

# **Desenvolvimento de um Sistema de Navegação para um Veículo Autónomo Submarino**

## **Apresentação**

João Trabuço

Rui Tavares

## **Professor responsável**

Prof. Doutor António M. dos Santos Pascoal.

Professor orientador

Prof. Paulo Jorge C. R. Oliveira.

**I.S.R. – Instituto de Sistemas e Robótica**

## Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer ao Professor Doutor António Pascoal, por todo o apoio concedido, sem o qual não teria sido possível realizar este trabalho.

Desejamos também prestar os nossos mais sinceros agradecimentos ao Prof. Paulo Oliveira pela grande disponibilidade, conhecimento oferecido e extremo profissionalismo com que orientou o nosso trabalho. Além de toda a sabedoria que nos transmitiu, deu-nos também a conhecer valiosos métodos de estudo e de trabalho que serão sempre usados na nossa vida profissional.

Por fim gostaríamos de agradecer a todos aqueles que connosco partilharam o laboratório de Robótica Submarina, em especial ao Prof. Carlos Silvestre, Engº Miguel Prado, Engº João Alves, Engº Luís Sebastião e Engº Rufino pela ajuda que sempre nos prestaram com o material de *software* e de *hardware*.

## Resumo

O relatório que aqui se apresenta, pretende dar a conhecer o trabalho desenvolvido para obter um sistema de navegação para um veículo submarino autónomo.

Neste trabalho utilizaram-se as capacidades de medida dos vários sensores presentes no dispositivo AHRS-C303 fabricado pela *Watson Industries*. Também foram exploradas as capacidades oferecidas pela linguagem de programação C++ em ambiente Borland C++ versão 5.02, e as capacidades de simulação próprias do programa Matlab versão 5.2.1.

O texto que de seguida se apresenta, começa com o estudo das grandezas físicas que são medidas pelos sensores da Watson, descrevendo em seguida os erros associados às medições.

Descreve-se também o trabalho desenvolvido para criar um modelo capaz de representar o sistema físico. Este modelo foi criado com a ajuda do módulo Simulink do programa Matlab, e é utilizado para simular o funcionamento dos sensores.

O modelo obtido é também utilizado para testar o algoritmo de estimação, desenvolvido para estimar os parâmetros de correcção dos erros.

Os dados obtidos a partir do sensor ou após calibrações vêm afectados de ruído, pelo que se recorre à técnica de filtragem, denominada por filtro de Kalman, para a sua eliminação.

Por fim, é feita a implementação do sistema de navegação de orientação do veículo e são descritos os resultados finais.

## Índice

Agradecimentos.....	ii
Resumo .....	iii
Índice .....	iv
Lista de siglas.....	vi
Lista de símbolos.....	vi
1. Introdução.....	1
2. Características dos sensores .....	3
2.1. Sistemas de coordenadas.....	3
2.2. Pêndulo.....	7
2.2.1. Modo de funcionamento do pêndulo.....	7
2.2.2. Erros nas leituras do pêndulo provocado pelo <i>offset</i> .....	9
2.2.3. Efeito das acelerações nos pêndulos .....	10
2.3. Magnetómetro.....	13
2.3.1. Medição do campo magnético pelo magnetómetro.....	13
2.3.2. Características do campo magnético terrestre.....	16
2.3.3. Erros nas leituras do magnetómetro .....	17
2.4. Giroscópio .....	23
2.4.1. <i>O rate-gyro</i> .....	26
2.4.2. Erro provocado pela rotação da Terra .....	30
2.4.3. Erro provocado pelo <i>bias</i> .....	31
3. Calibração.....	33
4. Navegação .....	42
4.1. Filtro de Kalman .....	42
4.2. Implementação do filtro de Kalman.....	48
4.3. Sistema de navegação.....	53
5. Resultados .....	60
BIBLIOGRAFIA.....	62
Apêndice A - Matrizes de rotação segundo os ângulos de Euler .....	A.1
Apêndice B - Efeito das acelerações nos pêndulos .....	B.1
Apêndice C - Modo de funcionamento do magnetómetro.....	C.1

Apêndice D - Verificação das gamas de valores indicadas pelo fabricante.....	D.1
Apêndice E - Princípio de operação do dispositivo da Watson e relacionamento com o computador pessoal.....	E.1
Apêndice F - Funcionamento do programa usado para ler e tratar os valores saídos do dispositivo da Watson.....	F.1
Apêndice G - Método Newton-Raphson.....	G.1
Apêndice H - Desenvolvimento do modelo de simulação.....	H.1
Apêndice I - Como foram obtidas as figuras presentes no trabalho.....	I.1

## Lista de siglas

A.H.R.S → *attitude and heading reference system*;

V.S.A. → veículo submarino autónomo;

GND → *ground*;

R.D. → *received data*;

T.D. → *transmitted data*;

Time/Div → *time / division*.

