Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia 2015
Lisboa, 29 de Junho a 2 de Julho 2015

DETERMINAÇÃO DA CURVA DE ENCRUAMENTO USANDO O ENSAIO UNIAXIAL DE TRAÇÃO E O ENSAIO HIDRÁULICO DE EXPANSÃO BIAXIAL - APLICAÇÃO AOS AÇOS DP500, DP600 E DP780

Rui Amaral[1*], Abel D. Santos[1,2], A. B. Lopes[3] e José A. Sousa[3]

1: INEGI - Instituto de Ciência e Inovação em Engenharia Mecânica e Engenharia Industrial
Rua Dr. Roberto Frias, 400, 4200-465 Porto, Portugal
e-mail: ramaral@inegi.up.pt, web: http://www.inegi.pt

2: FEUP - Faculdade de Engenharia
Universidade do Porto
Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto, Portugal
e-mail: abel@fe.up.pt web: http://www.fe.up.pt

3: Departamento de Engenharia de Materiais e Cerâmica
CICECO - Aveiro Instituto de Materiais
Universidade de Aveiro
Campus Universitário de Santiago, 3810-193 Aveiro, Portugal
e-mail: augusto@ua.pt web: http://www.ua.pt

Palavras chave: Conformação plástica de metais, caraterização de chapas metálicas, ensaio expansão biaxial, curva de encruamento, *dual-phase* (DP)

Resumo. *A escolha da função que permite a extrapolação da curva de encruamento do material, bem como a seleção da melhor superfície de cedência, tem uma importante influência na exatidão dos resultados obtidos através da simulação numérica por elementos finitos. Uma das possíveis abordagens para se conseguir obter uma melhor extrapolação da curva de encruamento de materiais metálicos é baseada na combinação dos dados resultantes do ensaio uniaxial de tração com os resultados obtidos pelo ensaio hidráulico de expansão biaxial, uma vez que este último permite adquirir valores de extensão mais elevados em comparação com os valores possíveis de obter no ensaio de tração. No presente artigo, foram realizados ensaios uniaxiais de tração e de expansão biaxial para três aços, sendo comparadas as respetivas curvas de tensão-extensão. Para combinar os resultados de ambos os ensaios, diferentes metodologias são aplicadas para transformar a curva tensão-extensão biaxial na curva tensão-extensão equivalente, permitindo uma melhor extrapolação da curva de encruamento. Diferentes modelos constitutivos são usados e comparados para a caraterização dos materiais estudados.*

1 INTRODUÇÃO

A previsão do comportamento do material durante a operação de conformação plástica de chapas metálicas fazendo uso da simulação numérica, tornou-se um fator importante de interesse tecnológico. A capacidade de antevisão de resultados, tendo como base a simulação numérica, permite a deteção e prevenção de eventuais erros e/ou o aperfeiçoamentos do processo tecnológico, contribuindo para o constante aumento na eficiência em termos de tempo e diminuição de custo, bem como para a melhoria da qualidade do produto final.
O rigor dos resultados obtidos pela simulação numérica depende, entre outros fatores, da caraterização das propriedades mecânicas dos materiais, que podem ser caraterizadas pela sua curva de encruamento. A seleção do modelo constitutivo que melhor reproduza o comportamento do material tem uma contribuição essencial em tal exatidão de resultados.
O ensaio de tração uniaxial é o método mais comum para se obter a caraterização do material, cuja curva tensão-extensão é expressa num estado de tensão uniaxial. No entanto, este tipo de ensaio tem as suas limitações, tais como os valores máximos de extensão obtidos, dado que sendo uma solicitação uniaxial, estes correspondem a valores inferiores aos obtidos por outros tipos de solicitação e aos que se obtêm para a maioria dos processos de conformação plástica de chapas metálicas. Desta forma, é necessária a extrapolação da curva de encruamento para valores mais elevados de deformação, quando se usa a simulação numérica.
Uma das possíveis abordagens para se conseguir obter uma extrapolação da curva de encruamento de materiais metálicos mais precisa é a utilização do ensaio hidráulico de expansão biaxial [1–3], uma vez que permite adquirir valores de extensão mais elevados.
Outra das abordagens possíveis e realizada por outros autores é o uso de um material viscoso ao invés do fluído hidráulico [4, 5].
Contudo, a curva tensão-extensão biaxial para valores baixos de deformação plástica envolve uma quantidade considerável de erros, pelo que não deverá ser tida em consideração.
Propõe-se neste artigo a extrapolação da curva de encruamento com base em duas curvas combinadas, correspondendo a primeira parte aos dados obtidos pelo ensaio de tração, caraterizando o material para valores baixos de deformação, e a segunda parte à curva tensão-extensão equivalente do ensaio de expansão biaxial.

2 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

2.1 Ensaio de tração uniaxial

Os ensaios de tração uniaxiais foram realizados em três direções diferentes relativas à direção de laminagem (0°,45° e 90°) e à temperatura ambiente. Para a execução do ensaio recorreu-se a uma máquina de ensaios universal (*INSTRON 4507*) com capacidade máxima de 200 kN. Os provetes foram obtidos por maquinagem, estando na figura 1 presente a geometria, bem como as dimensões usadas nos ensaios, de acordo com a norma *ASTM* E 8M-04.

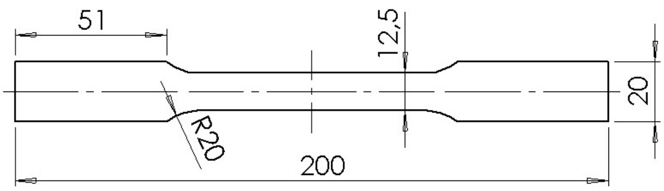


Figura 1: Geometria e dimensões (mm) dos provetes utilizados para o ensaio de tração uniaxial.

Os provetes do ensaio de tração foram testados a uma velocidade de 5 mm/s (equivalente a uma taxa inicial de deformação de 0.0016 s^{-1}) até à rotura. Foi usado um extensómetro com 50 mm de comprimento inicial (l_0). Na obtenção das curvas de tensão-extensão reais foram utilizadas as seguintes expressões:

$$\begin{cases} \sigma = s \cdot (1+e); s = \frac{F}{A_0} \\ \\ \varepsilon = ln \cdot (1+e); e = \frac{\Delta l}{l_0} \end{cases} \tag{1}$$

sendo F a força (N) aplicada ao provete e A_0 a área (mm^2) da secção inicial. Δl é o alongamento (mm) do comprimento inicial do extensómetro (l_0).
A fim de garantir a repetibilidade dos resultados, vários ensaios foram efetuados para cada direção e para cada material.

