

## ESTUDO NUMÉRICO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA EM FATIAS DE CAJU CONSIDERANDO SEU ENCOLHIMENTO

Jacek S. Michalewicz<sup>1\*</sup>, Jorge R. Henríquez<sup>2</sup>, José C. C. Dutra<sup>2</sup>, Flávio A. B. Figueiredo<sup>2</sup> e Renata A. Figueiredo<sup>2</sup>

1: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco  
Av. Prof Luiz Freire, 500, Cidade Universitária - Recife/PE - CEP: 50740-540  
e-mail: jacek@recife.ifpe.edu.br, web: <http://www.recife.ifpe.edu.br/>

2: Universidade Federal de Pernambuco  
Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária, Recife - PE - CEP: 50670-901  
e-mail: {rjorge, charamba, flavio.figueiredo, renatha345}@ufpe.br web: <https://www.ufpe.br>

**Palavras-chave:** Secagem, Modelagem, Caju, Encolhimento, Transferência de calor e massa.

**Resumo.** *Com o aumento da produção agrícola brasileira, vem também o desperdício, necessitando assim de estudos mais aprofundados destas frutas tornando a agro-indústria local mais competitiva nos mercados interno e externo. Na literatura atual encontram-se diversos trabalhos com abordagem tanto experimental quanto numérica e abordando assuntos fundamentais, como a cinética de secagem e determinação de parâmetros termofísicos envolvidos no processo, quanto aspectos aplicados envolvendo novas técnicas de secagem, otimização de secadores convencionais e processos. O presente trabalho trata da modelagem do processo de transferência de massa em fatias de caju (*anacardium occidentale l.*), considerando uma formulação unidimensional transiente e levando em consideração um modelo para o encolhimento da amostra. As equações do modelo matemático foram resolvidas numericamente através do método de volumes finitos com esquema implícito, resultando num código computacional. O modelo numérico foi validado com resultados experimentais obtidos em laboratório para as mesmas condições de secagem.*

### 1. INTRODUÇÃO

O estudo da secagem em materiais biológicos permite um maior conhecimento do processo de transferência de calor e massa, através da investigação experimental ou da modelagem matemática, em conjunto com o desenvolvimento de ferramentas computacionais. Com estas ferramentas, além da possibilidade de ampliar o universo de resultados da simulação ainda é possível a aplicação de técnicas de otimização em secadores, e a posteriori, a instalação de um sistema de controle capaz gerenciar a melhor operação do processo de secagem, e prever alterações no produto final em função das condições climáticas e do processo, mantendo a qualidade do produto. Também com a secagem, obtêm-se produtos com vida mais longa nas

prateleiras dos supermercados, reduzindo substancialmente as perdas. Além do mais, um estudo deste tipo possibilita também a redução de custos e o aumento da qualidade do produto final, contribuindo para que o setor agro-industrial se torne mais competitivo nos mercados interno e externo, e mais rentável.

Segundo Machado et al. [1], o caju (*Anacardium occidentale* L.) é oriundo de uma árvore frutífera, originária do Nordeste brasileiro e, foi descoberto pelos nativos destas terras, que utilizavam das mais diversas formas, seja como fruto in natura, seja como suco extraído por prensagem manual ou como uma bebida fermentada, a qual era utilizada em comemorações e em ocasiões especiais. Esta fruta é composta por uma semente, chamada castanha, e de um pedúnculo. Além de frágil, este produto é altamente perecível, apresentando mecanismos aceleradores de degradação microbiológica, contribuindo assim, para a rejeição ou perda de centenas de milhares de toneladas do produto, chegando a 94% da produção [2].

O processo de secagem é um complexo processo térmico no qual a transferência de calor e massa ocorre simultaneamente. Neste processo, o calor é transferido por convecção do ar quente para o produto, aumentando a temperatura tanto deste quanto da água nele contido na forma de umidade. A transferência de massa ocorre quando a umidade presente emigra na forma de líquido ou vapor do interior do produto para a superfície em contato com o ar quente e então se evapora, sendo transferido para o ar na forma de vapor de água. Este processo é fortemente influenciado pela temperatura e velocidade da corrente de ar que circula ao redor do produto [3].

Segundo Michalewicz [4], todo produto agroindustrial encolhe ao ser secado, e não apresenta perfeita homogeneidade na redução de seu volume. No estágio inicial de secagem, as partículas permanecem com a sua geometria original, na qual vão se deformando com o decorrer do processo e a partir daí é possível a obtenção da área diretamente através de um planímetro. Neste trabalho o autor utilizou-se dois sistemas para acompanhar o encolhimento de fatias de caju, para conhecer melhor o seu comportamento durante o processo de secagem.

Inúmeros estudos vêm sendo conduzidos para se analisar o fenômeno de transferência de calor e massa durante o processo de secagem. Diversos autores consideram as condições externas do ar sobre o processo, enquanto outros levar em conta as condições internas do produto, com ênfase aos mecanismos de movimento de umidade e seus efeitos sobre o mesmo. Em razão de sua grande importância, alguns autores propuseram modelos matemáticos com o objetivo de descrever a redução de umidade durante a secagem de sólidos; contudo, informando que são escassos os trabalhos que incorporam os fenômenos simultâneos de transporte de calor e massa com volume variável, em uma abordagem concentrada-modelos empíricos e semi-empíricos [5].

