeito à coluna com $\lambda_{cr}=3.25$ e mostra quatro diagramas de deformações plásticas, correspondendo aos pontos

de equilíbrio indicados na trajetória equilíbrio da figura 3(a), e inclui (i) um estado elástico, (ii) o estado imediatamente após a cedência da primeira fibra, (iii) o estado na iminência do colapso e, finalmente, (iv) um estado no ramo descendente da trajetória de equilíbrio. A observação destas trajetórias de equilíbrio leva às seguintes conclusões:

- (i) Em primeiro lugar, as 9 colunas reforçadas na alma exibem interação L-D, particularmente visível nos banzos (ver figura 3(b)). Este acoplamento modal (i_1) é “intrínseco à coluna” e devido à proximidade entre as tensões críticas local e distorcional, (i_2) evolui gradualmente com o carregamento da coluna, e (i_3) ocorre independentemente do valor da tensão de cedência (desde que f_y/f_{cr} não seja significativamente inferior a 1.0, caso em que o colapso envolve basicamente plasticidade), *i.e.*, este fenómeno corresponde à denominada “interacção L-D genuína”, designação proposta pelos autores [9] no contexto de colunas com “secções planas”.
- (ii) A natureza e as características do comportamento de pós-encurvadura da coluna elasto-plástica e do mecanismo de colapso dependem claramente do valor da esbelteza crítica λ_{cr} .
- (iii) Nas colunas $\lambda_{cr}=1.00$ e $\lambda_{cr}=1.25$ (*i.e.*, quando λ_{cr} é próximo de 1.0), a cedência inicia-se quando a distribuição das tensões normais ainda “não é muito diferente de uniforme” e, por este motivo, desencadeia um colapso (plástico) brusco (ver figura 3(a)).

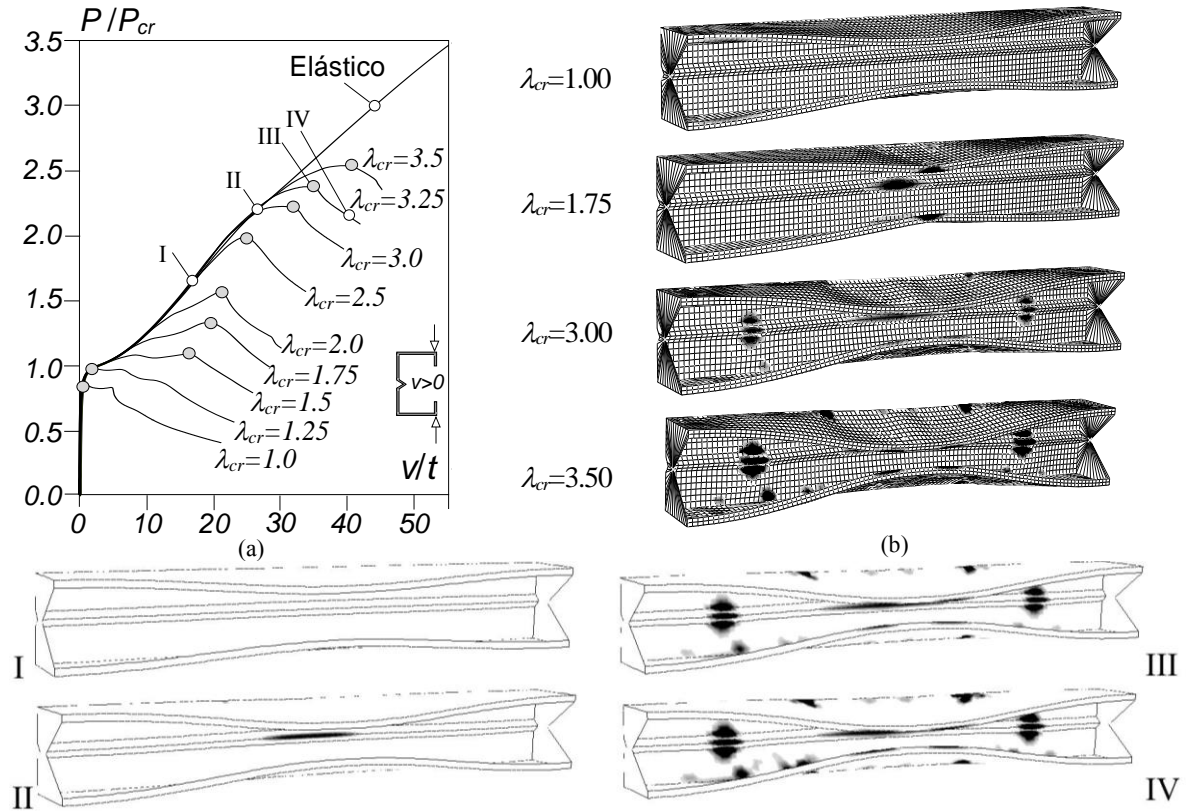


Figura 3. Coluna WS16: (a) trajetória de equilíbrio P/P_{cr} vs. v/t com imperfeição distorcional “a fechar” e 9 esbeltezas críticas, (b) modos de colapso e diagramas de deformações plásticas para $\lambda_{cr} = \{1.0, 1.75, 3.0, 3.5\}$, e (c) configurações deformadas e diagramas de deformações plásticas para 4 pontos da trajetória de equilíbrio ($\lambda_{cr} = 3.25$).

- (iv) Por outro lado, nas colunas com maiores esbeltezes críticas, a cedência inicia-se quando a distribuição das tensões normais já é “claramente não uniforme” e, por isso, não conduz a um colapso imediato – o colapso ocorre após uma erosão/degradação suave da rigidez. Note-se que, nas colunas em C reforçadas na alma, existe uma significativa reserva de resistência elasto-plástica (figura 3(a)) – *e.g.*, a coluna $\lambda_{cr}=3.25$ exibe 14% de diferença entre a carga de cedência e a carga de colapso, a qual está relacionada com a grande reserva de resistência pós-crítica dos modos distorcional e local (sobretudo o último).
- (v) Na coluna $\lambda_{cr}=3.25$, o regime elástico (diagrama I da figura 3(c)) termina quando se inicia a plastificação dos reforços intermédios na secção de meio-vão (diagrama II da figura 3(c)). Com o incremento da carga, a plasticidade propaga-se rapidamente em direcção às ligações alma-banzo ao longo de todo o comprimento da coluna (diagrama III da figura 3(c)). O comportamento desta coluna é claramente distinto do observado nas colunas com secção em C “planas”, o que resulta da diferente evolução da distribuição de tensões. Por outro lado, a comparação entre os resultados apresentados neste trabalho e os publicados em [7], no contexto de secções em C “planas”, mostra que a introdução do reforço intermédio na alma implica um aumento significativo de resistência de pós-encurvadura, devido à maior rigidez transversal de flexão da alma, o que origina menores desvios do centro de gravidade efectivo (uma característica que influencia bastante a perda de rigidez da coluna e a consequente erosão da respectiva resistência última).

4. MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRECTA (DSM)

4.1. Revisão e Extensão a Colunas com Secção em C Reforçada na Alma

As estruturas de aço enformadas a frio são frequentemente constituídas por secções com geometrias complexas, na medida em que possuem um elevado número de paredes, incluindo reforços de extremidade e/ou intermédios. Este facto faz com que a aplicação do tradicional “método da largura efectiva” (EWM) seja bastante morosa (grande número de cálculos) e, portanto, pouco recomendável para aplicações correntes – para além disso, o EWM foi desenvolvido, calibrado e validado quase exclusivamente no âmbito da encurvadura local, sendo a sua extensão ao caso da encurvadura distorcional é essencialmente empírica (isto é, não está associada a qualquer modelo estrutural) e algo discutível do ponto de vista conceptual. Com o objectivo de ultrapassar as limitações do EWM, Schafer e Peköz [1] desenvolveram o denominado “Método da Resistência Directa” (DSM), a partir de uma ideia original publicada alguns anos antes por Hancock *et al.* [2]. Hoje em dia, o DSM é universalmente aceite no âmbito do dimensionamento de estruturas de aço enformado a frio, na medida em que tem mostrado ser uma excelente alternativa para obter estimativas eficazes (seguras e precisas) da resistência última de colunas e vigas enformadas a fio, calculadas exclusivamente com base no conhecimento da tensão de cedência e das tensões críticas de instabilidade local, distorcional e global. No que respeita a colunas, os valores nominais da resistência última associada a colapsos locais (f_{NL}) e distorcionais (f_{ND}) são fornecidos por expressões de “tipo Winter”, calibradas através da comparação com um elevado número de cargas últimas experimentais e numéricas (envolvendo sobretudo colunas bi-encastadas) – estas expressões podem ser consultadas, por exemplo, no estado-da-arte publicado por Schafer [16]. No entanto, existem algumas outras abordagens baseadas no DSM que foram desenvolvidas para contabilizar os efeitos

da interacção L-D, duas delas propostas por Schafer [17], as quais seguem a metodologia já aplicada para tratar a interacção local-global (L-G). A ideia consiste em substituir f_y (i) por f_{ND} nas expressões de f_{NL} (abordagem NLD – f_{NLD}) ou (ii) por f_{NL} nas expressões de f_{ND} (abordagem NDL – f_{NDL}). Há cerca de três anos foi ainda proposta, no contexto de colunas bi-encastadas com secção em C afectadas por “interacção L-D genuína”², uma nova abordagem “tipo DSM” (abordagem MNDL – f_{MNDL} [7]), a qual foi muito recentemente extendida a colunas com outras secções: em “Hat”, “Z” e “Rack” sem reforços intermédios [8]. Esta abordagem preconiza que (i) se considere f_{ND} para $\lambda_D < 1.5$ e, para colunas mais esbeltas ($\lambda_D \geq 1.5$) (ii) se modifique a resistência local (f_{NL}) na expressão da abordagem NDL – a resistência local modificada, designada por f_{NL}^* , depende do quociente entre os comprimentos críticos associados às encurvadura distorcionais e locais, L_{crD}/L_{crL} , obtidos através da análise de colunas simplesmente apoiadas – é dada por

$$f_{NL}^* = \begin{cases} f_y & , \quad \frac{L_{crD}}{L_{crL}} \leq 4 \\ f_y + \left(1 - 0.25 \frac{L_{crD}}{L_{crL}}\right) \times (f_y - f_{NL}) & , \quad 4 < \frac{L_{crD}}{L_{crL}} < 8 \\ f_{NL} & , \quad \frac{L_{crD}}{L_{crL}} \geq 8 \end{cases} \quad (1)$$

Recentemente, os autores [9] alargaram o domínio de aplicação da abordagem MNDL, desenvolvida para colunas sem reforços intermédios afectadas por “interacção L-D genuína”, a colunas desse tipo mas podendo também exibir “interacção L-D devida a bifurcação secundária”: apesar de as tensões críticas local e distorcional estarem relativamente afastadas, ocorre interacção L-D devido à grande (moderada) reserva de resistência pós-crítica associada à encurvadura local (distorcional). Verificou-se que abordagem referida fornece resultados precisos para colunas em que $0.70 < R_{DL} < 1.60$.

Conforme foi referido em [12], a abordagem MNDL não pode ser directamente aplicada a colunas com reforços intermédios, dado que os limites da razão L_{crD}/L_{crL} indicados em (1) não são apropriados para esta colunas. Felizmente, é possível manter a elegância da abordagem MNDL e, mesmo assim, obter estimativas eficazes para colunas com secção em C reforçadas na alma. Para isso, é suficiente determinar limites de L_{crD}/L_{crL} mais adequados a este tipo de colunas, como se tinha já antecipado em [7], o que pode ser efectuado através da resolução de um problema de optimização. Antes de abordar esse problema, que visa obter limites inferior e superior para L_{crD}/L_{crL} , designados respectivamente por “a” e “b” (ver figura 4), é necessário generalizar a abordagem MNDL para outras secções transversais. Esta generalização é feita admitindo que se mantém a essência da abordagem, passando os limites de validade das expressões que fornecem f_{NL}^* a ser “a” ($L_{crD}/L_{crL} \leq a$) e “b” ($L_{crD}/L_{crL} \geq b$) (note-se que para $a=4$ e $b=8$ é-se conduzido a (1))

$$f_{NL}^* = \begin{cases} f_y & , \quad \frac{L_{crD}}{L_{crL}} \leq a \\ f_y + \left(\frac{a}{b-a} - \frac{1}{b-a} \frac{L_{crD}}{L_{crL}}\right) \times (f_y - f_{NL}) & , \quad a < \frac{L_{crD}}{L_{crL}} < b \\ f_{NL} & , \quad \frac{L_{crD}}{L_{crL}} \geq b \end{cases} \quad (2)$$

² Esta abordagem foi desenvolvida, calibrada e validada com base em resultados numéricos de resistências últimas de colunas com valores muito próximos das cargas críticas locais e distorcionais, nomeadamente valores de R_{DL} compreendidos entre 0.90 e 1.10.

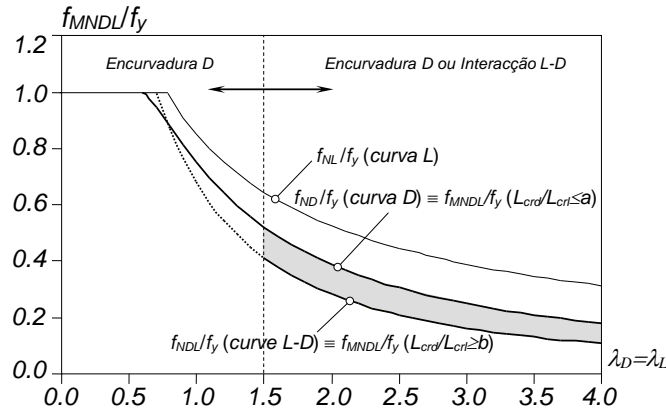


Figura 4. Abordagem MNDL generalizada: variação de f_{MNDL}/f_y com a esbelteza, admitindo $\lambda_D = \lambda_L$ (adaptado de [7]).

