

## DESARROLLO DE UN SISTEMA PARA LA CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE MATERIALES POLIMÉRICOS APLICADOS A NUEVOS DISEÑOS DE PARTES ANTIVIBRATORIAS

José Alfredo González Esquivel <sup>1</sup>, Raúl Lesso Arroyo <sup>1</sup>, Agustín Vidal Lesso <sup>1</sup>, José Manuel Ávila Aguilar <sup>2</sup>, Juan Antonio Brito de la Torre <sup>2</sup>, Jaime Galván Ugalde <sup>2</sup>

1: Tecnológico Nacional de México  
Instituto Tecnológico de Celaya  
Calle Antonio Garcia Cubas 600 y Avenida Tecnológico, Alfredo V. Bonfil, 38010 Celaya, GTO  
e-mail: [fredoesquivel@hotmail.com](mailto:fredoesquivel@hotmail.com), [raul.lesso@itcelaya.edu.mx](mailto:raul.lesso@itcelaya.edu.mx),  
[agustin.vidal@itcelaya.edu.mx](mailto:agustin.vidal@itcelaya.edu.mx) web: <http://www.itcelaya.edu.mx>

2: Departamento de Ingeniería Bypasa S.A. de C.V. Rassini  
Oriente Seis #6, Nuevo parque industrial C.P. 76806 San Juan del Rio, Querétaro, México  
e-mail: [jmavila@rassini.com](mailto:jmavila@rassini.com), [jbrito@rassini.com](mailto:jbrito@rassini.com), [jgalvan@rassini.com](mailto:jgalvan@rassini.com) web:  
<http://www.rassini.com>

**Palabras clave:** Hiperelasticidad, Tensión Biaxial, Partes antivibratorias, Elastómeros.

**Resumen** *Para predecir el comportamiento de los materiales llamados elastómeros es necesario realizar tres diferentes tipos de pruebas. La primera es la tensión uniaxial estándar. La segunda es para conocer el comportamiento del material sometido a esfuerzo cortante puro, esto se realiza con la prueba de tensión planar. La tercera prueba es la compresión uniaxial, los resultados de esta compresión uniaxial han demostrado ser muy imprecisos debido a los efectos de fricción que se presentan entre el espécimen y el actuador. La necesidad de contar con los datos del estudio de compresión lleva a realizar una prueba que pueda predecir el comportamiento, esta prueba es la tensión biaxial.*

*En este documento se presenta el diseño y simulación de un espécimen de material polimérico e hiperelástico. La simulación se realiza aplicando el método de los elementos finitos para predecir el comportamiento de la prueba experimental biaxial a la que es sometido el espécimen y utilizando el modelo hiperelástico de Ogden de grado 5. El diseño del espécimen se realiza con la finalidad de llevar a cabo la caracterización mecánica del polímero, específicamente la obtención de la curva esfuerzo-deformación biaxial, dichas propiedades mecánicas son utilizadas en el diseño y fabricación de bujes antivibratorios aplicados al sector automotriz.*

*Una vez concluido el diseño del espécimen se procedió a la fabricación del prototipo experimental de pruebas con lo cual se validan los resultados obtenidos de la simulación. Obteniendo una correlación del 95.12% entre las gráficas del laboratorio externo y las gráficas obtenidas de la máquina que se diseñó.*

## **1. INTRODUCCIÓN**

En la actualidad la empresa Rassini bypassa S.A. de C.V. diseña y fabrica partes antivibratorias específicamente bujes, que tienen amplia aplicación en el sector automotriz, los ya mencionados bujes están compuestos por un polímero (hule), fabricado en la misma empresa. Para llevar a cabo un diseño óptimo de dichos elementos antivibratorios y así poder ofrecer la mejor solución a sus clientes en cuanto a reducción de vibración se refiere; los diseñadores de Rassini bypassa, utilizan el método de los elementos finitos para simular y analizar el comportamiento del buje sometido a las cargas extremas que se le inducirán cuando este entre en operación. Esta simulación requiere la caracterización mecánica del polímero fabricado en dicha empresa, esta caracterización se realizaba en laboratorios externos certificados ubicados en el extranjero, lo cual genera aumento en los costos de diseño y retrasa el desarrollo de nuevos diseños de bujes. Es por este motivo que la empresa Rassini bypassa S.A. de C.V. en conjunto con el Instituto Tecnológico de Celaya desarrollan una máquina que proporcione la caracterización mecánica antes mencionada.

La caracterización mecánica de materiales hiperelásticos a menudo requiere de estudios complementarios para conocer su comportamiento, el caso de interés para este proyecto es conocer las deformaciones que el material sufre en su estado de compresión. Esto viene de observar como las partes antivibratorias de los automóviles están sometidas a compresión en su estado natural de operación.

A pesar de que las características de rigidez pueden ser modeladas con relativa precisión mediante el empleo del método de los elementos finitos, la resistencia de las estructuras aún genera incertidumbre en el diseño, debido a que no existe una teoría de falla que sea aplicable a todos los compuestos y sus innumerables combinaciones posibles, es por esto que nace la necesidad de fabricar un dispositivo y un espécimen que sea capaz de proporcionar esta caracterización, principalmente conocer las curvas de esfuerzo contra deformación de los materiales hiperelásticos sometidos a grandes deformaciones.

Para el diseño del sistema mecánico se considera realizar una prueba de compresión, más sin embargo se ha observado que en la compresión existen muchas pérdidas por fricción entre el actuador y el espécimen, partiendo de esto se realiza una observación importante la compresión provoca una deformación biaxial en el espécimen, esta deformación biaxial puede ser representada aplicando una tensión biaxial al espécimen, por lo tanto se tienen dos condiciones primordiales el material es sometido a grandes deformaciones y estas deformaciones se presentan de manera biaxial.

