

PROBLEMA INVERSO DE LA DETERMINACIÓN DE RESISTENCIAS ELÉCTRICAS EN SUELOS DE DOS CAPAS MEDIANTE EL METODO DE SIMULACIÓN EN REDES

Freddy Antonio Ramírez Medrano^{1*}, Iván Alhama Manteca¹ y Pedro Martínez Pagán²

1: Departamento de Ingeniería Civil
Facultad de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos y de Ingeniería de Minas
Universidad Politécnica de Cartagena
30203
e-mail: freddyxxi@hotmail.com*, ivan.alhama@upct.es

2: Departamento de Ingeniería Minera, Geológica y Cartográfica
Facultad de Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos y de Ingeniería de Minas
Universidad Politécnica de Cartagena
30203
e-mail: p.martinez@upct.es

Palabras clave: Problema Inverso, Tomografía Eléctrica, Geofísica, Simulación en Redes

Resumen *Se usa la técnica de tomografía para determinar la resistencia eléctrica y espesor de suelos (2-D) formados por dos capas horizontales mediante un protocolo de aplicación típico de los problemas inversos y el uso de un método numérico basado en analogías eléctricas. Para contrastar y verificar la fiabilidad de la técnica propuesta se muestran dos ejemplos en los que partiendo de la solución del problema directo de una muestra conocida y alterando los resultados del mismo mediante la aplicación de un error aleatorio, se reproducen los valores de espesor y conductividad de la muestra mediante el protocolo inverso, comprobando que se reproducen los valores originales de esas magnitudes con un error mínimo. Los valores iniciales de conductividad de la capa superior del terreno se obtienen directamente por tanteo mediante una subrutina, aplicando la tensión de las puntas activas en posiciones cercanas y leyendo las tensiones cerca de dichas posiciones. Sucesivamente, las puntas activas y las de lectura se van separando hasta detectar la frontera de la capa superior y si la relación de resistividades eléctricas entre las capas es mayor o menor que la unidad. A continuación se ubica la frontera y se continúa el procedimiento hasta detectar la frontera de la segunda capa. Se define un funcional que compara en cada paso los valores de las medidas (resultantes del problema directo) con las soluciones del problema inverso determinando los cambios de resistividad para los subsiguientes pasos. El código creado, que contiene las rutinas necesarias de cálculo y representación gráfica, es capaz asimismo de resolver*

problemas directos para cualquier tipo de suelo (multicapas, fisuras verticales), proporcionando el campo de tensiones y corrientes en toda la sección. La técnica numérica de solución de las ecuaciones de gobierno se basa en el método de simulación por redes y el modelo lineal propuesto se simula en un código standard de resolución de circuitos eléctricos.

1. INTRODUCCIÓN

Considerando el sistema terrestre como un circuito eléctrico gigantesco por lo que posee un comportamiento similar; a lo cual nos permite estudiarlo como tal, aplicándose las distintas metodologías matemáticas que se implementarían al momento de evaluar o diseñar un sistema eléctrico equivalente, dando valores de resistencia o conductividad a sus elementos, y/o a partir de la obtención de una respuesta conocida poder aproximar mediante la utilización de técnicas de inversión estas propiedades desconocidas.

Gracias a esta posibilidad de poder evaluarse como un circuito eléctrico, esto nos permite la implantación de técnicas utilizadas ampliamente en el área de la electrónica, así como el poder aplicar software de gran poder existente en el mercado actual que poseen una gran capacidad de cálculo para los mismos como es el caso Pspice®.

El método de simulación por redes (MESIR) es una técnica para el estudio de cualquier proceso físico que pueda definirse mediante un modelo matemático o conjunto completo de ecuaciones, generalmente en derivadas parciales acopladas o no. Partiendo de éstas el procedimiento consiste en dos etapas bien diferenciadas: en primer lugar, en elaborar un “modelo en red” o circuito eléctrico equivalente al proceso, y en segundo lugar, en simular dicho proceso obteniendo la solución del modelo en red mediante un programa adecuado de resolución de circuitos eléctricos.

Una descripción detallada del método, con numerosas aplicaciones a los campos de transporte a través de membranas, transferencia de calor, sistemas de reacción química, transferencia de masa en soluciones electrolíticas y no electrolíticas, y fenómenos electrocinéticos en suspensiones coloidales, puede encontrarse en el libro de González-Fernández [1]. En los últimos años el método ha sido aplicado con éxito en otros campos de investigación, tales como transporte de calor en fluidos, sistemas caóticos, vibraciones mecánicas, elasticidad, problemas inversos, etc., incluyendo el campo que nos ocupa de flujo asociado a densidad variable con transporte de soluto, Alhama y col. [2] y Soto y col. [3-5], así como en el diseño de programas educativos, Alhama y Del Cerro [6][7].