O problema de optimização para determinar a variável de decisão $\mathbf{x} = [a, b]$ é formulada como um problema de minimização com a (única) função objectivo definida por

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (f_{U,i}^{SFEA} - f_{U,i}^{MNDL}(\mathbf{x}))^2 \quad (3)$$

o que significa que se tem, simplesmente,

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a. : } \quad b - a > 0 \\ \quad \quad a, b \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

onde (i) $f_{U,i}^{SFEA}$ e $f_{U,i}^{MNDL}$ correspondem aos i -ésimos valores da resistência última numérica e respectiva estimativa obtida através da abordagem MNDL (baseada na resistência local modificada definida em (2)) e (ii) “ n ” é o número total de resultados numéricos considerados. Relativamente ao problema de optimização, é importante notar que:

- (i) A função $f_{U,i}^{MNDL}$ apenas depende das variáveis de decisão e é descontínua para $\lambda_D = 1.5$.
- (ii) Tomam-se valores discretos (superiores a 1) para as variáveis de decisão, mesmo que o problema homólogo com variáveis contínuas conduza a melhores estimativas.
- (iii) Devido ao conteúdo dos pontos anteriores, o problema de minimização foi resolvido utilizando Algoritmos Genéticos, um método estocástico com enorme popularidade e baseado na teoria da evolução de Darwin, o qual foi originalmente proposto por John Holland em 1975.
- (iv) A aplicação desta técnica, utilizando como “base de dados” os resultados das resistências últimas das colunas com secção em C reforçadas na alma com $0.70 < R_{DL} < 1.60$, conduziu a $a=8$ e $b=12$. Deve realçar-se que, se as variáveis de decisão fossem tomadas como contínuas, a “solução óptima” seria $a=7.70$ e $b=12.16$, com um decréscimo da na função objectivo (3) de apenas 0.90%.

4.2. Avaliação das Estimativas das Resistências Últimas Numéricas

As resistências últimas numéricas obtidas neste trabalho são comparadas em seguida com as suas estimativas fornecidas pelas (i) expressões do DSM presentemente codificadas, *i.e.*, as curvas relativas

a colapsos locais ($L - f_{NL}$) e distorcionais ($D - f_{ND}$), bem como (ii) pelas metodologias baseadas no DSM especialmente desenvolvidas para contabilizar os efeitos da interacção L-D (NDL, NLD e MNDL – f_{NDL} , f_{NLD} e f_{MNDL}). Os resultados apresentados e discutidos correspondem a uma amostra representativa das colunas identificadas na tabela 1 (devido a limitações de espaço, não é possível apresentar a totalidade dos resultados), selecionada de modo a abranger toda a gama de valores de R_{DL} considerados, permitindo assim avaliar a qualidade de todas as estimativas fornecida pelo DSM: colunas WS1-5-9-16-24-27-31-35 ($R_{DL}=0.40-0.60-0.80-1.00-1.30-1.60-2.00-2.40$). De forma a tornar a exposição o mais clara possível, decidiu-se (i) apresentar em primeiro lugar os resultados referentes às colunas com secção em C reforçadas na alma de forma isolada (figura 5-6) e, posteriormente, (ii) compará-los com os relativos a colunas com secção em C sem reforços intermédios e valores de R_{DL} semelhantes (*i.e.*, para níveis de interacção L-D idênticos – figuras 8-9), recentemente publicados pelos autores [9] – em ambos os casos, cada uma das 8 colunas foi analisada com 9 tensões de cedência distintas, permitindo assim abranger uma gama alargada de esbeltezas críticas (locais ou distorcionais). As figuras 5(a₁)-(b₄) e 6(a₁)-(b₄) mostram a variação de f_u/f_y com λ_L e λ_D para as 8 colunas com secção em C referidas no parágrafo anterior. Os valores numéricos de f_u/f_y são comparados, para cada valor de R_{DL} , com as estimativas (i) f_{NL} ou f_{ND} , (ii) f_{NDL} e (iii) f_{MNDL} – os últimos valores baseiam-se nos limites de L_{crD}/L_{crL} determinados na secção anterior ($a=8$ e $b=12$)³. A análise comparativa de todos os resultados e comparações apresentados conduz às seguintes observações:

- (i) Em primeiro lugar, todos os valores numéricos de f_u/f_y estão distribuídos e alinhados ao longo de curvas de “tipo Winter”.
- (ii) De uma forma geral, todas as observações referidas em [9], no contexto de colunas com secção em C sem reforços intemédios, se mantêm qualitativamente válidas na presença desses reforços.
- (iii) Como seria de esperar, os valores de f_{ND} fornecem estimativas das cargas últimas seguras que são razoavelmente precisas para as colunas com $R_{DL}=0.40$ e $R_{DL}=0.60$, não se observando erosão da resistência última devido à interacção L-D. De facto, estas colunas exibem modos de colapso distorcionais e apenas nas mais esbeltas são perceptíveis deformações locais (causadas por uma “bifurcação local secundária”, a qual ocorre devido à elevada tensão de cedência). A título ilustrativo, a figura 7(a₁) mostra o modo de colapso de uma coluna nestas circunstâncias, nomeadamente a coluna com $R_{DL}=0.50$ e $\lambda_{cr}=3.25$ – na figura 7(a₂) está representado apenas o banzo superior dessa coluna, com os deslocamentos ampliados de 2.5 vezes, sendo visível a presença de deformações locais de pequena amplitude (embora claramente perceptíveis). Por fim, note-se que se tem $f_{ND}=f_{MNDL}$ para as colunas com $R_{DL}=0.40$ e $R_{DL}=0.60$.
- (iv) Por outro lado, como também seria de esperar, os valores de f_{NL} fornecem estimativas precisas das cargas últimas das colunas poucos esbeltas para $R_{DL}>1.00$, uma vez que estas colunas exibem colapsos claramente locais. Por exemplo, a figura 7(b₁) mostra o modo de colapso local (ampliado 10 vezes) da coluna com $R_{DL}=2.40$ e $\lambda_{cr}=1.25$ – a figura mostra também a redistribuição das tensões normais que está na origem do conhecido conceito de “largura efectiva”, originalmente proposto por von Kármán *et al.* [18]. Quanto às colunas esbeltas com $R_{DL}>1.00$ ($R_{DL}=1.30$, $R_{DL}=1.60$, $R_{DL}=2.00$ e $R_{DL}=2.40$ – figuras 6(a₁)-(a₄)), em praticamente todas elas as cargas últimas

³ Uma vez que cada gráfico das figuras 5 e 6 corresponde a uma única coluna (com várias tensões de cedência), é possível apresentar a respectiva abordagem MNDL, associada ao valor particular de L_{crD}/L_{crL} exibido por essa coluna (indicado entre parêntesis).