Existen alrededor de 9 modelos hiperelásticos que describen el comportamiento del material, por lo que es necesario seleccionar el modelo que se adapte al comportamiento del material que se desea analizar, todo esto para que los resultados de las simulaciones de las probetas que se obtengan sean lo más cercano a la realidad y el porcentaje de error sea menor al 1 %.

## **2. DESARROLLO**

### **2.1. Hiperelasticidad**

Algunos materiales como son los elastómeros, polímeros, gomas, neumáticos, calzado,

mangueras, sellos, materiales biológicos (arterias, músculos, piel), aparatos destinados al aislamiento de la base de estructuras (figura 1) pueden estar sometidos a grandes deformaciones sin presentar deformación permanente, siendo clasificados como materiales hiperelásticos. Hiperelasticidad es la capacidad de un material para experimentar deformaciones grandes. [1].

Existe una gama entera de polímeros que se pueden modelar con ecuaciones constitutivas hiperelásticas. La teoría no lineal de elasticidad se usa para explicar estos fenómenos. Las principales características de un material con un comportamiento no-lineal son:

- Grandes deformaciones.
- No tiene deformaciones permanentes.
- Esfuerzo y deformación no son proporcionales.

El comportamiento típico de un material hiperelástico se muestra en la figura 2, la cual consta de tres fases, en primer lugar, el material muestra una pequeña deformación lineal elástica debido a la deflexión de las paredes celulares, en segundo lugar, una pendiente de deformación con un rango relativamente pequeño de esfuerzo debido a la deformación elástica de las paredes celulares, en tercer lugar, una región de densificación se produce a altos esfuerzos por el aplastamiento de las paredes celulares, dando lugar a un rápido aumento del esfuerzo de compresión, [2].



Figura 1. Bujes antivibratorios

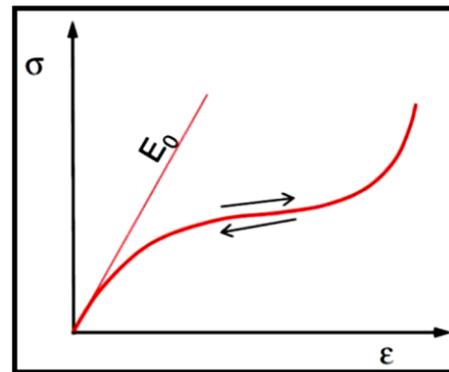


Figura 2. Comportamiento de un material hiperelástico, [3]

## 2.2. Modelos Hiperelásticos

Los modelos hiperelásticos se pueden clasificar de dos maneras.

### Modelos Basados en Invariantes de Deformación

La densidad de energía de deformación está en función de las invariantes de deformación,  $U=f(I_1, I_2, I_3)$ . El modelo más representativo de esta clasificación es el polinomial, es un modelo basado en la primera y segunda invariante, [4]. Fue desarrollado por Rivlin y fue el primer modelo que se propuso para el análisis de elastómeros y ha servido de base para el planteamiento de otros modelos, tales como; Mooney-Rivlin (similar a la forma general

polinomial), Yeoh (conocido como la forma reducida del modelo polinomial) y Neo-Hookean (modelo más simple). [5]

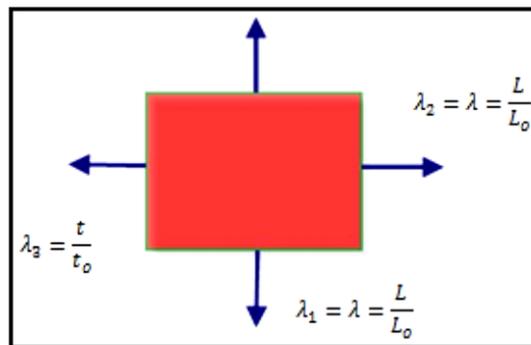
El modelo polinomial cuenta con la siguiente expresión:

$$U = \sum_{i+j=1}^N c_y (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j + \sum_{k=1}^N \frac{1}{dk} (j - 1)^{2k} \quad (1)$$

donde  $I_i (i=1, 2, 3)$  son las invariantes de deformación, mientras que  $c_{ij}$  y  $d_k$  son las constantes determinadas mediante el ajuste del modelo matemático a la curva experimental y  $N$  es el grado del polinomio seleccionado.

$$\begin{cases} I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{cases} \quad (2)$$

La relación de estiramiento  $\lambda_1, \lambda_2$  es definida como la relación de la longitud deformada  $L$  entre la longitud inicial  $L_0$ , caracterizado en deformación plana, por otra parte  $\lambda_3$  es la variación del espesor, figura 3. [6]



**Figura 3. Relaciones de estiramientos,  $\lambda_i$  ( $i=1, 2, 3$ ).**

La relación volumétrica  $J$  es definida como el cociente del volumen final entre el volumen inicial:

$$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \frac{V}{V_0} \quad (3)$$

### Modelos Basados en las Relaciones de Estiramiento

En este tipo de modelos la densidad de energía de deformación está en función de las relaciones de estiramiento.

$$U = f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (4)$$

**Modelo de Ogden.** Este modelo es aplicado a materiales incompresibles.

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{k=1}^N \frac{1}{dk} (j - 1)^{2k} \quad (5)$$

donde  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$  son las relaciones de estiramiento,  $\alpha_i$  y  $\mu_i$  se determina del ajuste del modelo matemático a la curva esfuerzo vs deformación experimental.[7]

### 3. GEOMETRÍA DEL ESPÉCIMEN

Como ya fue mencionado el espécimen que se diseñó es para ser sometido a esfuerzo de equiaxialidad, lo cual proporcionara los requerimientos que el ensayo debe cumplir, la equiaxialidad consiste en que la deformación deberá ser de la misma magnitud en los dos ejes del plano coordenado como se muestra en la figura 4.