El modelo en red es el formato que se da al modelo matemático para que pueda ser utilizado como entrada (fichero) en un programa de resolución de circuitos eléctricos tal como Pspice®, Nagel [8][9], Vladimirescu [10] y Kielkowsky [11]. Este software es el que resuelve las ecuaciones de la red proporcionando la solución numérica del modelo matemático.

Una vez obtenido el modelo en red se procede a su análisis. Para ello hemos buscado un software adecuado para la solución de circuitos eléctricos Pspice®. Pspice® ha sido utilizado por otros

autores para resolver problemas de otras disciplinas. Baker y Shortt [12] estudian el comportamiento de componentes integrados en diferentes rangos de temperatura, Bello [13] lo aplica a la resolución de problemas mecánicos, Herbert [14] lo aplica a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias, Hamill [15], a problemas estadísticos y relacionados con el caos, etc.

1.1. Modelo en Red

Como dominio del problema se asume una región rectangular (2-D) que se dividirá en $N_x \times N_y$ celdas o volúmenes elementales, también de geometría rectangular. El dominio global puede estar formado, a su vez, por regiones homogéneas de diferente conductividad eléctrica y tamaño. Por tratarse de una celda simétrica (con dos ejes de simetría) de dimensiones $\Delta x \times \Delta y$, el modelo eléctrico para el estado transitorio está formado por cuatro resistencias y un condensador, y las conexiones son las mostradas en la Figura 1.

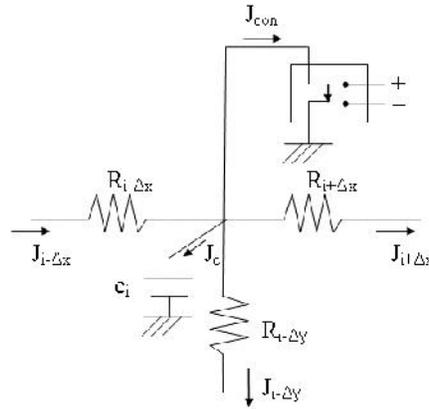


Figura 1. Modelo en red de la celda elemental

Dado que nuestro interés está centrado en la solución estacionaria, aunque más tarde puede abordarse la solución transitoria, el valor de la capacidad eléctrica es irrelevante por lo que adoptaremos uno suficientemente pequeño para optimizar en lo posible el tiempo de computación numérica. El valor de las resistencias, adoptando un valor unidad para la longitud en profundidad de la celda (normal al dominio bidimensional), es

$$R_{x_{i-\Delta}} = R_{x_{i+\Delta}} = (\Delta x/2) \cdot (1/(\Delta y \cdot k_i)) = [\Delta x/\Delta y]/2k_i \quad (1)$$

$$R_{y_{i-\Delta}} = R_{y_{i+\Delta}} = (\Delta y/2) \cdot (1/(\Delta x \cdot k_i)) = [\Delta y/\Delta x]/2k_i \quad (2)$$

donde k_i es la conductividad eléctrica de la celda. Para celdas en forma cuadrada estos valores se reducen a:

$$R_{x_{i-\Delta}} = R_{x_{i+\Delta}} = R_{y_{i-\Delta}} = R_{y_{i+\Delta}} = (2k_i)^{-1} \quad (3)$$

El contorno del dominio se somete a condición adiabática (una resistencia infinita) y en las celdas donde se aplican los potenciales 1 y -1 V se conectan sendas baterías de este valor con la polaridad adecuada.

2. ESPECIFICACIONES GENERALES

La metodología implementada consiste en crear un modelos que equipare al suelo con característica equivalente, de manera que generase resultado similares a los obtenidos en campo; para ellos se implementan los programas Matlab® y Pspice® que son la base para el diseño y el cálculo o procesamiento numérico y la representación gráfica o tabulada de la respuestas obtenidas por dicho modelos; permitiendo así la solución del problema tanto Directo como el de mayor importancia para el campo de geofísica que el problema Inverso.

Se ejecuta la aplicación standard en Matlab®, que nos permite iniciar y controlar en adelante el programa mediante un ambiente de ventana.