2.2 Ensaio hidráulico de expansão biaxial

O sistema experimental para realizar o ensaio hidráulico de expansão biaxial, presente na figura 2, é composto por um conjunto de ferramentas, uma central hidráulica e dispositivo mecânico para medição do comportamento do provete.

Figura 2: Sistema experimental para realização do ensaio hidráulico de expansão biaxial.

O conjunto de ferramentas é composto por uma matriz e um cerra-chapas que restringe a chapa metálica por meio de um freio e evita qualquer fuga de óleo durante o processo. A matriz utilizada neste ensaio tem um diâmetro nominal de 150 mm e um raio de matriz de 13 mm.
O sistema de medição foi calibrado antes de cada ensaio, de modo a garantir a exatidão e reprodutibilidade dos valores medidos. O ensaio foi realizado com um incremento de pressão de 1 bar/s com provetes circulares de 250 mm de diâmetro.

2.2.1 Metodologia para obtenção da curva tensão-extensão biaxial

A obtenção da tensão e da extensão biaxial através dos dados experimentais adquiridos pelo ensaio hidráulico de expansão biaxial tem em consideração a teoria da membrana. Como a relação entre a espessura da chapa metálica e o diâmetro da matriz do ensaio de expansão biaxial é baixa, as tensões de flexão são ignoradas na teoria da membrana e por conseguinte σ_3 é nulo.
Desta forma é possível estabelecer uma relação entre as tensões, espessura da chapa e pressão hidráulica através da seguinte expressão:

$$\frac{\sigma_1}{\rho_1} + \frac{\sigma_2}{\rho_2} = \frac{p}{t} \tag{2}$$

sendo σ_1 e σ_2 as tensões principais no plano da chapa e ρ_1 e ρ_2 os raios de curvatura correspondentes. A variável p diz respeito à pressão hidráulica e t à espessura da chapa metálica.
As tensões principais podem ser consideradas equivalentes e iguais à tensão da membrana ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$) ao considerar o caso axissimétrico. O mesmo se aplica aos raios de curvatura em que $\rho_1 = \rho_2 = \rho$. Assim obtém-se a expressão seguinte:

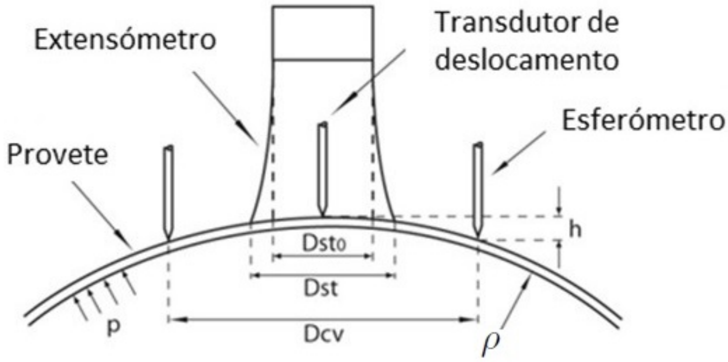
$$\sigma = \frac{p \cdot \rho}{2 \cdot t} \tag{3}$$

Para a aquisição do raio de curvatura (ρ) e da espessura (t) no pólo é utilizado um dispositivo mecânico, apresentado na figura 3(a), que permite a determinação destas variáveis durante o ensaio. Outra possibilidade seria o uso de método óticos (DIC) [4–6] para a obtenção contínua do raio de curvatura, bem como das deformações presentes no provete.
Para o cálculo do raio de curvatura faz-se uso de uma simples construção geométrica dada por:

$$\rho = \frac{\left(\frac{D_{cv}}{2}\right)^2 + h^2}{2 \cdot h} - \frac{t}{2} \tag{4}$$

em que D_{cv} é o diâmetro definido pelo esferómetro e h a diferença entre o apoio do esférometro e o transdutor de deslocamento, como se observa na figura 3(b). Os resultados são calculados para a superfície exterior da chapa metálica, mas devido ao facto da teoria da membrana ser apenas válida para a linha neutra de tensão [7,8], é retirado metade da espessura ao raio calculado [9].

(a) Sistema mecânico.



(b) Variáveis utilizadas para determinação da tensão e extensão biaxial.

Figura 3: Aquisição das variáveis durante o ensaio hidráulico de expansão biaxial.

A espessura da chapa ensaiada pode ser obtida através da equação 5, sabendo a espessura inicial (t_0) e a extensão em espessura (ε_t).

$$t = t_0 \cdot e^{-\varepsilon_t} \tag{5}$$

Considerando a incompressibilidade do material, ou seja, que o volume se mantém constante durante o ensaio, a extensão em espessura pode ser calculada da seguinte forma:

$$\varepsilon_t = -\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right) \tag{6}$$

Tal como para tensões e raios de curvatura, as deformações no plano da chapa (ε_1 e ε_2) também se consideram iguais e por isso a extensão em espessura vem:

$$\varepsilon_t = -2 \cdot \varepsilon \tag{7}$$

sendo ε a extensão de membrana.
O valor da extensão da membrana é adquirido pela medição da expansão de um círculo de diâmetro inicial D_{st_0}. Para tal medição, faz-se uso de um extensómetro presente no dispositivo mecânico, apresentado na figura 3(b), que acompanha a deformação da chapa

metálica durante todo o ensaio. Uma vez que o diâmetro do círculo aumenta, sem variação do volume como referido anteriormente, este passa a tomar um diâmetro D_{st}. Desta forma a extensão é calculada por:

$$\varepsilon_t = 2 \cdot ln\left(\frac{D_{st}}{D_{st_0}}\right) \tag{8}$$

Devido às pressões presentes no ensaio, a aquisição das variáveis relacionadas com o extensómetro, só é realizada até cerca de 97% da pressão a que se dá a rotura do material, dada a incerteza da robustez do sistema durante a "explosão"do fluído hidráulico no momento da rotura da chapa. A obtenção de outras variáveis (raio de curvatura, pressão, altura total, etc) pode ser realizada sem o extensómetro, uma vez que para cada material teve de ser adquirida a pressão de rotura. Para a determinação da curva tensão-extensão do ensaio hidráulico de expansão biaxial serão utilizadas as equações 3 e 8.