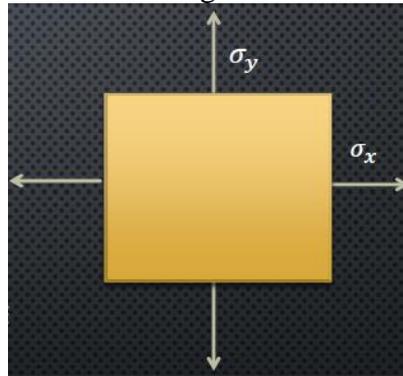


Figura 4. Esfuerzo equiaxial.

Para hacer visible este fenómeno se selecciona un área de interés cuadrada de 20x20 mm (figura 5), ubicada en el centro de la probeta, esta área es a la cual se le realiza la medición de la deformación en cada momento de la prueba. El objetivo que debe cumplir esta área cuadrada, es que al ser elongada la probeta, esta mantenga su geometría aunque sus dimensiones aumenten a por lo menos el 80% de su dimensión original.

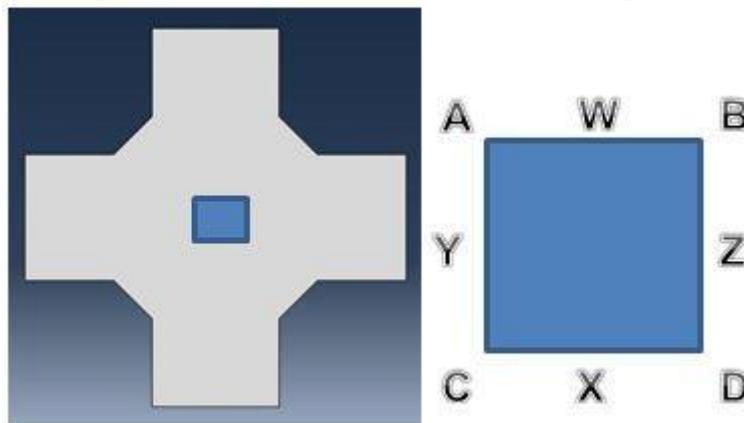


Figura 5. Área de interés

### 3.2. Simulación de espécimen

Es necesario asegurar que al ser elongada la probeta se cumpla el estado de biaxialidad deseado, por lo que se realiza la simulación utilizando el método de los elementos finitos, con estas simulaciones se pretende definir una geometría adecuada para el caso de estudio y además definir el tipo de máquina que se diseñara. Se inicia con la simulación de la probeta de tipo cruciforme y posteriormente se realiza la simulación de la probeta multiaxial.

### 3.3. Propiedades del material

Para describir de manera más completa el comportamiento de los bujes son necesarias las curvas de esfuerzo-deformación, estas curvas anteriormente eran proporcionadas por el laboratorio externo (Axel Products, Inc.) ubicado en el extranjero. Por ser material hiperelástico es necesario contar con tres curvas la primera de ellas la del ensayo uniaxial, la segunda la de un ensayo biaxial y la tercera de un ensayo a cortante, estas gráficas se pueden observar en la figura 6, se seleccionó un modelo Ogden de grado 5, esta selección de modelo se realiza ajustando la curva del ensayo experimental, este ajuste cuenta con una correlación del 99%.

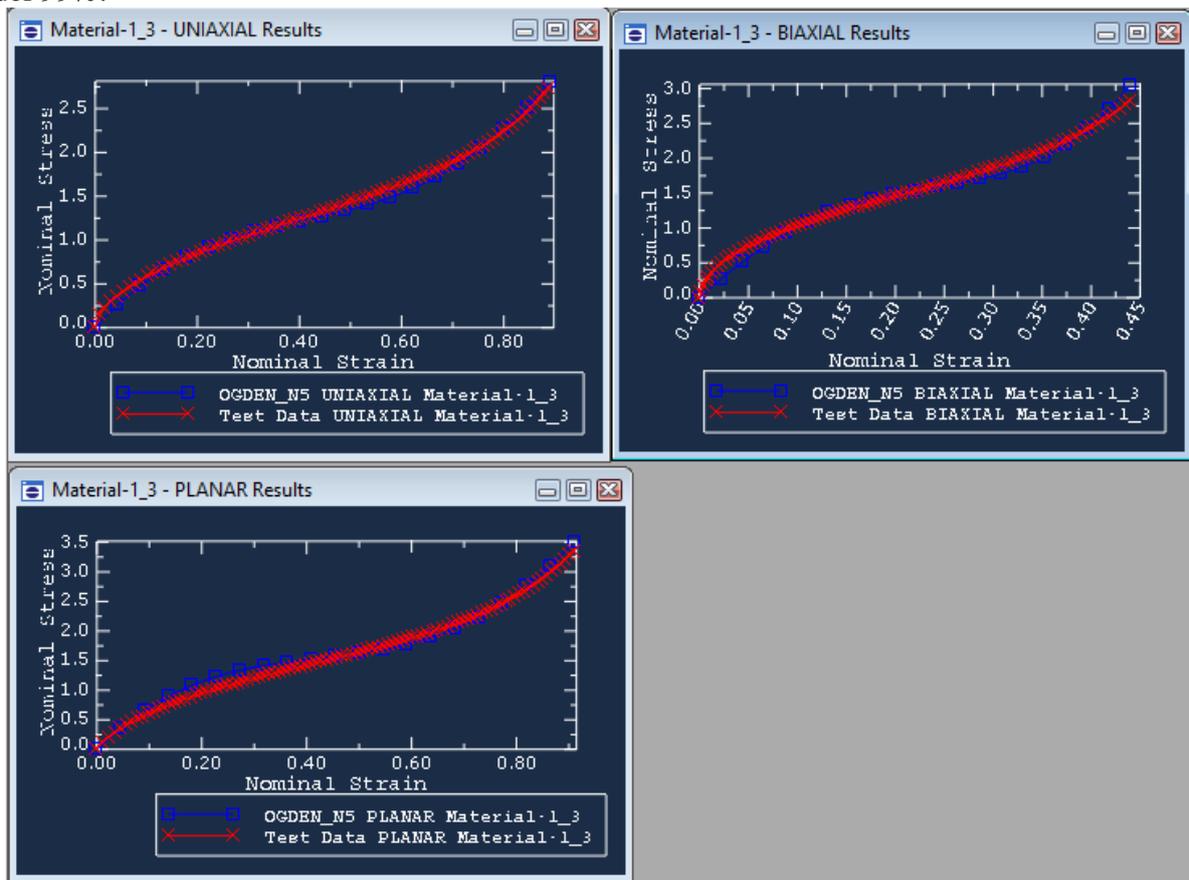
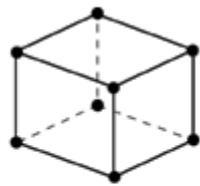