## Lista de símbolos

$a_v$  → aceleração do veículo tangencial ao movimento do pêndulo;

$b_s$  → ponto de apoio do eixo onde roda o rotor  $R_G$  do *rate-gyro*;

$C$  → parte fixa exterior do *rate-gyro*;

$C_m$  → centro de massa do pêndulo;

$d$  → ganho provocado pelo efeito do *drift* do *rate-gyro*.

$D$  → coeficiente de atrito viscoso do *rate-gyro*;

$\vec{e}_\varphi$  → versor da direcção tangencial ao movimento do pêndulo;

$E$  → Este;

${}^A F$  → força proporcional à aceleração da gravidade expressa numa moldura genérica  $\{A\}$ ;

$g$  → constante gravítica;

$G_g$  → estrutura móvel interior do *rate-gyro*;

${}^A G$  → aceleração da gravidade expressa numa moldura genérica  $\{A\}$ ;

$H = [H_x \ H_y \ H_z]^T$  → vector momento angular total do veículo ;

$H_e$  → vector do campo magnético terrestre, no equador;

$H_s$  → momento angular do *rate-gyro* em relação a  $\{S\}$ ;

$J$  → vector momento de inércia do rotor do *rate-gyro*;

${}^V J$  → vector que representa a localização do pêndulo no veículo expresso na moldura  $\{V\}$ ;

$k_t$  → transdutor no *rate-gyro* que dá a medida de  $T_x$ ;

$K_h$  → ganho provocado pelo efeito do *hard iron*;

$\mathbf{K}$  → matriz de ganhos Kalman;

$K_s$  → ganho provocado pelo efeito do *soft iron*;

$\{L\}$  → moldura local;

$m$  → massa do pêndulo;

$M$  → momento do dipolo à superfície do magneto;

${}^A M$  → medidas expressas na moldura genérica  $\{A\}$ ;

$N$  → Norte;

$N$  → matriz da covariância cruzada do ruído;

$O$  → Oeste;

$p$  → ponto exterior a um magneto que representa a Terra;

$p\xi$  → transdutor no *rate-gyro* que dá a medida do ângulo;

$P$  → velocidade angular do sensor em torno do eixo dos  $xx$ ;

$\mathbf{P}$  → matriz covariância do ruído do processo;

$Q$  → velocidade angular do sensor em torno do eixo dos  $yy$ ;

$\mathbf{Q}$  → matriz covariância do ruído do processo;

$r$  → distância do centro da Terra a um ponto exterior  $p$ ;

$r_T$  → raio da Terra;

$R$  → velocidade angular do sensor em torno do eixo dos  $zz$ ;

$R_g$  → rotor do *rate-gyro*;

$\mathbf{R}$  → matriz covariância do ruído das medições;

${}^B_A R$  → matriz de rotação da moldura  $\{A\}$  para a moldura  $\{B\}$ ;

$R_x(\varphi)$  → matriz de rotação segundo o eixo dos  $XX$ , de um ângulo de *roll*,  $\varphi$ ;

$R_y(\theta)$  → matriz de rotação segundo o eixo dos  $YY$ , de um ângulo de *pitch*,  $\theta$ ;

$R_z(\psi)$  → matriz de rotação segundo o eixo dos  $ZZ$ , de um ângulo de *yaw*,  $\psi$ ;

$S$  → Sul;

$\{S\}$  → moldura no sensor;

$t$  → tempo;

$T = [T_x \ T_y \ T_z]^T \rightarrow$  binário exercido em  $\{S\}$  relativo a  $\frac{dH_s}{dt}$ ;

$T_d \rightarrow$  binário de desequilíbrio provocado por imperfeições na mecânica do *rate-gyro*;

$T_r \rightarrow$  binário de restituição da mola do *rate-gyro*;

$T_s \rightarrow$  binário da mola do *rate-gyro*;

$T_v \rightarrow$  binário de atrito viscoso do *rate-gyro*;

$\{U\} \rightarrow$  moldura universal;

$v \rightarrow$  velocidade;

$v_k \rightarrow$  ruído das medições;

${}^V V_J \rightarrow$  vector velocidade linear de J na moldura  $\{V\}$ ;

$\{V\} \rightarrow$  moldura no veículo;

$w_k \rightarrow$  ruído do processo;

$\alpha \rightarrow$  ângulo de latitude;

$\beta \rightarrow$  ângulo de longitude;

$\lambda \rightarrow$  coeficiente de atrito viscoso;

$\delta \rightarrow$  ângulo de desvio do pêndulo, provocado pela aceleração;

$\Delta\psi_h \rightarrow$  ângulo de desfasagem provocado pelo efeito do *hard iron*;

$\Delta\psi_s \rightarrow$  ângulo de desfasagem provocado pelo efeito do *soft iron*;

$\ell \rightarrow$  comprimento do fio do pêndulo;

$\phi \rightarrow$  fluxo magnético;

$\eta \rightarrow$  diferença angular entre o vector campo magnético e o eixo perpendicular ao plano que contém o núcleo do enrolamento;

$\varphi \rightarrow$  ângulo de *roll*;

$\dot{\varphi} \rightarrow$  velocidade angular do veículo em torno do seu eixo de *roll*;