Uma revisão na literatura mostra que diversos estudos foram realizados considerando-se o encolhimento na secagem de materiais biológicos, e citam modelos de secagem que levam em consideração o encolhimento [6][7]. De acordo com os autores os modelos dividem-se em

dois grandes grupos: modelos fundamentais e empíricos, em ambos os casos, eles se dividem em lineares e não lineares. Os modelos fundamentais são baseados em interpretações físicas dos sistemas alimentícios estudados e tentam prever mudanças na geometria do material baseados nas leis da conservação de massa e volume. Os modelos empíricos consistem em aplicar um ajuste aos dados experimentais de encolhimento em função do conteúdo de umidade do material.

Segundo Strumillo e Kudra [8], o primeiro passo no processo de modelagem é uma descrição verbal do sistema de interesse ou, como o autor o denomina, a construção do modelo conceitual. Este modelo conceitual é então traduzido no modelo matemático, que deve ser resolvido para a obtenção dos resultados desejados. A primeira parte do modelo conceitual consiste na descrição física do sistema, como dimensionalidade e composição. A segunda parte do modelo conceitual consiste no processo de transferência em si, desde a seleção das variáveis utilizadas até a escolha da formulação para a descrição do processo de secagem. Também, ao se considerar a existência de duas ou mais fases, a aplicação das equações de balanço macroscópicas não pode ser direta, apesar de muitos autores não considerarem esta restrição. A saída é muitas vezes, utilizar médias volumétricas das variáveis em um elemento representativo, que possibilita o tratamento do meio descontínuo como um continuum.

A tarefa de um método numérico é resolver um conjunto de equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes na equação por expressões algébricas que envolvem a função incógnita. Um método analítico que tivesse a habilidade de resolver tais equações permitiria obter a solução de forma exata e calcular os valores das variáveis dependentes num nível infinitesimal, isto é, para um número infinito de pontos. Por outro lado, quando se decide fazer uma aproximação numérica da equação diferencial, se aceita ter a solução num número discreto de pontos (vértices da malha), esperando que, quanto maior for este número de pontos, mais próxima da solução exata será a solução aproximada (ou numérica).

Numa simulação de um processo de secagem, é desejado estimar as condições operacionais de temperatura e umidade relativa do ar adequadamente, e o tempo necessário para alcançar a secagem requerida. Na maioria das vezes estas condições são determinadas de forma experimental, submetendo a amostra a um processo de secagem controlado, onde cada um dos parâmetros envolvidos, são monitorados e mantidos em condições similares àquelas que deverão ser encontrados num processo de grande escala.

Neste trabalho as equações do modelo matemático foram resolvidas numericamente através do método de volumes finitos com esquema implícito, resultando num código computacional programado no ambiente MATLAB. A validação do código foi realizada comparando os resultados numéricos com resultados experimentais obtidos em laboratório por Michalewicz [4], para as mesmas condições de secagem.

## 2. METODOLOGIA

Para a construção do modelo foi considerado um fluxo de ar passando transversalmente por uma fatia fina de caju, conforme esquema ilustrado na Figura 1. Quando o ar de secagem passa pela fatia, durante determinado intervalo de tempo, certa quantidade de água do produto é evaporada para o ar, tanto pela face superior quanto a face inferior. Neste intervalo, a temperatura do ar diminui, em consequência da transferência de calor sensível do ar para o aquecimento do caju, e do calor latente fornecido para evaporação parcial da água do produto.

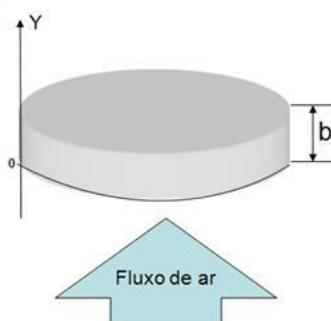


Figura 1: Fatia de caju a ser modelada.

A quantidade de água perdida pelo produto é calculada através das equações fundamentais da transferência de calor e massa aqui representada de uma forma geral pela equação diferencial de transporte, Equação 1, cuja resolução foi realizada através do método de volumes finitos com discretização implícita.

$$\frac{\partial(\lambda\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\lambda\vec{v}\phi) = \nabla \cdot (\Gamma\phi\nabla\phi) + S^\phi \quad (1)$$

Onde,  $\phi$  é a variável de interesse correspondente à equação da energia ou equação de concentração,  $\lambda$  e  $\Gamma$  são os coeficientes de transporte das respectivas equações,  $\vec{v}$  é o vetor velocidade do meio e  $S^\phi$  é o termo fonte. O primeiro termo da esquerda da equação de transporte representa a variação temporal da grandeza  $\phi$ , enquanto que o segundo termo corresponde ao transporte convectivo dessa mesma grandeza. Por sua vez, o primeiro termo da direita representa o transporte difusivo da grandeza  $\phi$  e o último termo é o termo fonte da equação que pode acomodar a geração ou absorção interna por unidade de volume.

Para desenvolver o modelo foram feitas as seguintes considerações à secagem de uma fatia de produto;

- a) O material é considerado como um disco plano de espessura total  $b$ , conforme Figura 1, com temperatura inicial  $T_0$  e conteúdo de umidade inicial  $X_0$ , uniformes;
- b) Os dois lados do material (superior e inferior), estão expostos a um fluxo de ar com

temperatura  $Ta$  e umidade relativa  $UR$ , constantes. Os lados direito e esquerdo são considerados como isolados, pois o material possui casca e o fluxo de calor e massa nesta região é considerado desprezível.