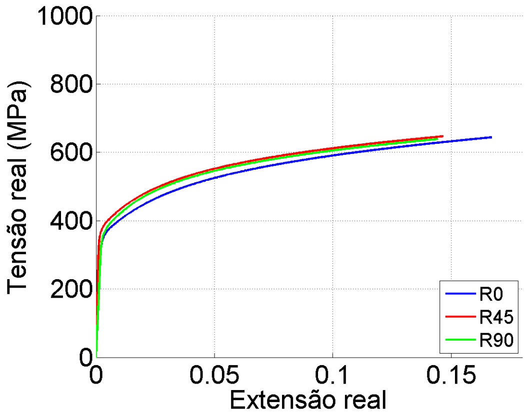
3 MATERIAIS E CARATERIZAÇÃO MECÂNICA

Um dos principais objetivos do presente artigo é a escolha do modelo constitutivo que melhor caraterize a curva de encruamento dos materiais estudados (DP500, DP600 e DP780). Para tal, foram realizados ensaios de tração uniaxial e de expansão biaxial com o intuito de determinar os parâmetros dos modelos constitutivos.
As propriedades mecânicas obtidas com o ensaio de tração uniaxial, como a tensão de cedência ($Rp_{0.2}$), tensão de rotura (Rm), deformação no ponto de cedência (e_0), deformação uniforme (e_u) e deformação total (e_t) para as diferentes direções de cada material, são apresentadas na tabela 1.

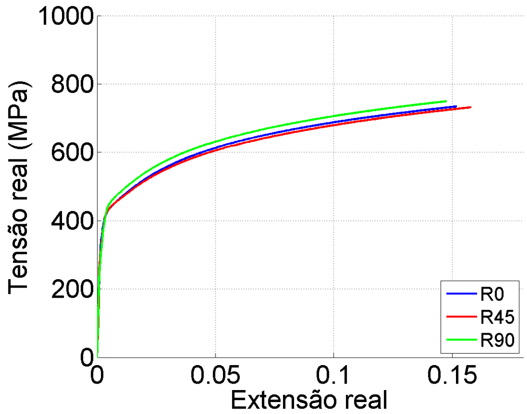
Tabela 1: Propriedades mecânicas dos diferentes materiais obtidas pelo ensaio de tração.

Material	Ângulo relativamente à direção de laminagem	$Rp_{0.2}$ $[MPa]$	Rm $[MPa]$	e_0 [%]	e_u [%]	e_t [%]
DP500	0º	356.53	544.84	0.34	18.18	29.52
	45º	373.31	558.74	0.33	15.78	28.81
	90º	369.05	553.09	0.35	15.53	28.68
DP600	0º	416.05	630.85	0.37	16.40	27.14
	45º	417.36	624.98	0.38	17.12	25.84
	90º	411.80	646.56	0.36	15.92	25.38
DP780	0º	526.18	843.10	0.47	12.53	17.96
	45º	537.72	845.87	0.49	11.78	18.10
	90º	517.78	840.95	0.49	12.35	18.04

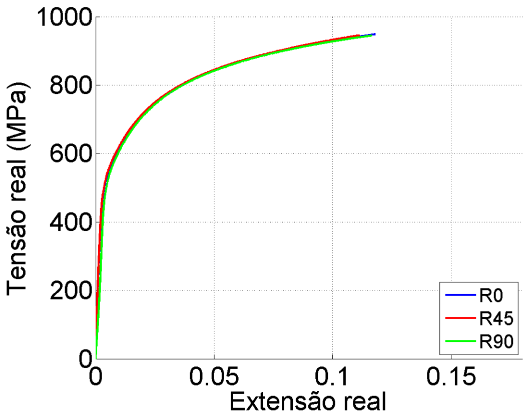
As respetivas curvas tensão-extensão reais para os três materiais e diferentes direções são apresentadas na figura 4.



(a) DP500



(b) DP600



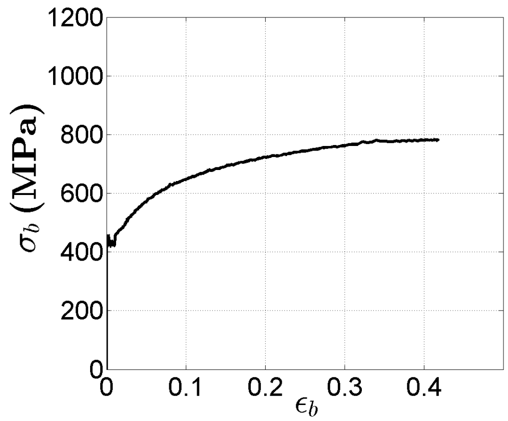
(c) DP780.

Figura 4: Curva tensão-extensão real para os diferentes materiais e direções obtidas pelo ensaio de tração.

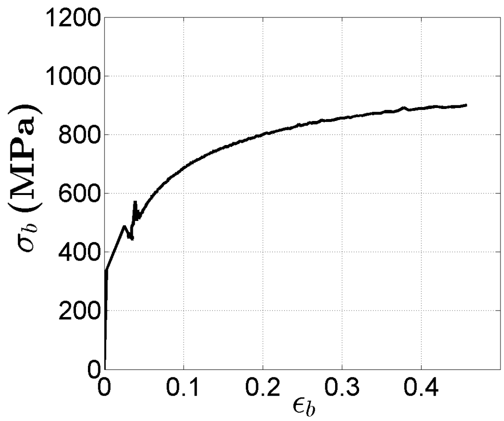
A tabela 2 contém a pressão de rotura obtida no ensaio hidráulico de expansão biaxial, bem como a altura total do pólo para cada material. O sistema de aquisição mecânico dos dados de deformação, curvatura e pressão só é usado para um valor máximo da pressão inferior à de rotura do material por questões de dúvida de robustez do sistema como referido anteriormente. No entanto os dados de curvatura e pressão podem ser obtidos até à rotura. Na figura 5 apresentam-se as respetivas curvas tensão-extensão biaxiais dos ensaios onde não ocorreu a rotura do material.

Tabela 2: Propriedades mecânicas dos diferentes materiais obtidas pelo ensaio hidráulico de expansão biaxial.