Figura 2. Selección de modulo

Los parámetros (características físicas, condiciones iniciales, localización de los puntos de conexión de los electrodos, etc.) que se requieren para definir el problema tomográfico y acceder a la simulación son, Figura 3:

The screenshot shows a software window titled 'tomografia' with a menu bar 'Archivo'. The main interface contains several input sections:

- Nombre del problema:** A text input field.
- Tamaño del dominio:** Two input fields labeled 'A =' and 'B =' next to a rectangular diagram representing a domain with dimensions A and B.
- Tipo de mallaado:** A dropdown menu currently showing '50 x 30'.
- Características físicas del terreno:** A box containing three input fields: 'Capacidad eléctrica:', 'Conductividad eléctrica:', and 'Condiciones iniciales:'.
- Celdas de aplicación de potencial eléctrico:** A box containing two rows of inputs: 'V = + 1 voltio' with 'Celda =', and 'V = - 1 voltio' with 'Celda =', each followed by an input field.
- Error =** [input field] % **tiempo =** [input field with value '200']
- Conductividad variable:**
- Generar CIR** button at the bottom center.

Figura 3. Datos del terreno

El programa permite simular múltiples valores de conductividad o resistividad eléctricas, con variación uniforme creciente, definidas en un único archivo de programa. Esto permite agilizar simulaciones comparativas y presentar directamente agrupaciones de datos simulados concernientes con distintos escenarios físicamente iguales, Figura 4.

This screenshot shows a sub-section of the software interface:

- Conductividad variable:**
- Valor inicial:** [input field]
- Valor final:** [input field]
- Step PARAM:** [input field]
- Generar CIR** button at the bottom right.

Figura 4. Datos para conductividad variable

2.1. Programa básico para solución del problema inverso

Para usar este módulo del programa es necesario disponer de datos de mediciones previas proveniente de pruebas experimentales afectada por un error, e introducirlas en la base de datos de entrada del módulo con objeto de inferir el valor de las características físicas más precisas del terreno que reproducirían los susodichos datos con un error dado. Los datos de entrada, que incluyen las posiciones asociadas a los mismos, se agrupan para su lectura por el programa en el formato indicado en la Figura 5. En una tabla aparte se recogen los valores máximos de la tabla anterior, Figura 6.

	1	2	3	4
1	0.5000	-0.0068	-0.0069	
2	1.5000	-0.0068	-0.0066	
3	2.5000	-0.0069	-0.0067	
4	3.5000	-0.0070	-0.0069	
5	4.5000	-0.0071	-0.0071	
6	5.5000	-0.0072	-0.0075	
7	6.5000	-0.0074	-0.0074	
8	7.5000	-0.0076	-0.0073	
9	8.5000	-0.0078	-0.0077	
10	9.5000	-0.0081	-0.0084	
11	10.5000	-0.0084	-0.0083	

Figura 5. Tabla de datos de entrada para el problema inverso

	1	2	3	4
1	0	1.0139	0	
2	0	0	0	
3	1	1	1	
4				

Figura 6. Tabla de valores máximos

Una vez recopilados estos datos para iniciar la identificación de las propiedades del terreno homogéneo e isotrópico, y por ende su estructura o constituyentes que lo forman, se vuelve a la ventana “Tipo” que se visualizó en la Figura 2. Al seleccionar el modulo “Problema Inverso” y luego “Continuar” en la ventana “Tipo”, se nos abre una nueva ventana llamada “Tomografía” que nos pide los primeros datos (datos iniciales) del terreno que introducimos por aproximación. Se trata de datos que el usuario con experiencia, a la luz de las medidas, aproximará con cierto rigor.

La solución del problema directo a partir de estos valores aproximados del terreno constituye la primera simulación cuyos resultados se contrastarán con las medidas experimentales para medir las desviaciones mediante el funcional, y determinar de esta diferencia los nuevos parámetros del terreno para realizar la segunda simulación, repitiendo el proceso hasta ajustar convenientemente las desviaciones entre las medidas experimentales iniciales y los datos supuestos finalmente. Las desviaciones del funcional disminuyen paulatinamente hasta un valor prefijado que se introduce en el programa.

Los casos a analizar son:

2.2. Conductividad eléctrica constante, 2 dS/m

Un medio homogéneo e isotrópico cuyo modelo está formado por una cuadrícula de 100 x 50 celdas, cada una con dimensiones y conductividad conocidas. La fuente de corriente se conecta a las celdas de la parte superior (superficie del terreno) 05 y 96.

2.3. Conductividad eléctrica variable, 2÷10 dS/m

Un medio homogéneo e isotrópico cuyo modelo está formado por una cuadrícula de 100 x 50 celdas, cada una con dimensiones y conductividad conocidas. Los valores de la conductividad parten de 2 dS/m y se incrementa linealmente en pasos de 2 dS/m, hasta alcanzar el valor de 10 dS/m. La fuente de corriente se conecta a las celdas de la parte superior (superficie del terreno) 05 y 96.