- c) A estrutura material é considerada homogênea;
- d) As propriedades termofísicas são consideradas variando no tempo à medida que o conteúdo de umidade da amostra diminui.
- e) O transporte de umidade ocorre por difusão unidimensional na direção  $y$ ;
- f) A direção do fluxo de massa é do interior para a interface “ar-material”, e do fluxo de calor é o inverso, da interface para o centro; conforme Figura 2;
- g) Considera-se que no início da secagem o teor de umidade é uniforme;
- h) A evaporação da umidade ocorre nas interfaces, superior e inferior;
- i) Não ocorre reação química durante o processo de secagem;
- j) A redução do volume do material (encolhimento) é muito próxima à perda do volume de água [9] e é levado em consideração no modelo.

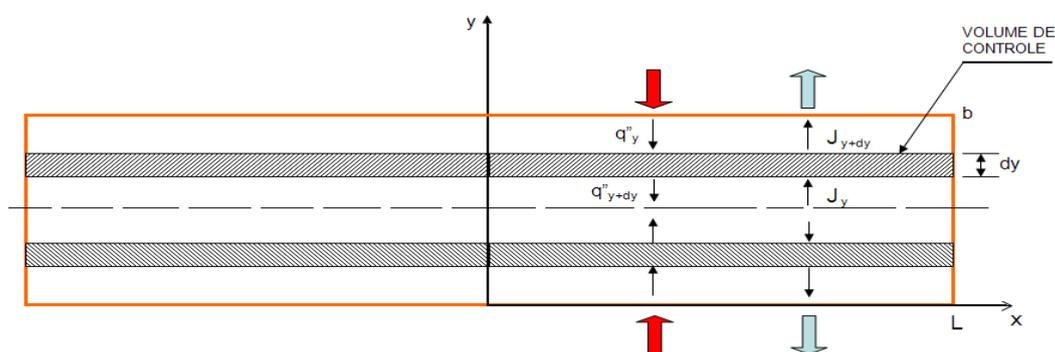


Figura 2: Volume de controle da amostra a ser modelada.

Considerando a Equação 1, genérica, e admitindo-se as hipóteses acima descritas, tem-se a equação da difusão de massa unidimensional com  $\lambda = 1$ ,  $\phi = X$ ,  $\Gamma^\phi = D_{eff}$ ,  $\bar{v} = 0$  e sem termo fonte:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D_{eff} \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} \quad (2)$$

As condições de contorno para o presente problema são dadas pelas relações que seguem;

Na superfície externa inferior da amostra ( $y = 0$ ) a massa é transportada por convecção para o ambiente externo de acordo com um coeficiente de transferência de massa médio.

$$D_{eff} \frac{\partial X}{\partial y} = h_m (X - X_e) \quad (3)$$

onde,  $X_e$  corresponde a umidade de equilíbrio.

Na superfície superior da amostra ( $y = b$ ) também ocorre transferência de massa para o meio externo de acordo com o coeficiente de transferência de massa correspondente.

$$-D_{eff} \frac{\partial X}{\partial y} = h_m(X - X_e) \quad (4)$$

No instante inicial imediatamente antes do início da secagem a amostra se encontra com uma umidade uniforme e igual à umidade inicial da amostra;

$$\text{Em } t = 0, X(y,0) = X_o \quad (5)$$

O coeficiente de transferência de massa é um parâmetro que pode ser obtido de correlações encontradas na literatura para as condições de escoamento e características geométricas envolvidas. Por outro lado, na ausência de correlações e na disponibilidade de dados experimentais, o coeficiente de transferência de massa pode ser estimado, pelo menos na ordem de grandeza, a partir desses dados experimentais.

Sabe-se que a taxa de perda de umidade através da superfície da amostra pode ser calculada a partir da relação que segue;

$$\dot{m}_a = h_m A \rho_s (\bar{X} - X_e) \quad (6)$$

Considerando que a amostra é suficientemente fina, de modo a satisfazer as condições do número de Biot de massa ( $Bi_m = h_m b_o / D_{eff}$ ), onde  $b_o$  é a espessura da amostra, achou-se um valor menor que 0,01. Desta forma pode-se avaliar a perda de umidade da amostra através de uma análise concentrada.

$$\dot{m}_a = m_s \frac{d}{dt} \left( \frac{m_a}{m_s} \right) = \rho_s A b \frac{d\bar{X}}{dt} \quad (7)$$

Igualando as Equações 6 e 7 tem-se uma equação para avaliação da perda de umidade média da amostra via análise concentrada como segue com  $K = h_m / b$ ;

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = K(\bar{X} - X_e) \quad (8)$$

Considerando uma condição inicial igual a  $\bar{X} = X_o$  em  $t = 0$  e resolvendo a Equação 8 tem-se;

$$XR = \frac{(X - X_e)}{(X_o - X_e)} = e^{-Kt} \quad (9)$$

De modo idêntico, considerando a Equação 1 de transporte, com  $\lambda = \rho c_p$ ,  $\phi = T$ ,  $\Gamma^\phi = k_{eff}$ ,  $\vec{V} = 0$  e sem termo fonte, foi obtida a equação de difusão de calor com os componentes convectivos de transporte de energia. Então a equação da energia foi escrita da seguinte forma;

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (10)$$

As condições de contorno e condição inicial para esta equação são definidas como segue;

Em  $t = 0$ ,  $T(y,0) = T_o$

Em  $y = 0$ ,

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = h(T_\infty - T) - \frac{h_{fg} \dot{m}_a}{A} \quad (11)$$

Em  $y = b$ ,

$$k \frac{\partial T}{\partial y} = h(T_\infty - T) - \frac{h_{fg} \dot{m}_a}{A} \quad (12)$$

Em Michalewicz [4], Foi realizado um estudo da relação entre o encolhimento da área, diâmetro da fatia de caju, e a perda de umidade, através da adimensionalização das áreas, dividindo-se a área a cada tempo, pela área inicial. Observou-se que uma curva polinomial de segunda ordem se ajustou muito bem, conforme a Figura 3.