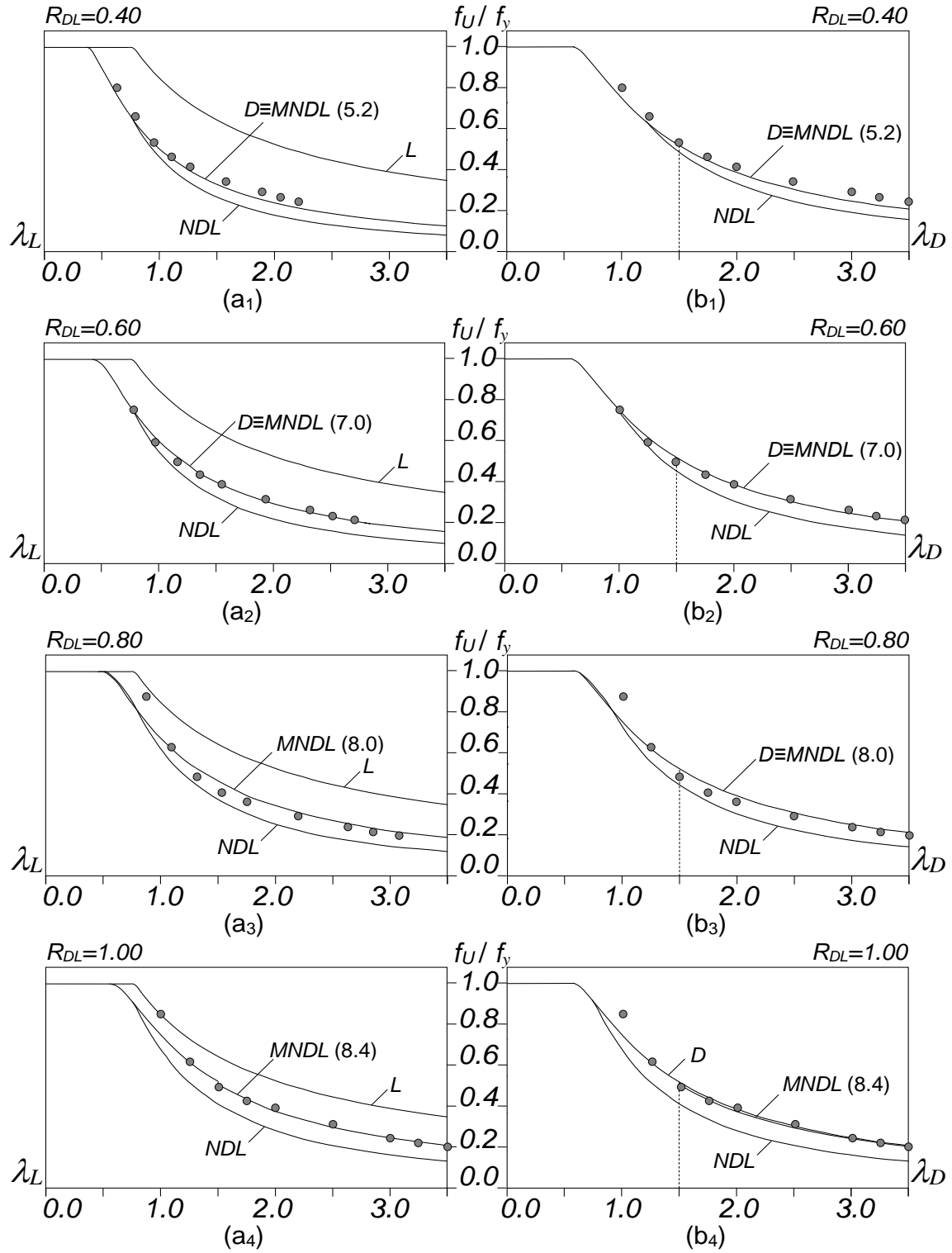


Figura 5. Variação de f_u/f_y e das estimativas do DSM com (a) λ_L ou (b) λ_D para (1)-(4) $R_{DL}=0.40-0.60-0.80-1.00$ (colunas com secção em C reforçada na alma).

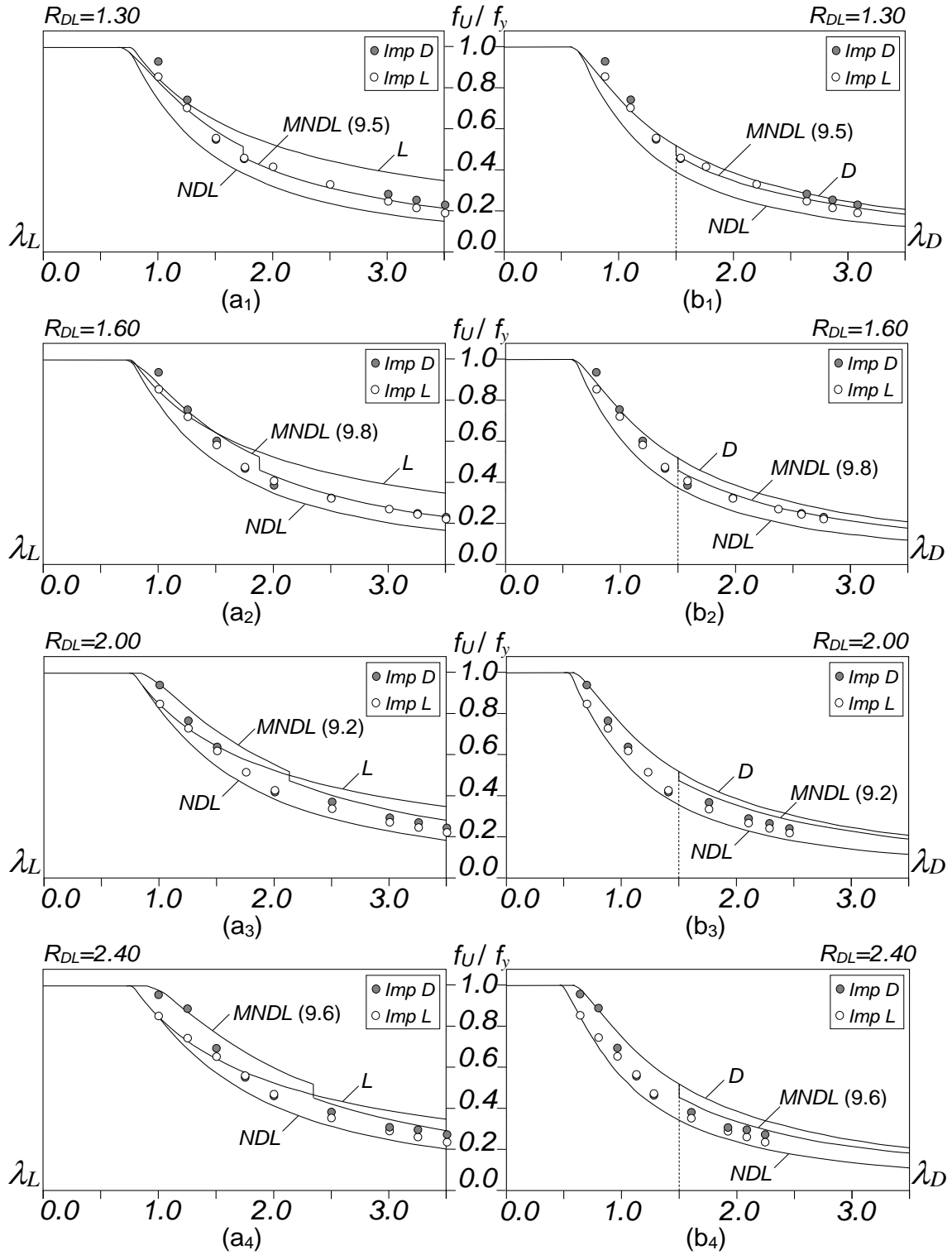


Figura 6. Variação de f_u/f_y e das estimativas do DSM com (a) λ_L ou (b) λ_D para (1)-(4) $R_{DL}=1.30-1.60-2.00-2.40$ (colunas com secção em C reforçada na alma).