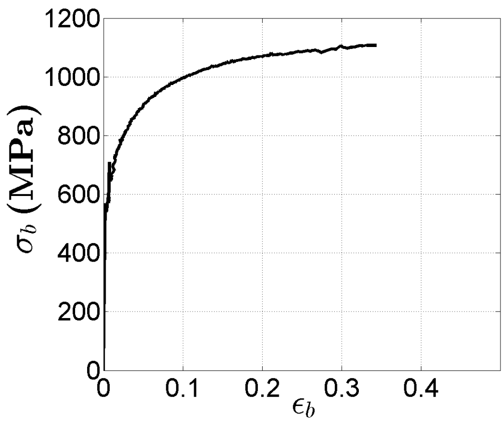
Material	Pressão atingida no ensaio sem rotura [bar]	Pressão de rotura [bar]	Altura total [mm]
DP500	84.54	87.21	49.52
DP600	94.71	97.62	50.05
DP780	115.31	119.61	42.04



(a) DP500



(b) DP600



(c) DP780.

Figura 5: Curva tensão-extensão biaxial para os diferentes materiais obtidas pelo ensaio hidráulico de expansão biaxial.

3.1 Transformação tensão-extensão biaxial em equivalente

Após os ensaios de caraterização realizados (tração e expansão biaxial) existem duas curvas de encruamento do mesmo material, onde $\sigma = f(\epsilon)$ provém do ensaio de tração uniaxial, segundo a direção de laminagem, e $\sigma_b = f(\epsilon_b)$ provém do ensaio hidráulico de expansão biaxial. Uma vez que as curvas obtidas não estão no mesmo espaço, não podem ser diretamente comparadas, logo a combinação dos dados não pode ser efetuada. Para tal, é necessária a transformação da curva tensão-extensão biaxial em tensão-extensão equivalente recorrendo ao trabalho plástico equivalente.
Assumindo a incompressibilidade do material e considerando que o estado de tensões no pólo é tal que $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_b$, reformula-se a relação do trabalho plástico equivalente ($\sigma \cdot \varepsilon = \sigma_1 \cdot \varepsilon_1 + \sigma_2 \cdot \varepsilon_2$) usando as equações de *Levy-von Mises*, obtendo-se a seguinte expressão:

$$\frac{\sigma}{\sigma_b} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon} = k \tag{9}$$

onde k é uma constante.
Uma ligação entre estas duas curvas é o trabalho plástico equivalente, sendo W_u o trabalho plástico por unidade de volume para o ensaio de tração e W_b para o ensaio de expansão biaxial. Esta metodologia tem sido usada por vários autores com resultados satisfatórios [2, 4, 10]. Integrando $\sigma = f(\epsilon)$ para todo o domínio plástico, obtém-se o trabalho plástico por unidade de volume correspondente, para ambos os ensaios, sendo traduzido pela seguinte expressão:

$$W(\epsilon) = \int_{\epsilon_i}^{\epsilon_f} \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon \tag{10}$$

Uma vez que não existe uma função $\sigma = f(\epsilon)$ que traduza na integridade a relação entre as duas variáveis, faz-se uso da regra trapezoidal para a simplificação do integral presente na equação 10, em que:

$$W(\epsilon) \approx \sum_{i=i(\epsilon_i)}^{i=i(\epsilon_f)-1} (\epsilon_{i+1} - \epsilon_i) \cdot \frac{\sigma_{i+1} + \sigma i}{2} \tag{11}$$

Quando $W_u = W_b$ é possível estabelecer uma relação entre as tensões ou extensões de ambos os ensaios, ou seja:

$$\begin{cases} \sigma \rightarrow W_u = W_b \rightarrow \sigma_b \\ \\ \epsilon \rightarrow W_u = W_b \rightarrow \epsilon_b \end{cases} \tag{12}$$

Para determinar qual o valor "ótimo"que o parâmetro k deve tomar, diversos métodos podem ser usados. Neste artigo serão utilizados 5 métodos com base no princípio do trabalho equivalente, sendo eles:

Método 1
parâmetro k calculado para o trabalho plástico correspondente aos valores máximos de tensão e extensão do ensaio de tração ($\sigma_{max} \rightarrow W_{u_{max}} = W_b \rightarrow \sigma_b \Rightarrow k_1 = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_b}$), apresentado na figura 6(a) [4];

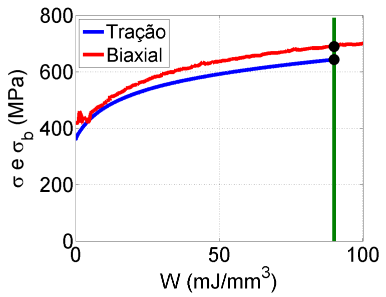
Método 2
parâmetro k calculado para um valor de trabalho plástico definido no intervalo de extensões plásticas do ensaio de tração. Neste caso em particular, assume-se o valor para o ponto correspondente a metade do trabalho plástico equivalente máximo ($\sigma \rightarrow \frac{W_{u_{max}}}{2} = W_b \rightarrow \sigma_b \Rightarrow k_2 = \frac{\sigma}{\sigma_b}$), apresentado na figura 6(b);

Método 3
parâmetro k calculado para todos os pontos do trabalho plástico equivalente do ensaio de tração, sendo obtido o valor médio ($k_3 \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\sigma}{\sigma_b}$), presente na figura 6(c) [11];

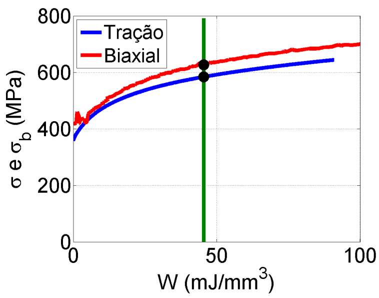
Método 4
parâmetro k como sendo o declive da regressão linear que traduz $\sigma = f(\sigma_b)$, para o mesmo trabalho plástico equivalente, apresentado na figura 6(d);

Método 5
parâmetro k como sendo o declive da regressão linear que traduz $\epsilon_b = f(\epsilon)$, para o mesmo trabalho plástico equivalente, apresentado na figura 6(e) [2].

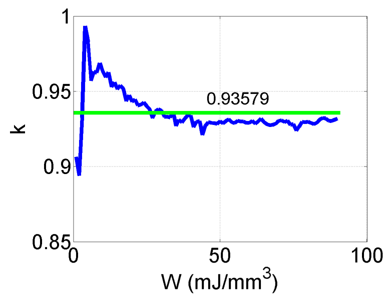
Na tabela 3 apresentam-se os valores do parâmetro k dos diferentes métodos usados, para a transformação da curva tensão-extensão biaxial em tensão-extensão equivalente.