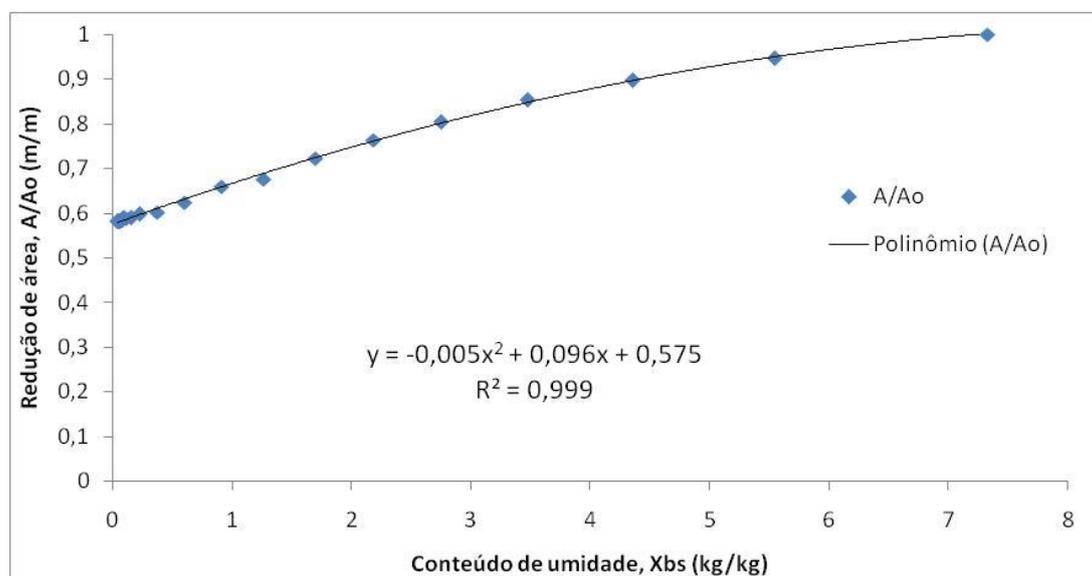


Figura 3: Comparativo do encolhimento e da perda de umidade da amostra.

Segundo Michalewicz [4], mediante os experimentos, foi possível concluir que o encolhimento do caju não é perfeitamente homogêneo, nem pelo diâmetro e nem pela espessura. Neste trabalho se utilizou a equação polinomial de segunda ordem para descrever o encolhimento do diâmetro das fatias de caju, Equação 11, cujos coeficientes foram obtidos através dos ajustes de curvas com os dados experimentais do conteúdo de umidade  $X_{bs}$ . Estes coeficientes estão em função da temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) e da velocidade do ar de secagem (m/s).

$$\frac{A}{A_o} = a(X_{bs}^2) + b(X_{bs}) + c \quad (11)$$

Com as devidas condições de contorno, foi discretizado as equações de difusão de massa e energia tratadas através do método de volumes finitos com esquema implícito de discretização. O sistema de equações do processo de secagem do caju (Transferência de calor e massa), foi colocado adequadamente e discretizado, desenvolvendo-se um modelo numérico no programa no MATLAB capaz de simular o processo transiente do mesmo, considerando o encolhimento da amostra, ou seja, obtendo-se os valores de temperatura, umidade e massa em função do tempo.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO.

Com o objetivo de medir a precisão do modelo numérico desenvolvido foram analisados e comparados com os resultados experimentais variando-se a temperatura a velocidade do ar de secagem e a espessura das amostras. As figuras seguintes mostram os resultados comparativos entre as soluções numéricas e os dados experimentais conforme apresentado por Michalewicz [4], para a perda de umidade no interior da amostra em função do tempo de secagem, e cujos valores apresentados são médios.

O primeiro comparativo realizado, conforme as Figuras 4, 5 e 6, apresentam casos com diferentes velocidades do ar de secagem, “6,7”, “5,0” e “3,9” m/s respectivamente, para as mesmas temperaturas do ar de secagem e espessura inicial das amostras.