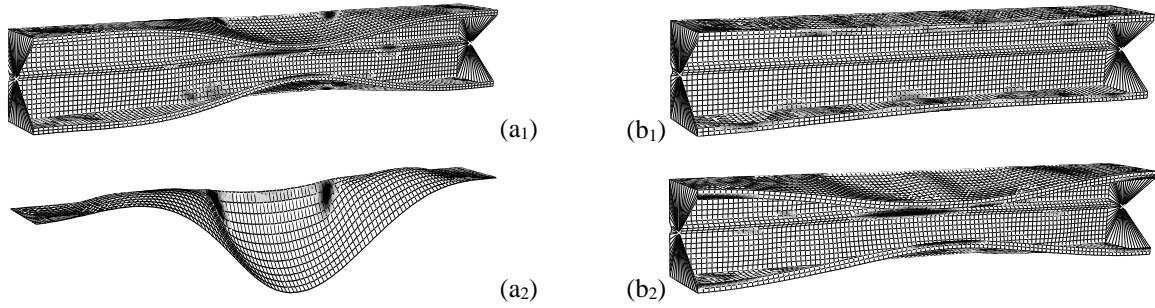


Figura 7. Modos de colapso e diagramas de extensão plástica da (a₁)-(a₂) coluna WS3 com $\lambda_{cr}=3.5+D$ (incluindo pormenor do banzo superior), e da (b) coluna WS35 com (b₁) $\lambda_{cr}=1.25+L$ e (b₂) $\lambda_{cr}=3.5+L$.

são sobrestimadas pelas curvas de resistência local e distorcional, o que indicia claramente a ocorrência de interação L-D (causada por uma “bifurcação secundária distorcional”). A figura 7(b₂) mostra o modo de colapso (ampliado 2 vezes) da coluna $R_{DL}=2.40$ com $\lambda_{cr}=3.5$, o qual exhibe distintamente interação L-D. Naturalmente, o valor de λ_{cr} para o qual a interação L-D se torna cada vez menos relevante aumenta com R_{DL} . Por outro lado, e de uma forma geral, as resistências últimas das colunas com $R_{DL}>1.00$ tendem a ser cada vez menos sobrestimadas pelos valores de f_{NL} à medida que R_{DL} aumenta (mudança da “interacção L-D genuína” para uma “bifurcação secundária distorcional”) e λ_L diminui, uma vez que os efeitos da interacção L-D se tornam cada vez menos relevantes – o número de estimativas precisas, indicando colapsos locais, aumenta (lentamente) com R_{DL} (ver figuras 6(a₁)-(a₄)).

- (v) Em virtude do exposto no ponto anterior, a esmagadora maioria das resistências últimas das colunas com $R_{DL}=0.80$, $R_{DL}=1.00$, $R_{DL}=1.30$ e $R_{DL}=1.60$ não são adequadamente estimadas pelas curvas codificadas do DSM relativas a colapsos locais e distorcionais – é necessário recorrer à abordagem MNDL para obter estimativas precisas dessas cargas últimas numéricas.
- (vi) Logicamente, nas colunas com $R_{DL}=1.00$ a interacção ocorre para toda a gama de esbeltezes, tal como é ilustrado nas figura 5(a₄)-(b₄) – note-se a diferença entre as cargas últimas numéricas e as suas estimativas f_{ND} . O mérito da abordagem MNDL é claramente evidenciado nestas figuras.

As figuras 8(a₁)-(b₄) e 9(a₁)-(b₄) são análogas às figuras 5(a₁)-(b₄) e 6(a₁)-(b₄) e mostram igualmente a variação de f_u/f_y com λ_L e λ_D para as 8 colunas com secção em C sem reforços intermédios (SR) e reforçadas na alma (RA) – as únicas diferenças reside (i) na inclusão dos resultados relativos às colunas SR, retirados de [9], e (ii) na exclusão das curvas de resistência MNDL, uma vez que a qualidade dessas estimativas já foi avaliada (e as figuras ficam mais legíveis). O objectivo desta comparação é avaliar a qualidade das estimativas das cargas últimas numéricas fornecidas pelo DSM para estes dois conjuntos de colunas, as quais exibem “níveis de interacção” idênticos. A análise destes resultados conduz às seguintes conclusões:

- (i) Em primeiro lugar, recorde-se que todas as colunas com $R_{DL}>1.00$ foram analisadas com imperfeições geométricas iniciais com a forma dos modos de instabilidade locais (críticos) e distorcionais. Apesar de os primeiros originarem cargas últimas mais reduzidas, as diferenças são quase sempre insignificantes (todas as excepções correspondem a colunas pouco esbeltas, para as quais a plasticidade antecede a encurvadura distorcional).