Figura 6. Curvas de los ensayos aplicados al material

### 3.4. Control de malla

Para el mallado del espécimen se aplicaron elementos hexaédricos llamados C3D8RH, (figura 7) dicho elemento cuenta con 8 nodos y tres grados de libertad en cada nodo, se aplicó una formulación híbrida e integración reducida lo cual permite al elemento soportar hiperelasticidad, grandes deformaciones y tener un comportamiento casi incompresible. El tamaño del elemento fue de 1mm. El mallado del modelo aplicando fue en su totalidad con elementos del tipo hexagonal mapeado para la zona de interés y dejando el resto del espécimen con un mallado hexagonal libre para las otras secciones del espécimen; esto debido a que lo más importante es la zona central de la probeta.



(a) Linear element  
(8-node brick, C3D8)

Figura 7. Tipo de elemento

### 3.5. Condiciones de frontera en probeta cruciforme.

Se hizo una partición de la probeta y se aplicó el desplazamiento en las extremidades de la probeta como se ve en la figura 8.

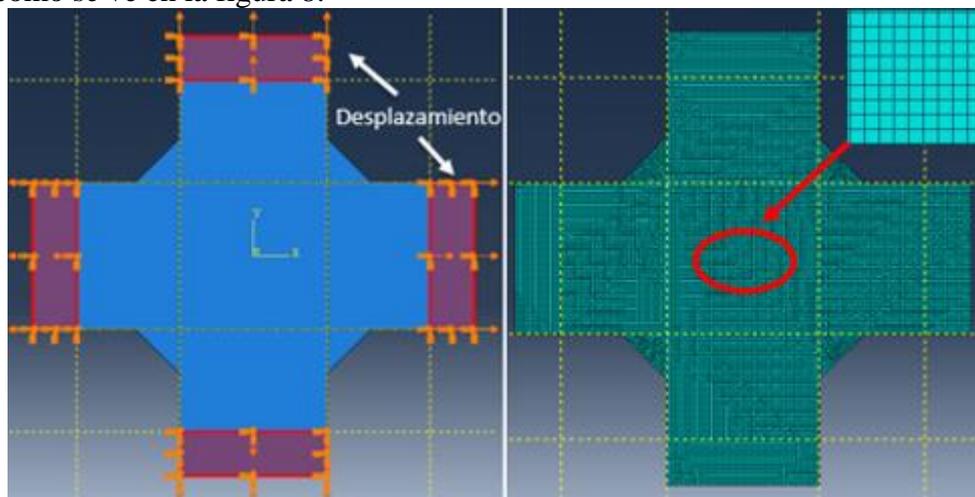
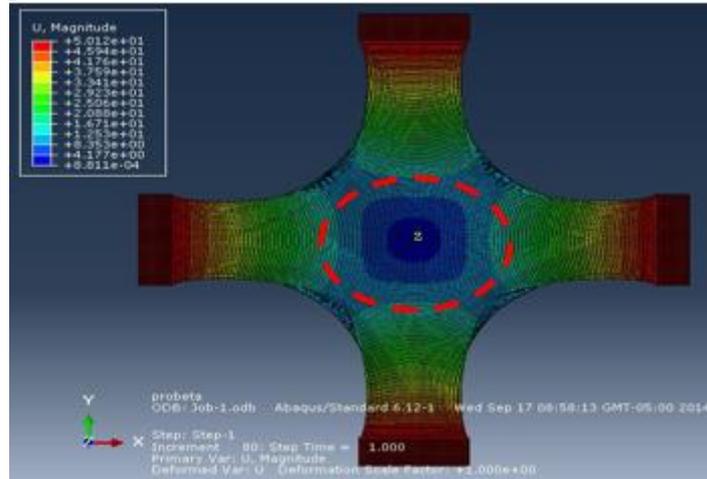


Figura 8. Condiciones frontera y mallado

#### Probeta 1

Retomando las condiciones mencionadas anteriormente se determina como primera opción para el diseño de la probeta un estilo cruciforme como se muestra en la figura 9. Una vez realizada la solución altamente no lineal, esto porque se tienen 2 no linealidades, la primera es

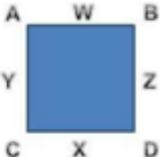
por geometría y la segunda es por material. Se obtienen los resultados de los desplazamientos que experimenta la probeta cruciforme.