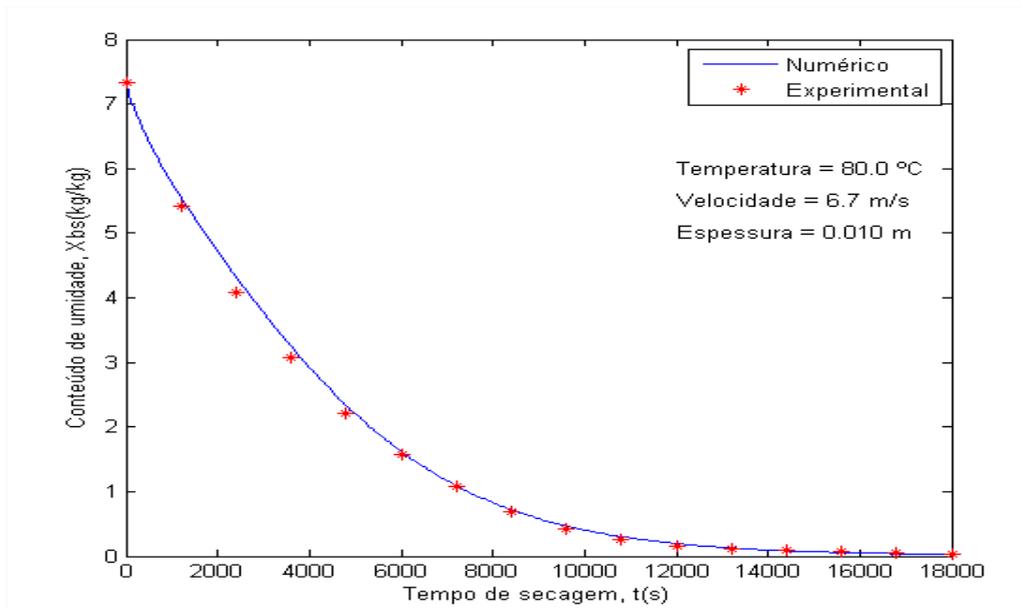


Figura 4 Comparação dos resultados numéricos e experimentais para velocidade de 6,7 m/s.

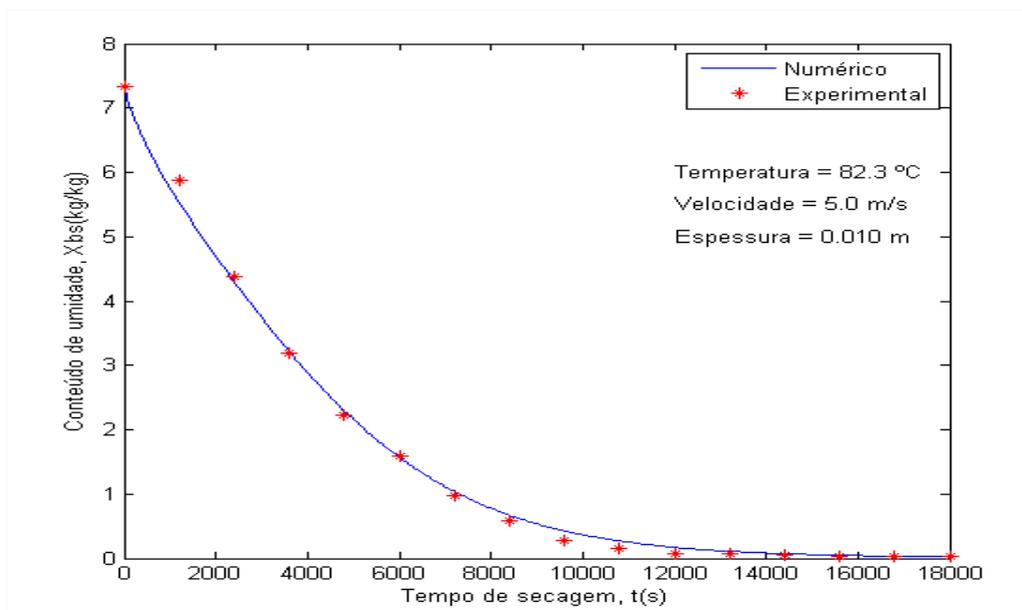


Figura 5 Comparação dos resultados numéricos e experimentais para velocidade de 5,0 m/s.

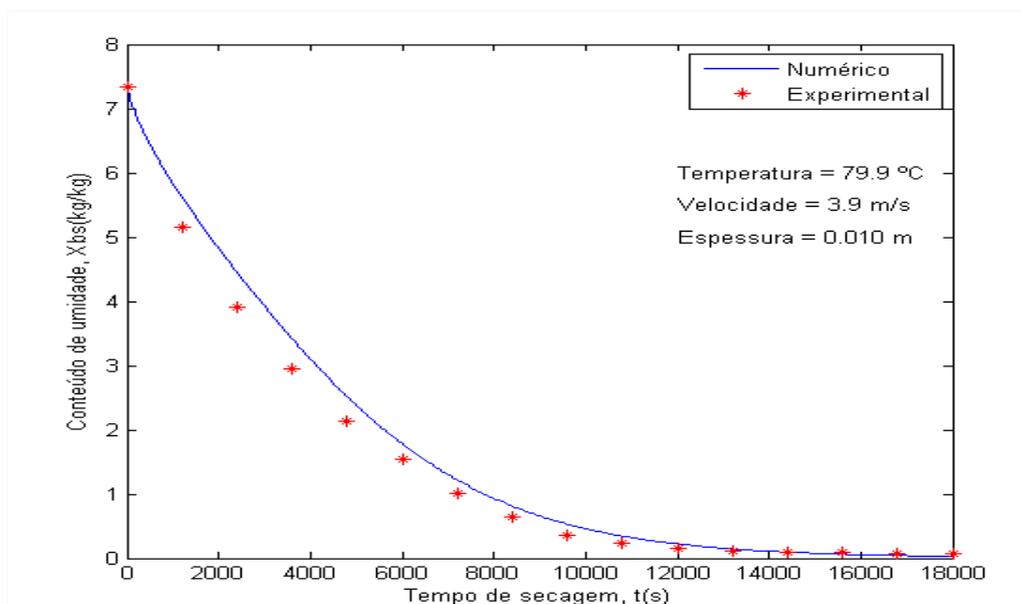


Figura 6 Comparação dos resultados numéricos e experimentais para velocidade de 3,9 m/s.

Um segundo comparativo realizado, conforme as Figuras 7, 8 e 9, onde apresentaram casos com diferentes temperaturas do ar de secagem, “81,7”, “72,6” e “61,8” °C respectivamente, para as mesmas velocidades do ar de secagem e espessura inicial das amostras.