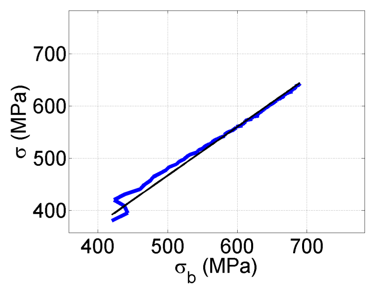
(a) Relação entre o trabalho plástico e as tensões de ambos os ensaios, para o caso da tensão máxima do ensaio de tração.



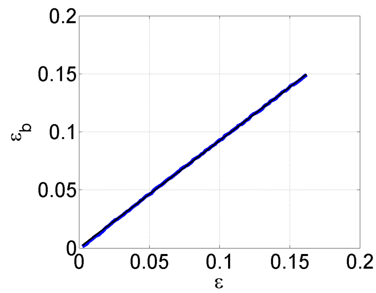
(b) Relação entre as tensões de ambos os ensaios e o trabalho plástico, quando este toma metado do valor máximo.



(c) Relação entre o parâmetro k e o trabalho plástico.



(d) Tensão uniaxial em função da tensão biaxial e respetiva regressão linear.



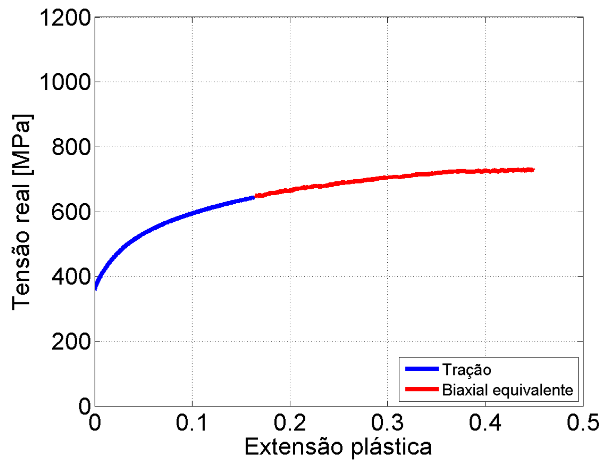
(e) Extensão biaxial em função da extensão uniaxial e respetiva regressão linear.

Figura 6: Diferentes métodos de obtenção do parâmetro k, para o caso do aço $DP500$.

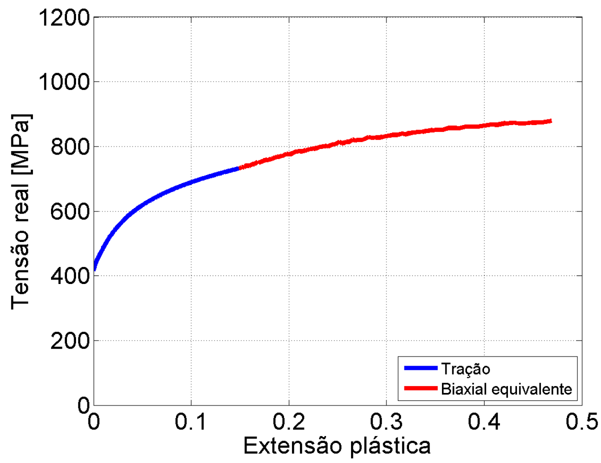
Tabela 3: Parâmetros de transformação da curva tensão-extensão biaxial em equivalente para os diferentes materiais.

Parâmetro	Material		
	DP500	DP600	DP780
k_1	0.9318	0.9645	0.9423
k_2	0.9314	0.9936	0.9467
k_3	0.9358	1.0216	0.9542
k_4	0.9339	1.0043	0.9504
k_5	0.9233	1.0835	0.9624

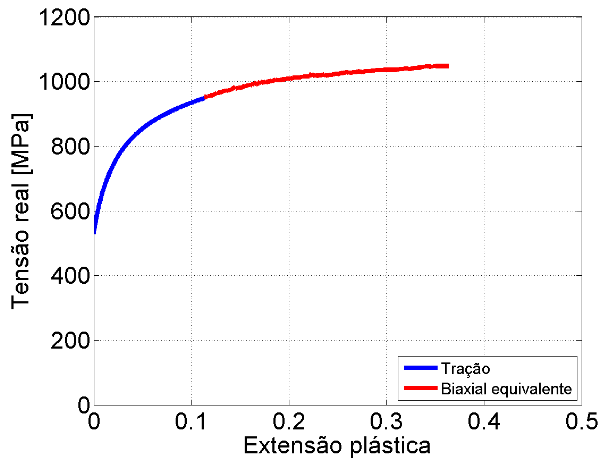
Analisando os resultados da transformação da curva biaxial para equivalente, é com a utilização do parâmetro k_1 do método 1 que melhores resultados se obtêm . Na figura 7 encontra-se presentes tais transformações com o parâmetro k_1.



(a) DP500



(b) DP600



(c) DP780.

Figura 7: Combinação entre a curva tensão-extensão do ensaio de tração e a curva tensão-extensão equivalente do ensaio biaxial para os diferentes materiais.

4 MODELOS CONSTITUTIVOS

De modo a prever o comportamento do material (encruamento) para uma gama de valores de deformação plástica mais elevados do que os obtidos pelo ensaio de tração uniaxial são utilizados modelos constitutivos (leis de encruamento). Estes modelos reagem à evolução da dimensão da superfície de plasticidade caracterizada pela tensão equivalente, em função da evolução das variáveis internas do material. Entre as diferentes leis de encruamento propostas por vários autores destacam-se as seguintes:

1. Ludwik, em 1909 [12]:

$$\sigma = \sigma_0 + K \cdot \epsilon^n \tag{13}$$

2. Hollomon, em 1945 [13]:

$$\sigma = K \cdot \epsilon^n \tag{14}$$

3. Voce, em 1948 [14]:

$$\sigma = A + B(1 - e^{-C \cdot \epsilon}) \tag{15}$$

4. Swift, em 1952 [15]:

$$\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n \tag{16}$$

5. Hockett-Sherby, em 1975 [16]

$$\sigma = A + B(1 - e^{-C \cdot \epsilon^n}) \tag{17}$$

6. Ghosh, em 1977 [17]:

$$\sigma = A(\epsilon + B)^n - C \tag{18}$$

7. Swif-Voce Combi [18]

$$\sigma = \alpha \left[K(\epsilon_0 + \epsilon)^n\right] + (1 - \alpha) \cdot \left[A + B(1 - e^{-C \cdot \epsilon})\right] \tag{19}$$

A identificação dos parâmetros que constituem as expressões dos modelos constitutivos é realizada com recurso a métodos de otimização implementados na ferramenta $MATLAB^{®}$. Nas tabelas 4 a 6 são apresentados os parâmetros adquiridos para as curvas tensão-extensão plástica de cada material do ensaio de tração segundo a direção de laminagem.