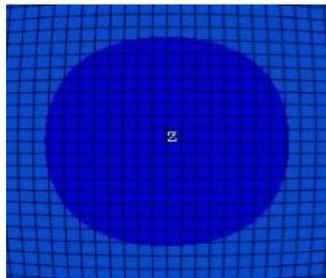
**Figura 9. Probeta cruciforme 1, resultados de desplazamiento, mm.**

Al realizar las simulaciones de la probeta se observa un fenómeno bastante importante, el cuadro central (área de interés) no mantiene su geometría al ser elongada la probeta, sino más bien tiende a formar un círculo como se muestra en la figura 10. Esto genera una deformación distinta entre los puntos A-B, C-D y Y-Z. En la tabla 1 se muestran los resultados donde se observa un porcentaje de error del 4.12% que se tienen en dichas mediciones.

	Inicial	Distancia	% Deformación	% error
A-B	20	28.957	44.79	4.12
Y-Z	20	30.15	50.75	
C-D	20	28.957	44.79	



**Tabla 1. Resultados probeta 1**



**Figura 10. Área de interés probeta cruciforme 1**

El error es demasiado alto aun y cuando el porcentaje de deformación es de apenas 50%, si llevamos la probeta al 100% de deformación, el error aumentaría aún más por lo tanto se buscó cambiar la geometría para corregir este efecto.

### **3.6. Probeta multiaxial, condiciones de frontera**

Se crearon restricciones con un nodo piloto en cada brazo acoplado a la sección donde la

probeta será sujeta por la mordaza (figura 11), y en esos puntos se aplica un desplazamiento radial de 60 mm para cada uno de los brazos que tiene la probeta.

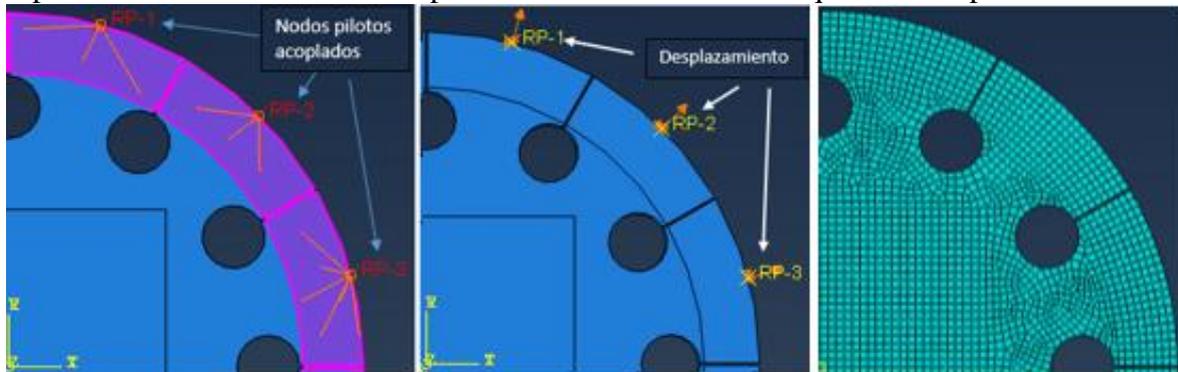


Figura 11. Condiciones de frontera y mallado

### Probeta 2

Se inicia el estudio realizando análisis en probetas llamadas multiaxiales, a este tipo de probeta se le aplican desplazamientos en diferentes ejes trazados sobre un mismo plano. El resultado de este análisis se muestra en la figura 12 y en la tabla 2.

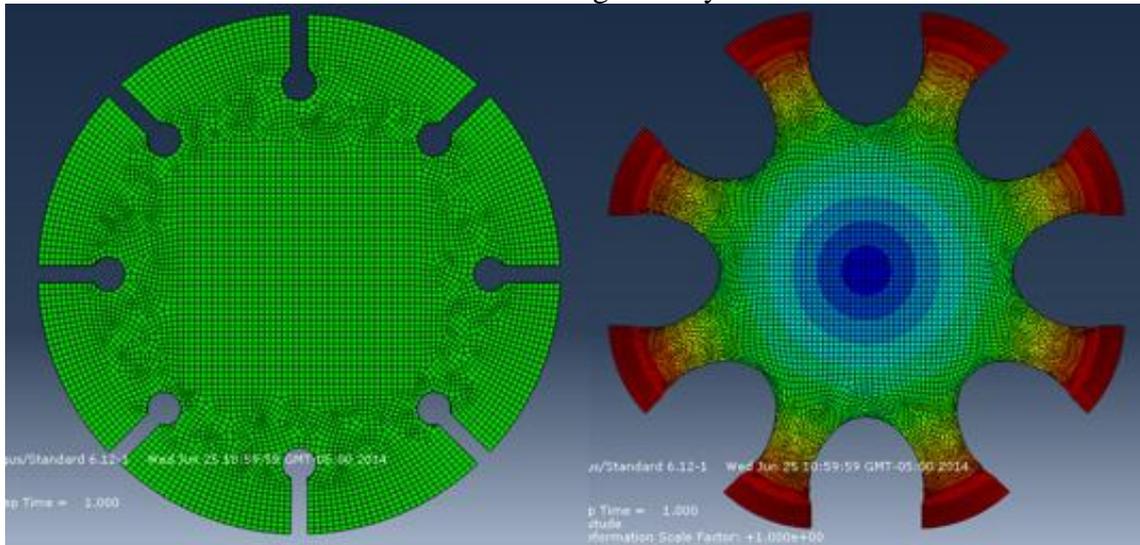


Figura 12. Probeta multiaxial 8 brazos

	Inicial	Distancia	% Deformación	% error
A-B	20	40.8811	104.41	0.15
C-D	20	40.83	104.15	
Y-Z	20	40.8905	104.45	