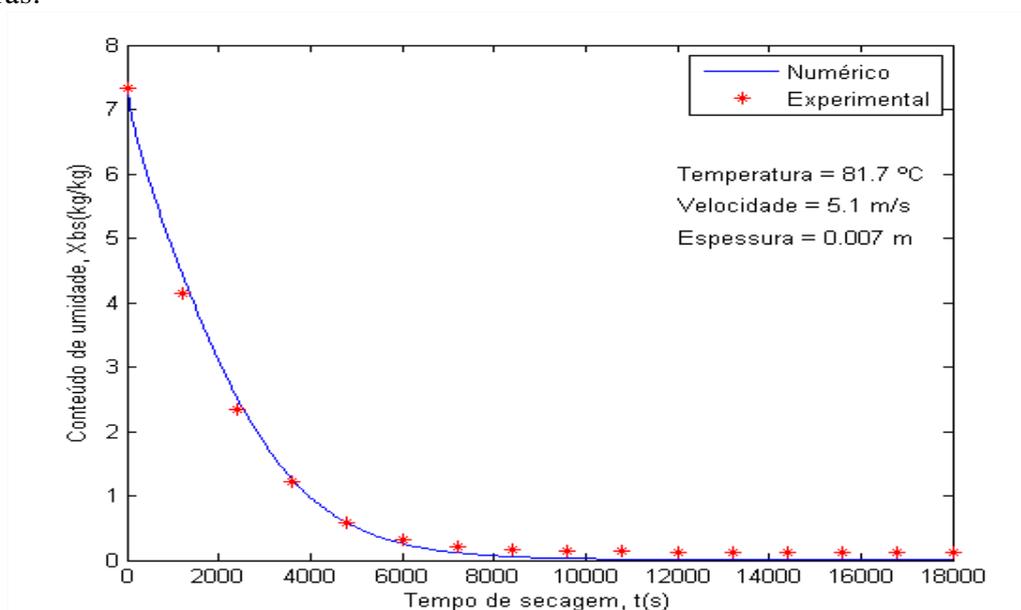


Figura 7 Comparação dos resultados numéricos e experimentais para temperatura de 81,7 °C.

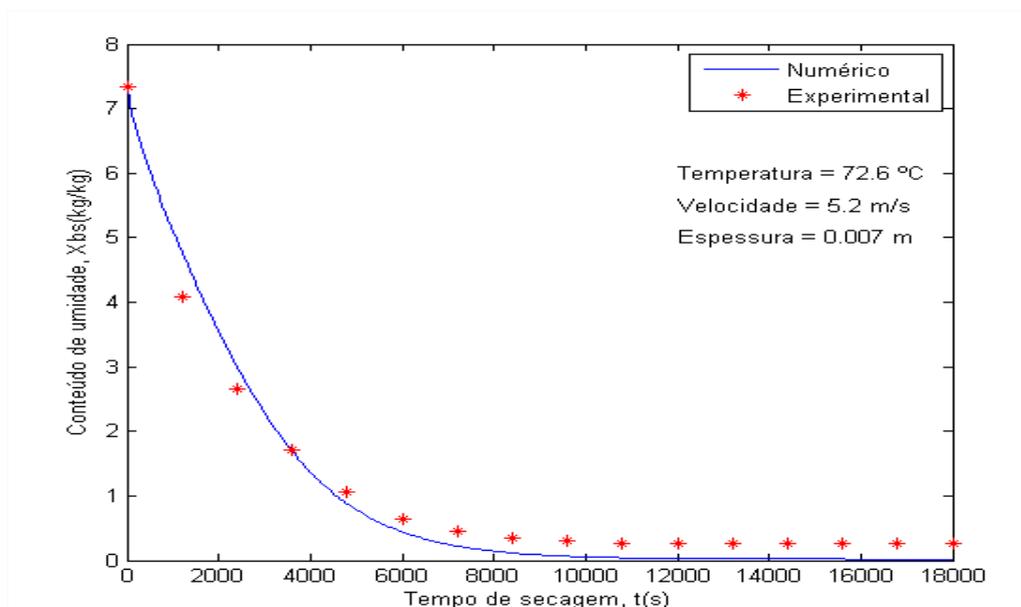


Figura 8 Comparação dos resultados numéricos e experimentais para temperatura de 72,6 °C.

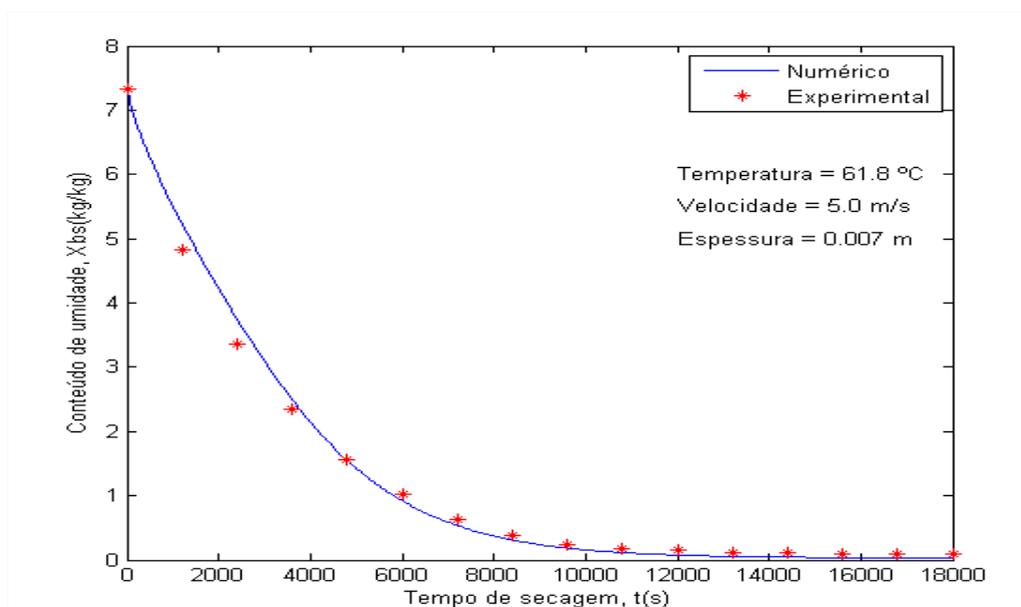


Figura 9 Comparação dos resultados numéricos e experimentais para temperatura de 61,8 °C.