Tabela 4: Parâmetros das leis de encruamento com base nos dados obtidos pelo ensaio de tração do DP500.

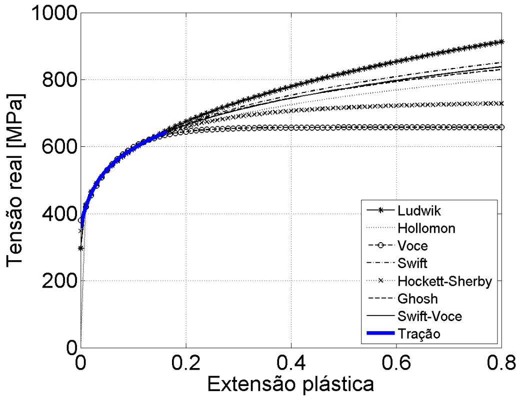
Lei de encruamento	Parâmetros				R^2 [%]	RMSE $[MPa]$
Ludwik	σ_0=296.74	K=666.93	n=0.3531		99.68	3.96
Hollomon	K=828.12		n=0.1449		96.80	12.54
Voce	A=380.61	B=277.05	C=15.436		99.60	4.45
Swift	K=884.24	ϵ_0=0.0056	n=0.1772		99.96	1.42
Hockett-Serby	A=348.24	B=386.40	C=4.887	n=0.6805	99.97	1.15
Ghosh	A=1365.72	B=0.0087	n=0.0967	C=507.75	99.99	0.86
Swift-Voce	α=0.8937	K=946.82	ϵ_0=0.0122	n=0.1860	100	0.21
		A=-109.16	B=405.26	C=42.835		

Tabela 5: Parâmetros das leis de encruamento com base nos dados obtidos pelo ensaio de tração do DP600.

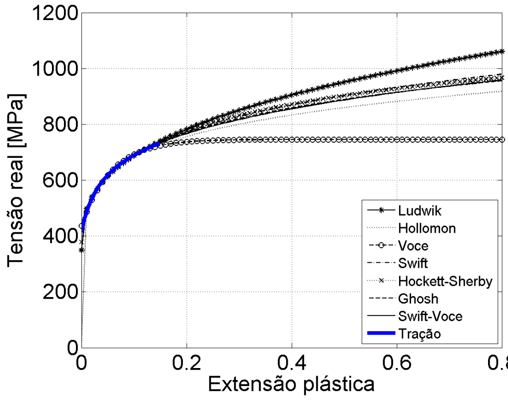
Lei de encruamento	Parâmetros				R^2 [%]	RMSE $[MPa]$
Ludwik	σ_0=349.29	K=770.80	n=0.3577		99.51	5.51
Hollomon	K=947.40		n=0.1403		95.58	16.64
Voce	A=436.89	B=309.14	C=17.547		99.69	4.41
Swift	K=1016.84	ϵ_0=0.0051	n=0.1732		99.90	2.48
Hockett-Serby	A=378.32	B=772.36	C=1.60	n=0.4942	99.94	1.87
Ghosh	A=1480.79	B=0.0076	n=0.1011	C=493.32	99.94	1.87
Swift-Voce	α=0.5080	K=2322.94	ϵ_0=0.0170	n=0.1336	100	0.35
		A=-537.67	B=139.04	C=42.083		

Tabela 6: Parâmetros das leis de encruamento com base nos dados obtidos pelo ensaio de tração do DP780.

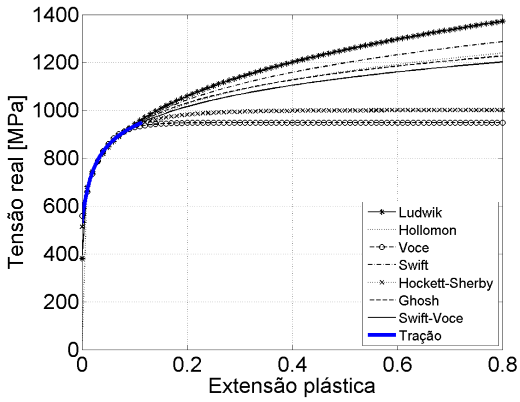
Lei de encruamento	Parâmetros				R^2 [%]	RMSE [MPa]
Ludwik	σ_0=381.22	K=1053.01	n=0.2733		99.15	9.53
Hollomon	K=1277.48		n=0.13.59		97.01	17.82
Voce	A=560.19	B=388.47	C=27.588		99.56	6.85
Swift	K=1330.85	ϵ_0=0.0017	n=0.1521		99.68	5.81
Hockett-Serby	A=513.04	B=487.59	C=10.232	n=0.7134	99.97	1.81
Ghosh	A=3849.36	B=0.0036	n=0.0384	C=2590.61	99.85	4.04
Swift-Voce	α=0.1121	K=7715.33	ϵ_0=0.0039	n=0.2157	100	0.25
		A=307.23	B=40.85	C=-13.732		



(a) DP500



(b) DP600



(c) DP780.

Figura 8: Comparação entre a curva tensão-extensão real obtida pelo ensaio de tração e os respetivos modelos constitutivos, para os diferentes materiais.

Como se pode observar na figura 8 o comportamento dos materiais no domínio do ensaio de tração é reproduzido, contudo para valores mais elevados de extensão plástica existe uma divergência entre as diversas leis de encruamento. Analisando o coeficiente de determinação (R^2) e o erro quadrático ($RMSE$) a lei que melhor reproduz o comportamento plástico dos diferentes materiais aqui estudados é a combinação entre a lei de *Swift* e de *Voce* (equação 19).
O mesmo procedimento de identificação foi efetuado para a curva que contém os resultados do ensaio de expansão biaxial realizados nos diferentes materiais. Os parâmetros obtidos são apresentados nas tabelas 7 a 9.

Tabela 7: Parâmetros das leis de encruamento determinados com base na curva tensão-extensão equivalente do ensaio biaxial do DP500.