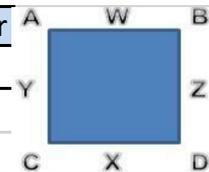
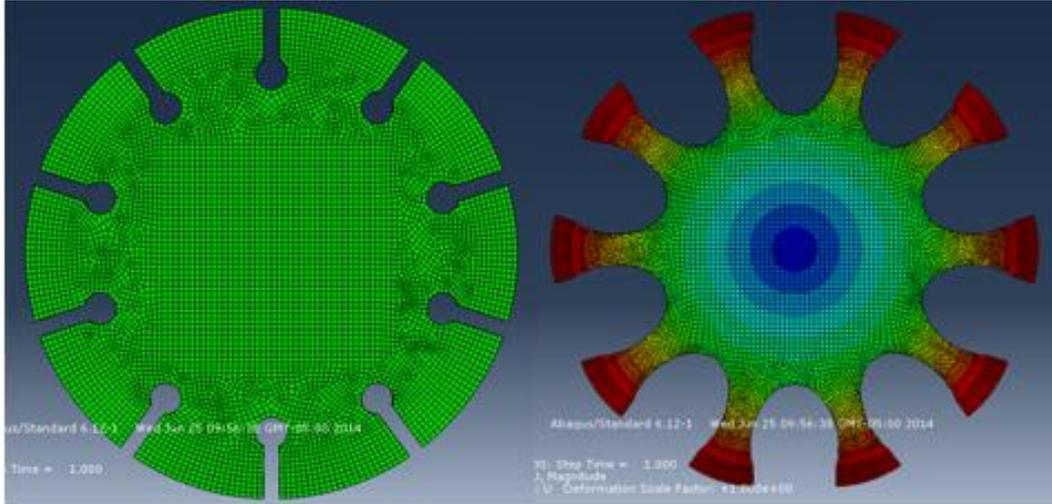


Tabla 2. Resultados probeta 2

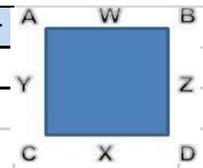
En esta probeta equiaxial se nota una disminución en el error de 4.12% (tabla 1) a 0.15% (tabla 2) entre las distancias de los puntos especificados para el cuadro central que será analizado, esta probeta cumple con los requerimientos, más sin embargo es necesario que otras geometrías similares sean analizadas para elegir la adecuada.

**Probeta 3**



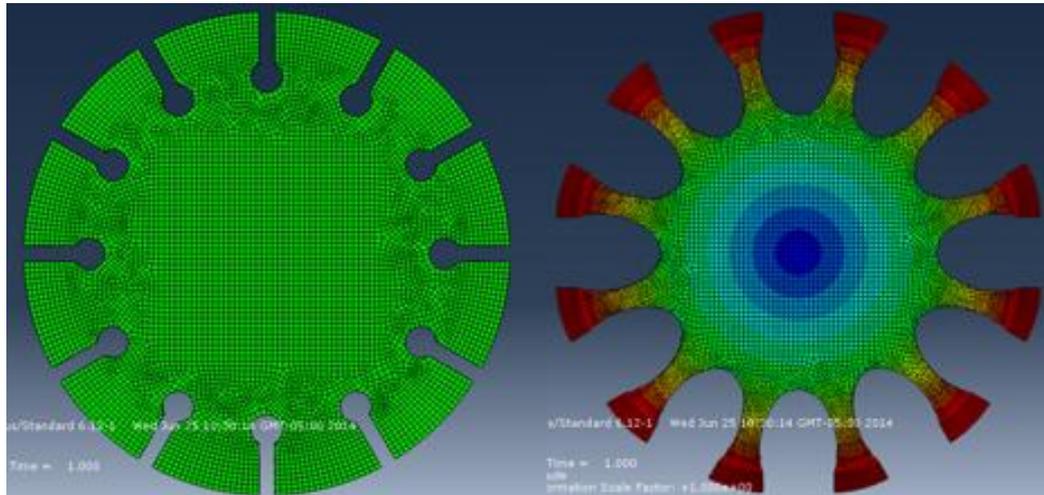
**Figura 13. Probeta multiaxial 10 brazos**

	Inicial	Distancia	% Deformación	% error
A-B	20	40.8641	104.32	0.04
C-D	20	40.867	104.26	
Y-Z	20	40.8526	104.34	



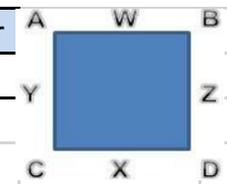
**Tabla 3. Resultados probeta 3**

**Probeta 4**



**Figura 14. Probeta multiaxial 12 brazos**

	Inicial	Distancia	% Deformación	% error
A-B	20	40.7115	103.56	0.04
C-D	20	40.713	103.57	
Y-Z	20	40.6968	103.48	