Em uma ultima análise, compararam-se amostras que apresentaram diferentes espessuras iniciais “0,004”, “0,007” e “0,010” m, para as mesmas temperaturas e velocidades do ar de secagem. Conforme as Figuras 10, 11 e 12, respectivamente.

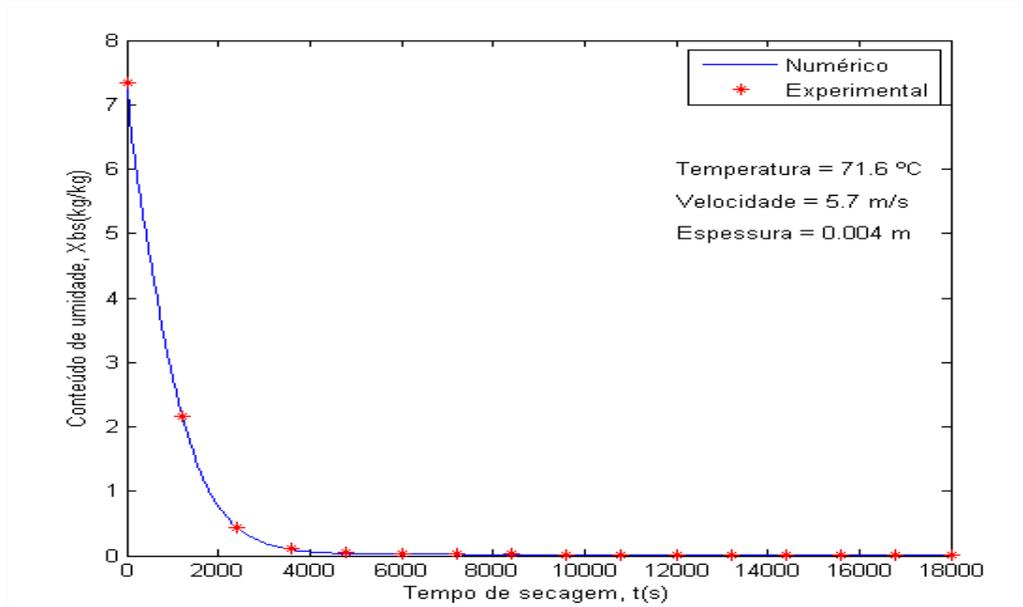


Figura 10 Comparação dos resultados numéricos e experimentais com espessura inicial de 0,004 m.

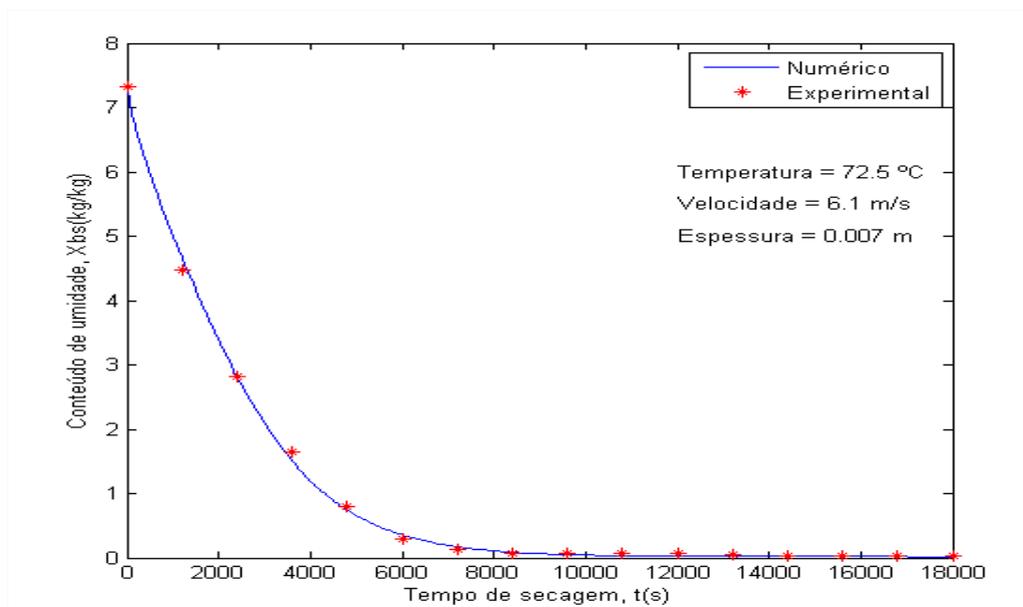


Figura 11 Comparação dos resultados numéricos e experimentais com espessura inicial de 0,007 m.