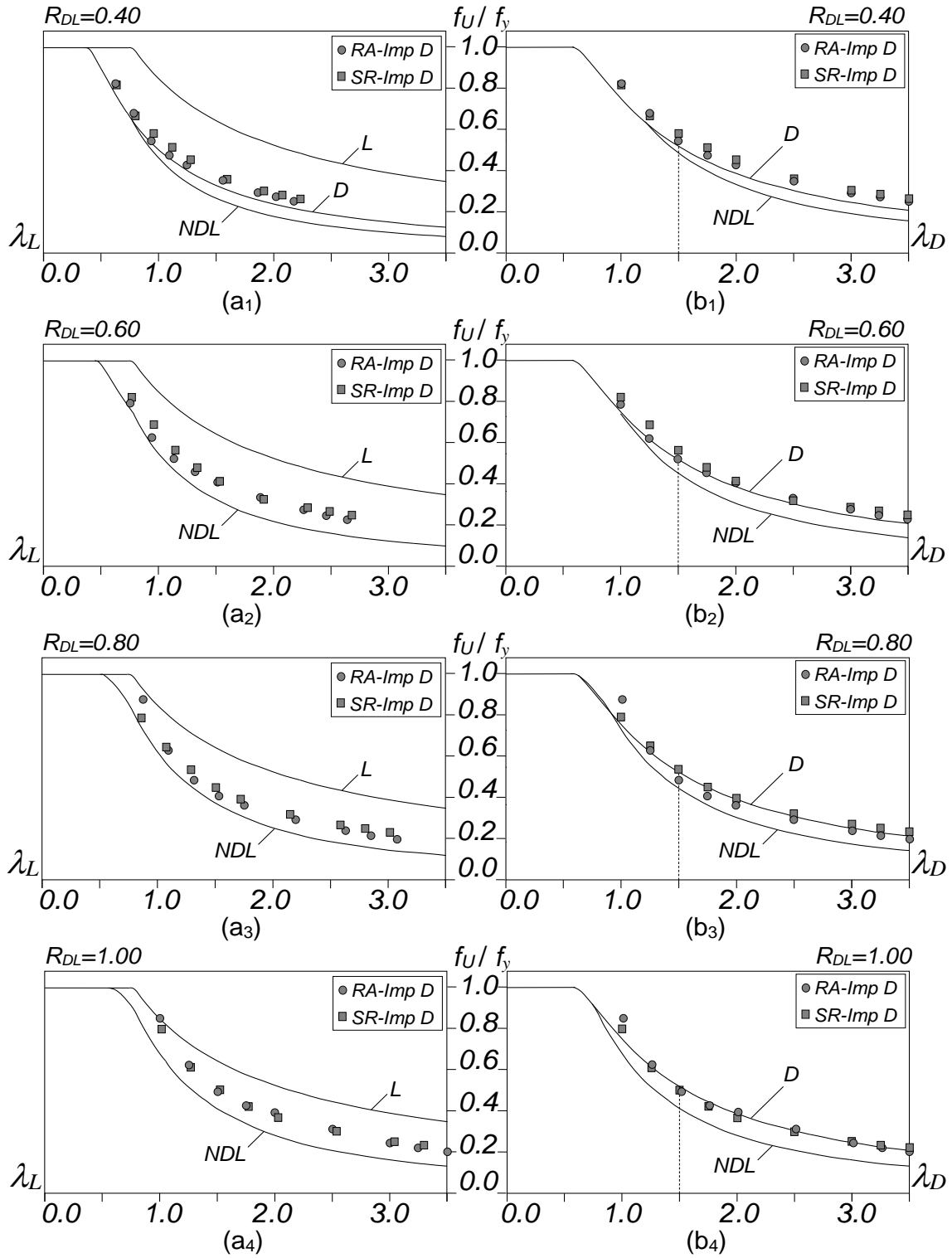


Figura 8. Variação de f_U/f_Y e estimativas da resistência local e distorsional fornecidas pelo DSM com (a) λ_L ou (b) λ_D para (i)-(4) $R_{DL}=0.40-0.60-0.80-1.00$ (colunas com secção em C sem reforços intermédios e reforçadas na alma).

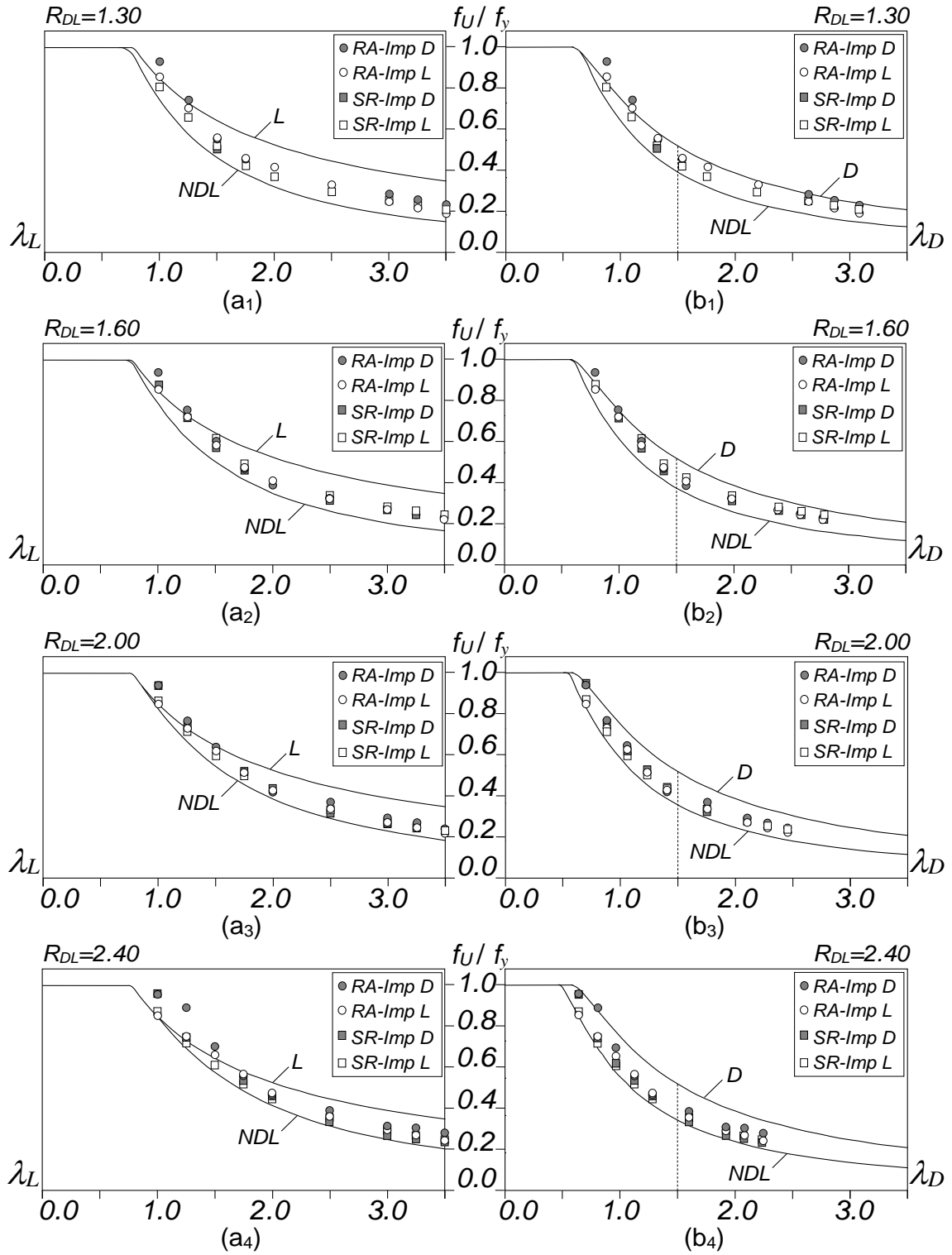


Figura 9. Variação de f_u/f_y e estimativas da resistência local e distorçional fornecidas pelo DSM com (a) λ_L ou (b) λ_D para (i)-(4) $R_{DL}=1.30-1.60-2.00-2.40$ (colunas com secção em C sem reforços intermédios e reforçadas na alma).

- (ii) Em termos qualitativos, os resultados numéricos relativos a ambas os conjuntos de colunas são semelhantes. De facto, para os mesmos valores de R_{DL} e esbelteza, os valores numéricos f_U/f_y são praticamente coincidentes, apesar de as cargas últimas das colunas em C reforçadas na alma serem ligeiramente superiores. É importante salientar que todas as cargas últimas foram obtidas considerando imperfeições geométricas com a forma do modo de instabilidade distorcional (crítico ou não), envolvendo deslocamentos da ligação banzo-reforço “para fora” nas colunas SR e “para dentro” nas colunas RA.
- (iii) Com base no conteúdo do ponto anterior, e tendo em atenção os resultados do estudo paramétrico (limitado) efectuado, parece ser viável dimensionar conjuntamente os dois tipos de colunas em relação a colapsos associados a níveis semelhantes de interacção L-D⁴.