**Tabla 4. Resultados probeta 4**

## Probeta 5

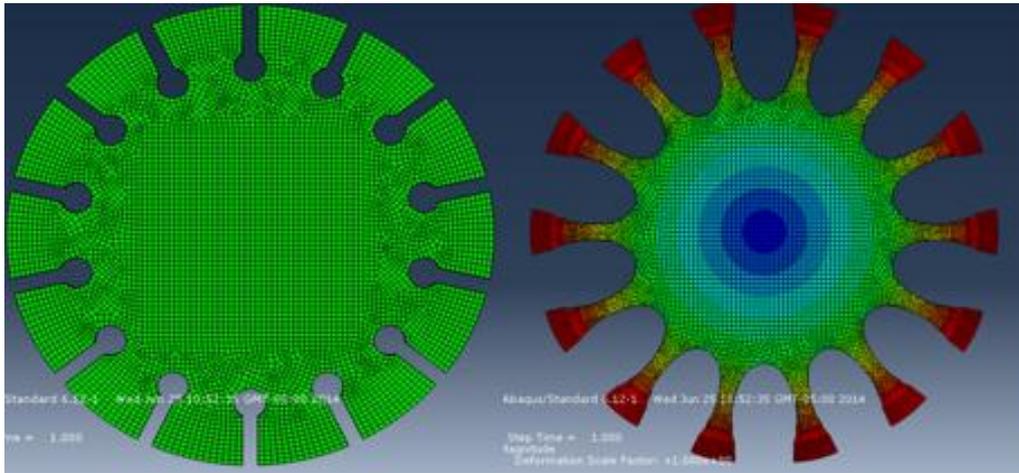


Figura 15. Probeta multiaxial 14 brazos

	Inicial	Distancia	% Deformación	% error
A-B	20	40.5259	102.63	0.01
C-D	20	40.5326	102.66	
Y-Z	20	40.5298	102.65	

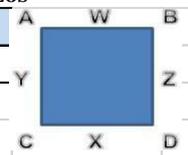


Tabla 5. Resultados probeta 5

En las probetas multiaxiales el área de interés tiene una deformación del 100% y es uniforme con lo cual se cumple la biaxialidad y se determina que la geometría de la probeta es la adecuada para ser sometida a ensayos de tensión equiaxial de materiales poliméricos sometidos a grandes deformaciones.

### 3.7. Selección de la probeta

Se selecciona la probeta multiaxial ya que como se ve en las tablas los resultados de las probetas cruciformes no cumplen con la biaxialidad, de todas las probetas multiaxiales se selecciona la que cuenta con 12 brazos (figura 14), debido a que en la tabla 4 se observa un porcentaje de error entre las dimensiones del cuadro de 0.04%. Por otro lado el construir una maquina con más brazos genera más costos de fabricación y aumenta el tiempo del mismo además de que se tienen más variables a controlar en el sistema.

## 4. MÁQUINA EQUIAXIAL

### 4.1. Requerimientos

Anteriormente se presentó el diseño de la probeta que será sometida a tensión biaxial, esto arrojó una serie de requerimientos para iniciar el desarrollo del sistema mecánico. Los principales requerimientos se enlistan a continuación:

- Se diseñara una máquina del tipo multiaxial
- La probeta será elongada por medio de 12 brazos (12 mordazas).
- Se requiere un desplazamiento de 60 mm en cada brazo de la probeta para asegurar un

- 100% de deformación en el área de interés de la probeta.
- La prueba debe contar con opciones para asignar diferentes números de ciclos a diferentes velocidades o cargas.
- El área de interés (cuadro de 20x20 mm) no debe estar en contacto con ninguna parte del sistema para no generar fricción.
- Se debe conocer en todo momento el desplazamiento, la fuerza y la velocidad a la que se encuentra corriendo la prueba.
- Se debe conocer la tensión en los cables al inicio de la prueba y en cada ciclo de la prueba.

En la figura 16 se puede observar la probeta equiaxial (izquierda) y máquina equiaxial (derecha) que se diseñó y fabricó para realizar la caracterización mecánica de los materiales poliméricos.



**Figura 16. Probeta equiaxial y Máquina equiaxial**

## **5. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

La simulación de la probeta marcó la pauta para el diseño de la máquina equiaxial, una vez fabricada e instalada la máquina en el laboratorio de la empresa Rassini bypass S.A. de C.V. se procede a realizar la prueba de tensión multiaxial a los diferentes polímeros (hules) que fabrica la empresa y comparar los resultados contra los que proporciona el laboratorio externo.

En la figura 17 se muestra la comparación de las gráficas obtenidas en bypass S.A. de C.V. y las del laboratorio externo donde se obtiene una correlación del 95.12%. Se realizó la prueba de tensión multiaxial que representa la biaxialidad del material que a su vez representa los fenómenos de compresión uniaxial del polímero.