2.4. Conductividad eléctrica constante, 8 dS/m, con una oquedad

Se analiza separadamente dos huecos, uno de tamaño despreciable que apenas influye en los resultados de la simulación respecto del problema sin hueco, y otro escenario en el que el hueco tenga dimensiones apreciables. Las celdas asociadas al hueco se suprimen pero es necesario imponer condiciones de contorno a los bordes del hueco; dado que la resistividad del hueco se considera muy elevada, las condiciones de contorno son adiabáticas (gradiente de calor nulo en el borde), con lo que estos bordes se unirán a masa mediante una resistencia de valor infinito.

3. RESULTADO

Los valores obtenidos para los distintos casos analizados mediante la utilización de MESIR, nos dan resultados que pueden ser comparados de manera gráfica como tabulados, permitiéndonos el apreciar de manera más clara las fluctuaciones que se producen en los resultados ante la presencia de múltiples capas horizontales o más claramente ante la presencia de cavernas (oquedades) dentro de los sistemas estudiados.



Figura 7. Potenciales en superficie para medio con y sin huecos

12. CONCLUSIONES

- El entorno gráfico de ventanas más la posibilidad de introducir mallados suficientemente finos permite obtener resultados suficientemente fiables.
- La implementación de MESIR nos permite la simulación de múltiples escenarios mediante el protocolo, de manera rápida y eficaz.
- La posibilidad de elegir las localizaciones de conexión de los electrodos de alimentación es una extensión que permite estudiar la influencia de la estructura del suelo en la distribución de potenciales en la superficie en el problema directo.
- El módulo correspondiente al problema inverso, aunque en fase de desarrollo preliminar ha demostrado su gran capacidad al deducir a partir de los datos simulados los parámetros del terreno con una mínima desviación e ilustra sobre la potencialidad de la aplicación del programa a este campo tan complejo.

REFERENCIAS

- [1] González-Fernández, C. F., *Applications of the network simulation method to transport processes*, in *Network Simulation Method*. Ed. J. Horno, Research Signpost, Trivandrum, India. (2002).
- [2] Alhama, I., Soto Meca, A. y Alhama, F., *Simulador de flujo y transporte FATSIM-A. Manejo y aplicaciones docentes y de investigación*. MORPI Ed. UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena (2010).
- [3] Soto Meca, A., Alhama, F. y González-Fernández, C. F., *An efficient model for solving density driven groundwater flow problems based on the network simulation method*. *J. Hidrol.*, pp. 339, 39-53, (2007).
- [4] Soto Meca, A., Alhama, I. y Alhama, F., *Numerical simulation of saltwater intrusion with velocity dependent dispersion coefficient by network method*. *TIAC'07, III Int. Symp. On Tech. of Sea Water Intrusion into Coastal Aquifers*. Almeria. Serie: Hidrología y Aguas Subterráneas, nº 23. Inst. Geológico y Minero, pp. 491-500, (2007).
- [5] Soto Meca, A., Alhama, F. y González-Fernández, C. F. *Density-driven flow and solute transport problems. A 2-D numerical model based on the network simulation method*, *Computer Physics Communications*), (2007).
- [6] Alhama, F. y del Cerro Velázquez, F., *PROCCA-09, Programa de conducción de calor*. © UPCT (Universidad Politécnica de Cartagena), Cartagena, (2010)
- [7] Alhama, F. y del Cerro Velázquez, F., *Simulación y diseño de problemas de conducción térmica con PROCCA-09*. Ed. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Murcia (UMU), pp. 193 (2010).
- [8] Nagel, L. W., *SPICE2: A computer program to simulate semiconductor circuits*. Memo. N° UCB/ERL M520. Electronic Research Laboratory, Univ. de California, Berkeley, CA 94720, (1975).
- [9] Nagel, L.W., *SPICE (Simulation program with integrated circuit emphasis)*. Berkeley, CA; University of California, Electronics Res. Lab., ERL-M382, (1977).
- [10] Vladimirescu, A., *The spice book*, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1994).
- [11] Kielkowsky, R., *Inside Spice*, McGraw-Hill, New York. (1994).
- [12] Baker, W. E. y Shortt, D. J., *Integrated electrical/thermal component modelling*. Naval Res. Lab., Washington, (1990).
- [13] Bello, V. G., *Electrical models of mechanical units widen simulator's scope*. *Electronics Design News*, March, (1991).
- [14] Herbert, D. B., *Simulations differential equations with pspice2*. *IEEE Circuits and devices*, 8, pp. 11-14, (1992).
- [15] Hamill, D. C., *Learning about chaotic circuits with pspice*. *IEEE Transactions on education*, pp. 36, 28-35, (1993).