A partir dos resultados numéricos obtidos para as colunas com secção em C reforçada na alma, é possível extrair algumas conclusões preliminares sobre a qualidade das várias metodologias de dimensionamento baseadas no DSM. Com este intuito, as figuras 10(a)-(d) mostram, respectivamente, as variações (i) de f_U/f_{ND} com λ_L , (ii) de f_U/f_{NL} com λ_D , (iii) de f_U/f_{NDL} com λ_D e (iv) de f_U/f_{MNDL} com λ_D ⁵. Note-se que as figuras 10(a)-(b) dizem respeito a colunas com $R_{DL} \leq 1.0$ e $R_{DL} > 1.0$, respectivamente, enquanto nas restantes figuras estão incluídos os resultados relativos a todas as colunas. Para além disso, a carga última corresponde (i) a $f_{U,D}$, para $R_{DL} \leq 1.10$, e (ii) ao menor valor de entre $f_{U,D}$ e $f_{U,L}$, para $R_{DL} > 1.10$ – $f_{U,D}$ e $f_{U,L}$ são as cargas últimas de colunas contendo imperfeições com a forma dos modos de instabilidade distorcional e local, respectivamente. A observação destas figuras permite concluir que:

- (i) Conforme foi já referido por vários investigadores, as curvas de dimensionamento codificadas do DSM (f_{NL} e f_{ND}) são incapazes de “capturar” a erosão da resistência última devida à interacção L-D. No primeiro caso, curva de resistência local apresenta indicadores muito pobres: média e desvio padrão iguais a 0.79 e 0.14, respectivamente, e valor mínimo de 0.53 – as únicas estimativas precisas dizem respeito às colunas pouco esbeltas com valores de R_{DL} elevados, cujos colapsos são locais, e por consequência, não são afectados por interacção L-D (e.g., as colunas com $R_{DL}=2.00$ e $R_{DL}=2.40$ – ver as figuras 10(a₃)-(a₄)). Quanto aos valores de f_{ND} , a qualidade dos indicadores é muito maior (estimativa precisas e maioritariamente seguras): média e desvio padrão iguais a 1.03 e 0.08, respectivamente, e valor mínimo de 0.88 – note-se que as estimativas inseguras, visíveis na figura 10(a), dizem respeito às colunas afectadas por “interacção L-D genuína” (ver também as figuras 5(b₃)-(b₄)).
- (ii) Os valores relativos à abordagem NDL (f_{NDL}) são conservativos, com uma única excepção em que o rácio f_U/f_{NDL} é inferior (mas muito próximo de) a 1.0 – ver a figura 10(c) e também as figuras 5 e 6(a₁)-(b₄). No entanto, a esmagadora maioria dos resultados numéricos são demasiado subestimados, particularmente nas colunas com esbeltezas elevadas.
- (iii) Os valores de f_{MNDL} são claramente as melhores estimativas das cargas últimas, como se vê na figura 10(d) e se comprova através dos indicadores de f_U/f_{MNDL} : (iii₁) média e desvio padrão iguais a 1.00 e 0.07, respectivamente, e (iii₂) valores mínimo e máximo iguais a 0.84 e 1.18.

⁴ Os autores encontram-se presentemente a investigar se esta afirmação pode ser alargada ao caso de colunas com secção em C reforçadas na alma e nos banzos.

⁵ A inclusão da aparente “ilógica” variação de f_U/f_{ND} vs. λ_L e f_U/f_{NL} vs. λ_D (em vez da mais “lógica” f_U/f_{ND} vs. λ_D e f_U/f_{NL} vs. λ_L) foi adoptada de forma a melhorar a legibilidade da figura, uma vez que, na última hipótese, os valores de f_U/f_{ND} e f_U/f_{NL} estão localizados na mesma linha vertical e “em cima uns dos outros”.

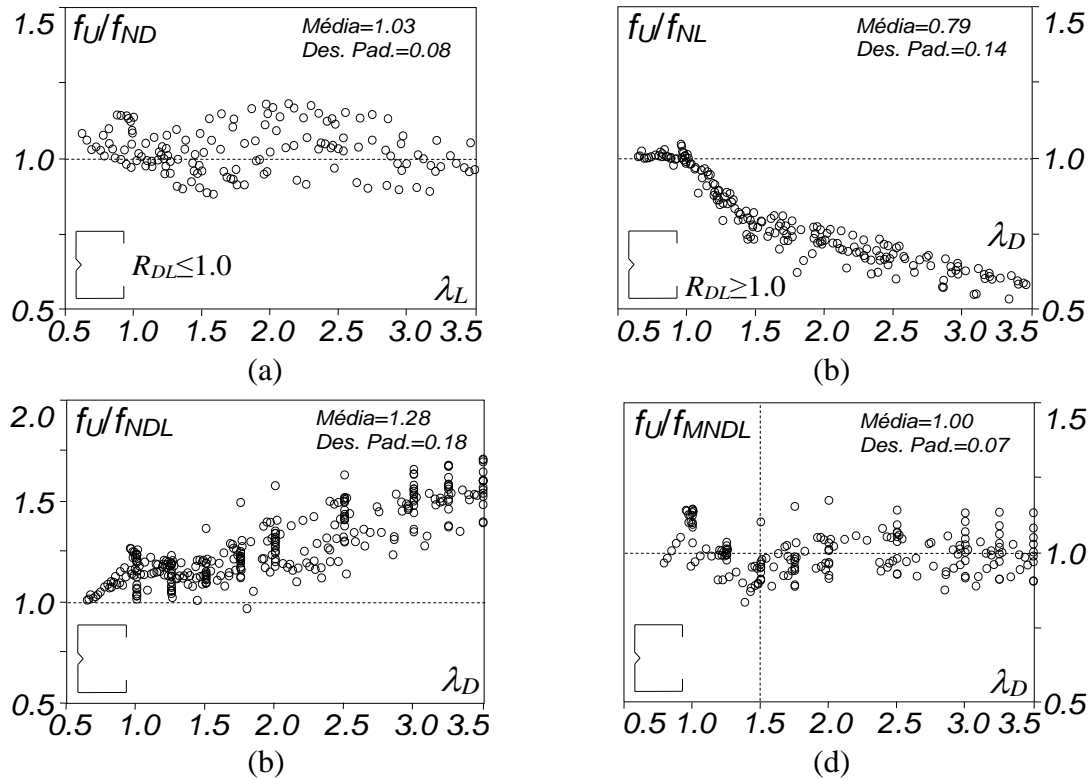


Figura 10. Variação de (a) f_U/f_{ND} com λ_L , (b) f_U/f_{NL} com λ_D , (c) f_U/f_{NDL} com λ_D e (d) f_U/f_{MNDL} com λ_D , para as colunas em C reforçadas na alma (RA).

5. CONCLUSÕES

Apresentaram-se neste trabalho os resultados de uma investigação numérica, efectuada através de análises por elementos finitos de casca realizadas com o programa ABAQUS, sobre a influência da interacção L-D no comportamento de pós-encurvadura, na resistência última e no dimensionamento de colunas bi-encastadas com secção em C reforçada na alma. Começou-se por abordar a metodologia adoptada para seleccionar as colunas em C reforçadas na alma a analisar, baseada em análises de estabilidade através da GBT – pretendia-se obter geometrias com diferentes relações entre as tensões críticas locais e distorcionais. Em seguida, considerou-se uma coluna com tensões críticas local e distorcional muito próximas e estudou-se o comportamento mecânico associado à “interacção L-D genuína”. Posteriormente, apresentaram-se e discutiram-se os resultados de um estudo paramétrico envolvendo as colunas seleccionadas anteriormente com várias tensões de cedência, de forma a obter um conjunto de cargas últimas suficientemente alargado para permitir (i) avaliar a qualidade das estimativas fornecidas pelas curvas de dimensionamento do DSM que estão codificadas (abordagens NL e ND) e pelas expressões desenvolvidas especialmente para contabilizar a influência da interacção L-D na carga de colapso (abordagens NDL e MNDL), e (ii) efectuar uma comparação com uma avaliação semelhante realizada recentemente pelos autores para colunas com secção em C sem reforços intermédios [9]. De entre as várias conclusões trabalho, merecem ser destacadas as seguintes:

(i) Podem ocorrer dois tipos de interacção L-D marcadamente distintos, tal como tinha já sido

- observado no caso das colunas sem reforços intermédios, nomeadamente: (i) “interacção L-D genuína”, e (ii) “interacção devida a bifurcação secundária (local ou distorcional)”.
- (ii) Os aspectos qualitativos do comportamento das colunas sem reforços intermédios aplicam-se também às colunas com secção em C reforçadas na alma. Em particular, constatou-se que pode ignorar-se a “interacção devida a bifurcação secundária local”, na medida em que as pequenas deformações locais que se desenvolvem não provocam uma erosão significativa da resistência última da coluna – por este motivo, a curva de resistência distorcional fornece estimativas precisas neste caso. Nos restantes casos (“interacção L-D genuína” e “interacção devida a bifurcação secundária distorcional”) é indispensável tomar em consideração os efeitos da interacção L-D na resistência última das colunas, sem o qual existe uma elevada probabilidade de conduzir a dimensionamentos inseguros.
 - (iii) Com base nas cargas últimas obtidas, mostrou-se que a adopção (com ligeiras alterações) da abordagem MNDL desenvolvida em [7] permite determinar estimativas precisas e seguras das cargas últimas de colunas com secção em C reforçada na alma efectadas por interacção L-D. De facto, é legítimo afirmar que esta abordagem constitui, presentemente, a metodologia mais racional para dimensionar e verificar a segurança de colunas com estas características. Quanto à abordagem alternativa (NDL), constatou-se que conduz a estimativas demasiado conservativas.
 - (iv) Com base na comparação entre os resultados obtidos para colunas com secção em C (iv₁) sem reforços intermédios e (iv₂) reforçadas na alma, foi possível concluir que é possível dimensioná-las conjuntamente, tal como faz presentemente em relação aos estados limites últimos associados aos colapsos locais, distorcionais, globais e devidos à interacção local-global.

Finalmente, uma última palavra para referir que está em curso um estudo semelhante ao apresentado neste trabalho para colunas com secção em C reforçadas na alma e banzos. Para além disso, prevê-se também a realização de uma campanha de ensaios experimentais envolvendo colunas com secção em C reforçada (na alma e na alma e banzos) com geometrias cuidadosamente seleccionadas de modo a garantir a ocorrência dos vários tipos de interacção L-D.

AGRADECIMENTOS

O primeiro e quarto autores agradecem o apoio financeiro da *Fundação para a Ciência e a Tecnologia* (FCT – Portugal), através (i) da bolsa de doutoramento SFRH/BD/87746/2012 e (ii) do projecto Pest-C/EEI/UI0308/2011, respectivamente.

REFERÊNCIAS

- [1] B.W. Schafer e T. Peköz, “Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions”. *Thin-Walled Structures – Research and Development* (ICTWS’98), N. Shanmugam, J.Y.R. Liew e V. Thevendran (eds.), Singapore, pp. 137-144, 1998.
- [2] G.J. Hancock, Y.B. Kwon e E.S. Bernard, “Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling”, *Journal of Cons. Steel Research*, **31**(2-3), pp. 169-186, 1994.
- [3] Y.B. Kwon e G.J. Hancock, “Tests of cold-formed channels with local and distortional buckling”, *Journal of Structural Engineering* (ASCE), **118**(7), pp.1786-1803, 1992.
- [4] J. Loughlan, N. Yidris e K. Jones, “The failure of thin-walled lipped channel compression members due to coupled local-distortional interactions and material yielding”, *Thin-Walled*

- Structures*, **61**(December), pp. 14-21, 2012.
- [5] B. Young, N. Silvestre e D. Camotim, “Cold-formed steel lipped channel columns influenced by local-distortional interaction: strength and DSM design”, *Journal of Structural Engineering* (ASCE), **139**(6), pp. 1059-1074, 2013.
 - [6] P.B. Dinis, B. Young e D. Camotim, “Local-distortional interaction in cold-formed steel rack-section columns”, *Thin-Walled Structures*, **81**(August), pp. 185-194, 2014.
 - [7] N. Silvestre, D. Camotim e P.B. Dinis, “Post-buckling behaviour and direct strength design of lipped channel columns experiencing local/distortional interaction”, *Journal of Constructional Steel Research*, **73**(June), 12-30, 2012.
 - [8] P.B. Dinis e D. Camotim, “Cold-formed steel columns undergoing local-distortional coupling: behaviour and direct strength prediction against interactive failure”, *Computers & Structures*, **147**(January), pp. 181-208, 2015.
 - [9] A.D. Martins, P.B. Dinis, D. Camotim e P. Providência, “On the relevance of local-distortional interaction effects in the behaviour and design of cold-formed steel columns”, *USB Proceedings of SSRC Annual Stability Conference*, Toronto, 2014.
 - [10] D.C.Y. Yap e G.J. Hancock, “Experimental study of high strength cold-formed stiffened-web C-sections in compression”, *Journal of Structural Engineering* (ASCE), **137**(2), pp. 162-72, 2011.
 - [11] Z. He, X. Zhou, Z. Liu e M. Chen, “Post-buckling behaviour and DSM design of web-stiffened lipped channel columns with distortional and local mode interaction”, *Thin-Walled Structures*, **84**(November), pp. 189-203, 2014.
 - [12] A.D. Martins, P.B. Dinis, D. Camotim e P. Providência, “Local-distortional interaction in web-stiffened LC columns: Post-buckling behaviour, strength and DSM design”, *Proceedings of 7th European Conference on Steel and Composite Structures* (EUROSTEEL 2014 – Nápoles, 10-12/9), R. Landolfo, F. Mazzolani (eds.), ECCS (Bruxelas), pp. 427-428, 2014. (artigo completo em USB Key Drive Proceedings – Paper 500)
 - [13] Simulia Inc., *ABAQUS Standard* (version 6.7-5), 2008.
 - [14] R. Bebiano, P. Pina, N. Silvestre e D. Camotim, *GBTUL 1.0 β – Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members*, Technical University of Lisbon. (<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt>), (2008).
 - [15] P.B. Dinis, D. Camotim e N. Silvestre, “FEM-based analysis of the local-plate/distortional mode interaction in cold-formed steel lipped channel columns”, *Computers & Structures*, **85**(19-20), pp. 1461-1474, 2007.
 - [16] B.W. Schafer, “Review: the direct strength method of cold-formed steel member design”, *Journal of Constructional Steel Research*, **64**(7-8), pp. 766-778, 2008.
 - [17] B.W. Schafer, “Local, distortional and Euler buckling in thin-walled columns”, *Journal of Structural Engineering* (ASCE), **128**(3), pp. 289-299, 2002.
 - [18] T. von Kármán, E.E. Sechler e L.H. Donnell, “The strength of thin plates in compression”, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* (ASME), **54**, pp. 53-57, 1932.