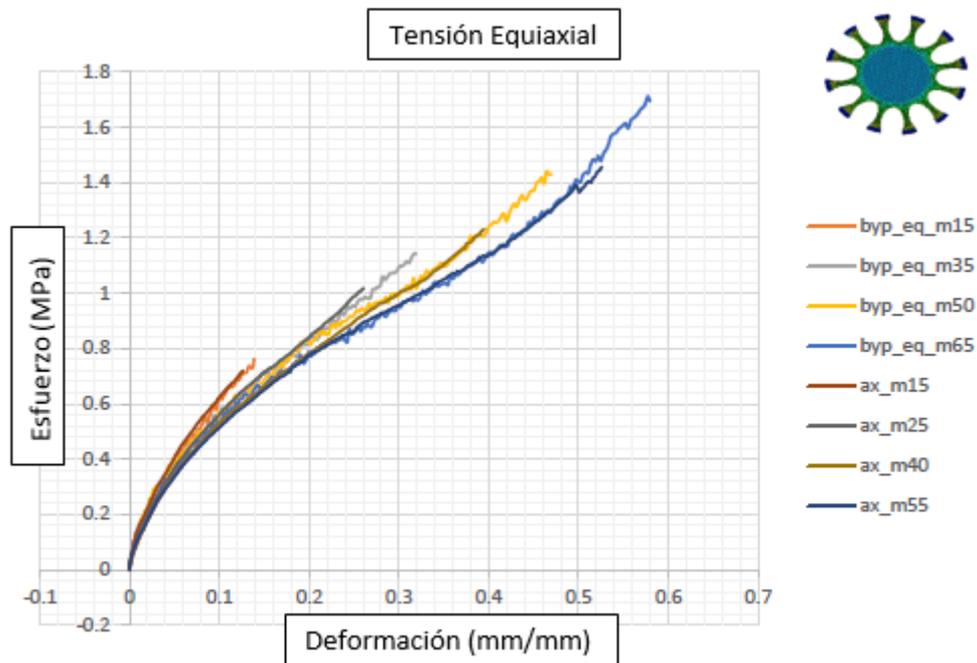


Figura 17. Gráfica de tensión multiaxial laboratorio Bypasa (byp\_eq\_m) vs Externo (ax\_m)

## 6. DISEÑO DE BUJES

La sección más importante de todo el desarrollo de este trabajo es aplicar la caracterización mecánica en el diseño de los bujes; por lo que se realiza la comparación de un buje diseñado con las curvas de comportamiento proporcionadas por el laboratorio externo (figura 18) y con las curvas de comportamiento obtenidas de la nueva máquina de tensión multiaxial. Para realizar la simulación se utilizó el tipo de elemento C3D8RH (ver figura 7) el cual cuenta con 8 nodos y 3 grados de libertad por cada nodo, se aplicó una formulación híbrida e integración reducida lo cual permite al elemento soportar hiperelasticidad, grandes deformaciones y tener un comportamiento casi incompresible.

Posteriormente se fabrica el buje y se prueba en la máquina MTS 831.10 Elastomer Test System (figura 19). En la tabla 6 se muestran los resultados obtenidos de las simulaciones con el mismo material caracterizado en los dos laboratorios y el resultado obtenido con la Maquina MTS 831.10 Elastomer Test System.

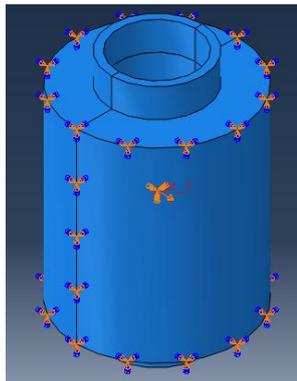


Figura 18. Condiciones de frontera

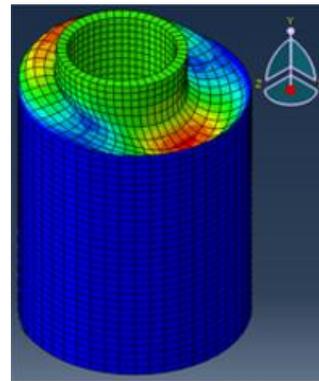


Figura 19. Prueba radial



Figura 20. Prueba experimental.

Prueba	Curvas	Rigidez Radial N/mm
Simulación 1	Laboratorio externo	2020.49
Simulación 2	Laboratorio Bypasa	2160.07
Experimental	Laboratorio Bypasa	2100.00

Tabla 6. Rigidez radial

En la tabla 6 se presenta el resultado de la simulación con las curvas de comportamiento del laboratorio externo el cual provoca un error de 3.78% y la simulación con las curvas de comportamiento del laboratorio de Bypasa se obtiene un error de 2.86%, por lo tanto el desarrollo de dicha maquina fue exitoso y da un valor agregado al compromiso que la empresa Rassini bypasa S.A. de C.V. tiene con la satisfacción de sus clientes.

## 7. CONCLUSIONES

- El comportamiento ocurrido en la compresión se puede representar con la tensión biaxial
- El modelo de Ogden de quinto orden describe de manera adecuada el fenómeno de tensión biaxial que se estudia.
- La geometría más adecuada de la probeta para el estudio de materiales hiperelásticos sometidos a grandes deformaciones biaxiales es la equiaxial, ya que mantiene la misma deformación en cualquier punto dentro del área de interés.
- Con este trabajo nos permitió generar la tecnología para realizar pruebas uniaxiales en materiales poliméricos y tener valores de correlación del 0.98 en comparación con laboratorios especializados de Estados Unidos.

## REFERENCIAS

- [1] G. Liang, K. Chandrasshekhara, *Neural network based constitutive model for elastomeric foams*, Elsevier.
- [2] G. Silber, M. Alizadeh & M. Salimi, *Large deformation analysis for soft foams based on hyperelasticity*, Journal of Mechanics, Vol. 26, No. 3, September 2010.
- [3] R. Jakel, *Analysis of Hyperelastic Materials with Mechanical: Theory and Application Examples*, Technische Universität Chemnitz, 27 April 2010.
- [4] R.S. Rivlin, "Large Elastic Deformations," *Rheology: Theory & Applications - Vol. I*, ed. F.R. Eirich, Academic Press, Inc., New York, 1956, Chapter 10.
- [5] R.S. Rivlin, "The Elasticity of Rubber," *Rubber Chemistry and Technology*, 65, pp. G51-G66, 1992.
- [6] O.H. Yeoh, "Phenomenological Theory of Rubber Elasticity," *Comprehensive Polymer Science*, ed. G. Allen, Elsevier, Oxford, 1996, Chapter 12.
- [7] L.R.G. Treloar, *The Physics of Rubber Elasticity (2nd edition)*, Oxford University Press, 1958 (3rd edition is ~1975)