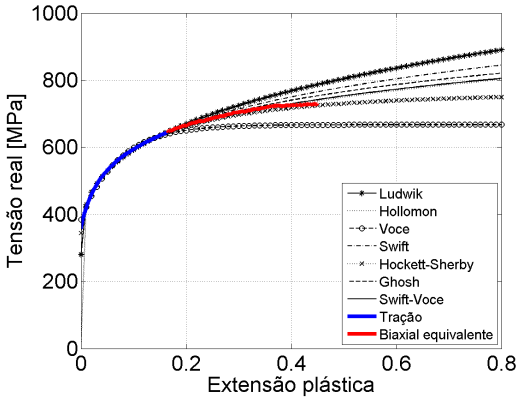
Lei de encruamento	Parâmetros				R^2 [%]	RMSE $[MPa]$
Ludwik	σ_0=279.98	K=655.99	n=0.3226		99.44	5.32
Hollomon	K=828.17		n=0.1450		96.89	12.52
Voce	A=384.48	B=282.90	C=14.129		99.23	6.23
Swift	K=877.45	ϵ_0=0.0050	n=0.1736		99.98	2.49
Hockett-Serby	A=344.02	B=418.82	C=3.996	n=0.6407	99.96	1.39
Ghosh	A=1782.49	B=0.0096	n=0.0694	C=934.70	99.95	1.51
Swift-Voce	α=0.8670	K=1057.05	ϵ_0=0.0069	n=0.1133	99.98	0.89
		A=-1235.72	B=468.16	C=14.735		

Tabela 8: Parâmetros das leis de encruamento determinados com base na curva tensão-extensão equivalente do ensaio biaxial do DP600.

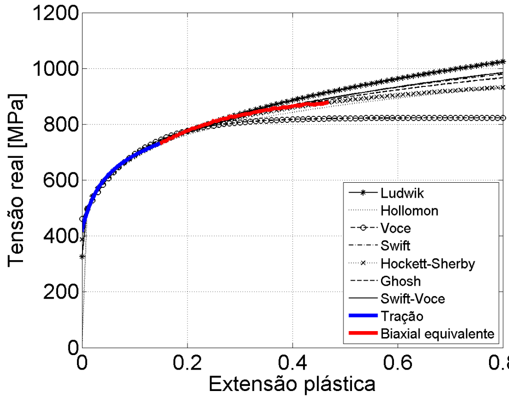
Lei de encruamento	Parâmetros				R^2 [%]	RMSE $[MPa]$
Ludwik	σ_0=325.49	K=749.74	n=0.3178		99.45	6.46
Hollomon	K=962.49		n=0.1453		96.23	16.97
Voce	A=460.92	B=362.55	C=10.255		98.08	12.11
Swift	K=1017.11	ϵ_0=0.0051	n=0.1733		99.90	2.73
Hockett-Serby	A=387.76	B=621.95	C=2.353	n=0.5501	99.82	3.66
Ghosh	A=1327.57	B=0.0075	n=0.1197	C=327.36	99.92	2.41
Swift-Voce	α=0.0878	K=8655.87	ϵ_0=0.0067	n=0.2605	99.95	1.90
		A=230.15	B=62.08	C=35.898		

Tabela 9: Parâmetros das leis de encruamento determinados com base na curva tensão-extensão equivalente do ensaio biaxial do DP780.

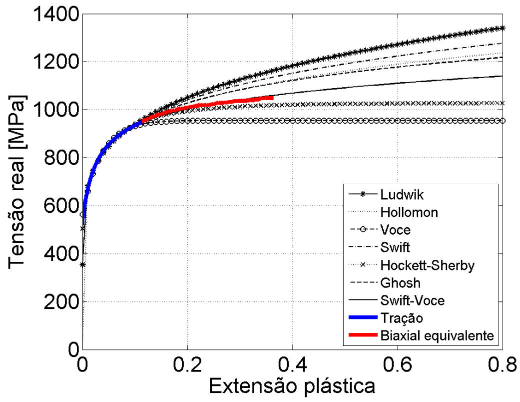
Lei de encruamento	Parâmetros				R^2 [%]	RMSE $[MPa]$
Ludwik	σ_0=353.58	K=1043.38	n=0.2509		98.84	11.19
Hollomon	K=1273.99		n=0.1351		97.02	17.95
Voce	A=563.80	B=391.30	C=28.161		99.24	9.05
Swift	K=1319.21	ϵ_0=0.0015	n=0.1490		99.52	7.21
Hockett-Serby	A=503.67	B=523.44	C=7.948	n=0.6592	99.93	2.83
Ghosh	A=5525.81	B=0.0037	n=0.0256	C=4277.69	99.79	4.79
Swift-Voce	α=0.5493	K=1942.27	ϵ_0=0.0011	n=0.1028	100	0.36
		A=-72.26	B=298.30	C=30.098		



(a) DP500



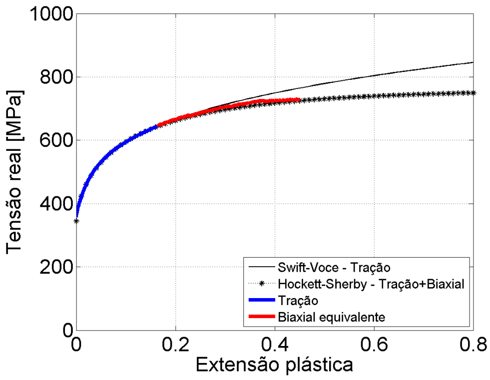
(b) DP600



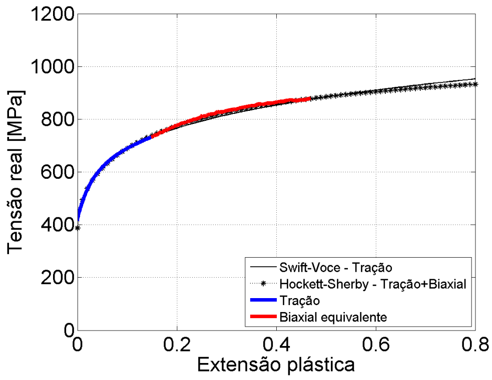
(c) DP780.

Figura 9: Comparação entre a curva tensão-extensão equivalente e os respetivos modelos constitutivos, para os diferentes materiais.