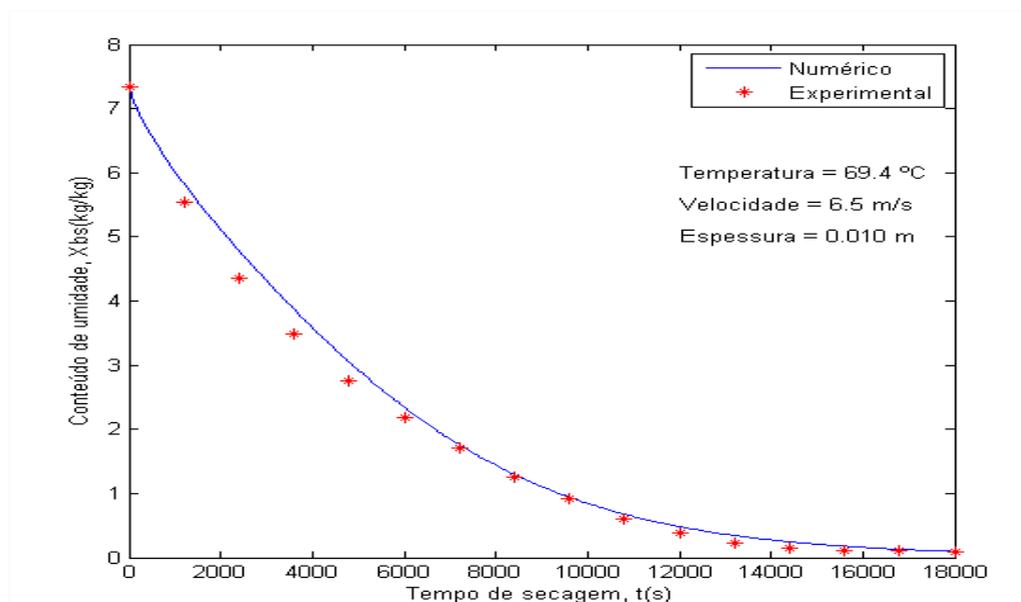


Figura 12 Comparação dos resultados numéricos e experimentais com espessura inicial de 0,010 m.

#### 4. CONCLUSÃO

Este modelo matemático para secagem, baseado nas equações de balanço, desenvolvido neste trabalho foi discretizado em volumes finitos e implementado em MATLAB, e foi validado através da comparação com solução analítica, com o qual mostrou excelente concordância. O programa desenvolvido permitiu simular valores de umidade para as diversas condições de operação, conforme análise apresentada e da comparação com os resultados experimentais,

Concluiu-se que o modelo proposto apresenta condições de simular de forma coerente a secagem de fatias finas de caju, já que os resultados numéricos apresentaram boa concordância com os experimentais. Notou-se durante os testes de comparação com os resultados experimentais a necessidade de aprimorar o modelo de encolhimento de maneira a obter de forma mais direta, sem depender de informações experimentais, caso o modelo venha ser utilizado para simular a secagem de outro tipo de produtos agrícolas. Este modelo também foi capaz de acompanhar a evolução da umidade e dar confiabilidade nos resultados da simulação numérica, dentro das faixas ensaiadas.

## REFERÊNCIAS

- [1] MACHADO, A.V.; OLIVEIRA, E.L.; SANTOS, E.S.; OLIVEIRA, J.A.; FREITAS, L.M.; ABREU, F.A.P.; SOUZA, A.C.R; *Estudo Cinético Da Secagem Do Pedúnculo De Caju E Um Secador Convencional*; Revista Verde de Agroecologia e Desenvolvimento Sustentável; V.5, n.1, p.36-42; (2010)
- [2] IBGE, Site Consultado em fev/2014, [http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/agropecuaria/lspa/lspa\\_201102.pdf](http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/agropecuaria/lspa/lspa_201102.pdf).
- [3] LOPES, F.J.; *Estudo Do Fenômeno De Encolhimento Na Secagem Convectiva De Abacaxi Com Aplicação De Micro-Ondas*; Dissertação de Mestrado, Centro de Ciência e Tecnologia Agro da UENF-Darcy Ribeiro-Campo dos Goitacazes-RJ; (2013).
- [4] MICHALEWICZ, J.S; *Estudo numérico e experimental da transferência de calor e massa no pseudofruto do caju (anacardium occidentale l.)*, Tese de Doutorado, Engenharia Mecânica; UFPE-Recife; 621 CDD (22. ed.)BCTG/2011-243 (2011).
- [5] LIMA, A.S.; FIGUEIREDO, R.W.; MAIA, G.A.; LIMA, J.R.; NETO, M.A.S.; SOUZA, C.R.; *Estudo da estabilidade de melões desidratados obtidos por desidratação osmótica seguida de secagem convencional*; Revista Brasileira de Fruticultura. Jaboticabal, SP, 26, 1, 107-109; (2004).
- [6] KATEKAWA, M.E.; *Análise teórico-experimental do encolhimento: estudo da secagem de banana*; Tese de Doutorado; Departamento de Engenharia Química-UNICAMP- Campinas-SP; (2006).
- [7] PAGLARINI, C.S.; SILVA, F.S.; PORTO, A.G.; SANTOS, P.; PIASSON, D.; *Estudo do Fenômeno de Encolhimento no Processo de Secagem de Fatias de Abacaxi Pérola*; Enciclopédia Biosfera, Centro Científico Conhecer - Goiânia, v.8, N.14; p. (2012)
- [8] STRUMILLO, C., KUDRA, T; *Drying: Principles, Applications and Design*; Gordon and Breach Sciences Publishers; (1989).
- [9] SUZUKI, K., KUBOTA, K., HASEGAWA, T., HOSAKA, H.; *Shrinkage in dehydration of root vegetables*; Journal Food Science; 41, 1189–1193; (1976).