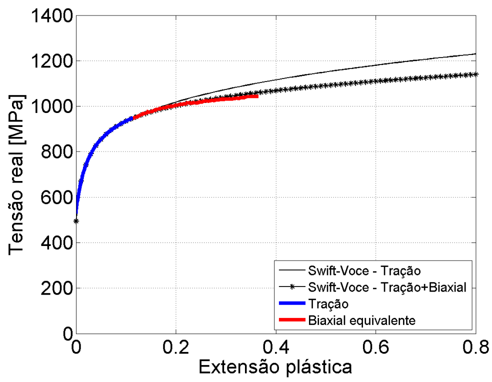
Analisando as tabelas 7 a 9, a lei que melhor traduz o comportamento da curva tensão-extensão equivalente é a combinação entre a lei de *Swift* e de *Voce* (equação 19), tendo em conta os menores valores do coeficiente de determinação (R^2) e do erro quadrático ($RMSE$) obtidos. No entanto, observando a figura 9(a) e 9(b) o comportamento do material para valores mais elevados de extensão é melhor caraterizado pela lei proposta por *Hockett-Sherby* (equação 17).
Para observar as diferenças entre utilizar e não utilizar os dados do ensaio hidráulico de expansão biaxial para determinação da curva de encruamento, é feita uma comparação entre os modelos constitutivos anteriormente determinados, apresentada na figura 10, onde se selecionaram as equações que melhor reproduzem os resultados.



(a) DP500



(b) DP600



(c) DP780.

Figura 10: Comparação da curva tensão-extensão equivalente usando adicionalmente os dados do ensaio de expansão biaxial na seleção do modelo constitutivo.

Como se pode ver, usando apenas os dados do ensaio de tração as equações correspondentes conduzem a um maior encruamento do material na zona de extrapolação. Usando adicionalmente os dados do ensaio de expansão biaxial é possível melhorar a previsão do comportamento do material, sendo mais evidente a alteração para o aço $DP500$ e $DP780$.

5 CONCLUSÕES

- No presente artigo foi descrita a metodologia para obtenção da curva de encruamento de alguns materiais com base no ensaio de tração uniaxial e no ensaio hidráulico de expansão biaxail e a sua aplicação aos aços *dual-phase*, $DP500$, $DP600$ e $DP780$.
- São estudadas e apresentadas várias abordagens para a conversão da curva tensão-extensão biaxial em tensão-extensão equivalente, obtendo-se os melhores resultados com o designado método 1, que se baseia no trabalho plástico equivalente correspondente aos valores máximos de tensão e extensão do ensaio de tração.
- A combinação dos dados do ensaio de tração e com os resultados provenientes do ensaio de expansão biaxial demonstrou ser uma abordagem com excelentes resultados na reprodução do comportamento do material para extensões plásticas mais elevadas.
- O uso somente da curva tensão-extensão do ensaio de tração uniaxial para a definição do modelo constitutivo poderá conduzir a importantes desvios entre a previsão e o comportamento real do material.

6 AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer o financiamento deste trabalho por Fundos FEDER através do Programa Operacional Factores de Competitividade - COMPETE e por Fundos Nacionais através da FCT - Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto PTDC/EMS-TEC/2404/2012.

REFERÊNCIAS

[1] J. Slota and E. Spisak. Determination of flow stress by the hydraulic bulge test. *Metallurgy*, Vol. **48**(1), pp. 13-17, (2008).

[2] A. Mutrux, B. Hochholdinger and P. Hora. Procedure for evaluation and validation of hydraulic biaxial experiment. *Numisheet 2008*, Switzerland, pp. 67-71, (2008).

[3] A.D. Santos, P. Teixeira and F. Barlat. Flow Stress Determination Using Hydraulic Bulge Test and a Mechanical Measurement System. *Proceedings of IDDRG 2011, Bilbao, Spain*, (2011).

[4] M. Sigvant, K. Mattiasson, H. Vegter and P. Thilderkvist. A viscous pressure bulge test for determination of a plastic hardening curve and equibiaxial material data. *International Journal Material Forming* Vol. **2**, pp. 235-242, (2009).

[5] G. Gutscher, H.-C. Wu, G. Ngaile and T. Altan. Determination of flow stress for sheet metal forming using the viscous pressure bulge (VPB) test, *Journal of Materials Processing Technology*. Vol. **146**(1), pp. 1-7, (2004).

[6] S. Keller, W. Hotz and H. Friebe. Yield curve determination using the bulge test combined with optical measurement. *Proceedings of IDDRG 2009, Golden, Colorado, USA*, pp. 319-330, (2009).

[7] A.J. Ranta-Eskola. Use of the hydraulic bulge test in biaxial tensile testing, *International Journal of Mechanical Sciences*. Vol. **21**(8), pp. 457-465, (1979).

[8] Atkinson M., Accurate determination of biaxial stress-strain relationships from hydraulic bulging tests of sheet metals. International Journal of Mechanical Sciences. Vol. **39**(7), pp. 761-769, (1997).

[9] P. Peters, C. Leppin and P. Hora. Method for the evaluation of the hydraulic bulge test. *Proceedings of IDDRG 2011, Bilbao, Spain*, (2011).

[10] L. Lazarescu, I. Nicodim, I. Ciobanu, D. S. Comsa, D. Banabic. Determination of material parameters of sheet metals using the hydraulic bulge test, *Acta Metallurgica Slovaca*. Vol. **19**(1), pp. 4-12, (2013).

[11] M-G Lee , D. Kim, C. Kim, M. L. Wenner, R. H. Wagoner, K. Chung. Springback evaluation of automotive sheets based on isotropic-kinematic hardening laws and non-quadratic anisotropic yield functions - Part II: characterization of material properties. *International Journal of Plasticity*. Vol. **21**, pp. 883-914, (2005).

[12] P. Ludwik. Elemente der Technologischen Mechanik. *VerlagVon Julius, Springer Leipzig*, pp. 32, (1909).

[13] J.H. Hollomon. Tensile Deformation. *Trans. Metall. Soc. AIME*. Vol. **162**, pp. 268-290, (1945).

[14] E. Voce. The relationship between stress and strain for homogeneous deformations. *Journal of the Institute of Metals*. Vol. **74**, pp. 537-562, (1948).

[15] H.J. Swift. Plastic instability under plane stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. Vol. **1**, pp. 1-18, (1952).

[16] J.E. Hockett and O.D. Sherby. Large strain deformation of polycrystalline metals at low homologous temperatures. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. Vol. **23**(2), pp. 87-98, (1975).

[17] A.K. Gosh. Tensile instability and necking in materials with strain hardening and strain-rate hardening. *Acta Metallurgica*. Vol. **25**, pp. 1413-1424, (1977).

[18] L. Kessler and J. Gerlach. The impact of materials testing strategies on the determination and calibration of different FEM material models. *Proceedings of IDDRG 2006, Porto, Portugal*, pp. 113-120, (2006).