$\mu_0 \rightarrow$  constante dielétrica;

$\theta \rightarrow$  ângulo de *pitch*;

$\dot{\theta} \rightarrow$  velocidade angular do veículo em torno do seu eixo de *pitch*;

$\omega \rightarrow$  velocidade angular;

$\omega_c \rightarrow$  frequência de corte;

$\omega_n \rightarrow$  frequência natural;

$\omega_s = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \rightarrow$  velocidade angular do *rate-gyro* em relação a {S};

$\Omega_s = [P \ Q \ R]^T \rightarrow$  vector velocidade angular da moldura do sensor;

${}^B\Omega_A \rightarrow$  vector velocidade angular da moldura genérica {A} em relação à moldura genérica {B};

$\xi \rightarrow$  *bias* do *rate-gyro*;

$\psi \rightarrow$  ângulo de *yaw*;

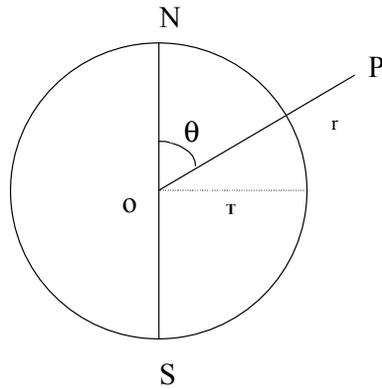
$\hat{\psi} \rightarrow$  ângulo de *yaw* estimado;

$\psi_c \rightarrow$  ângulo de *yaw* depois de calibrado;

$\psi_m \rightarrow$  ângulo de *yaw* medido pelos magnetómetros;

$\psi_r \rightarrow$  ângulo de *yaw* medido pelo *rate-gyro*;

$\zeta \rightarrow$  coeficiente de amortecimento do *rate-gyro*.





## 1. Introdução

A exploração dos recursos marítimos é uma actividade com uma tradição histórica de séculos, praticada por diferentes povos de diferentes culturas. O grande desenvolvimento provocado pela revolução industrial acelerou em grande medida esse processo, e o surgimento de um novo tipo de veículo aquático no século XX, o submarino, permitiu toda uma gama de possibilidades de exploração dos mares que em épocas anteriores seriam quase inimagináveis. Recentemente, o avanço tecnológico nas áreas da electrónica e da robótica, permitiu desenvolver veículos submarinos autónomos.

O âmbito deste projecto prende-se com o desenvolvimento de um sistema de navegação para um veículo deste tipo, muito utilizado em áreas como a Biologia marítima ou a Oceanografia. O presente estudo inspira-se no projecto ASIMOV cujo objectivo é a construção de um submarino autónomo para investigação da actividade vulcânica existente no banco D. João de Castro (ao largo da ilha Terceira, Açores).

O sistema de navegação que irá ser desenvolvido ao longo deste projecto incidirá sobre a orientação do veículo. Tendo em vista a concretização deste objectivo, a indústria oferece uma panóplia variada de sensores. No caso em estudo será usado um dispositivo da *Watson Industries*, modelo AHRS-C303. Este dispositivo vem equipado com um conjunto de sensores que, em conjunto, fornecem medidas das quais se pode extrair a orientação do veículo.

Para um bom conhecimento do equipamento, é necessário elaborar um estudo das características físicas de cada um dos sensores presentes no dispositivo fornecido pela *Watson*, por forma a se conhecer os fenómenos físicos envolvidos e os erros a eles associados.

É também necessário desenvolver um sistema de recolha e tratamento das amostras obtidas pelos sensores. Para esse efeito, desenvolveu-se um programa em ambiente Borland C++ e Matlab, por forma a aproveitar a facilidade de programação da

linguagem C++, e a rapidez de processamento das funções matemáticas presentes no programa de simulação Matlab.

Uma vez disponibilizadas as medidas, é necessário examinar a sua exactidão, visto que vêm afectadas de erros. Com esse propósito, foi desenvolvido um algoritmo de estimação para determinar os erros dos valores provenientes dos *rate-gyros* e dos magnetómetros. Feita a estimação, procede-se a um acto de calibração por *software* que permite obter os valores corrigidos dessas medições.

Os valores obtidos após a calibração vêm afectados de ruído gaussiano. Para obter valores mais exactos procedeu-se à implementação de um filtro de Kalman. Por fim, é necessário implementar um sistema de navegação capaz de dar resposta à navegação em tempo real. Serão disponibilizados os valores dos diversos ângulos de inclinação do veículo assim como das velocidades angulares.

## 2. Características dos sensores

O sistema de navegação que aqui se desenvolve, será baseado num conjunto de sensores implementados num dispositivo que dá pelo nome de *Attitude and Heading Reference System*, modelo AHRS-C303, fabricado pela *Watson Industries*. Doravante passará a ser chamado simplesmente por dispositivo da Watson.

Este aparelho dispõe de 2 pêndulos, 3 *rate-gyros* e de 3 magnetómetros, essenciais à navegação submarina, assim como de um termómetro ao qual não será dada especial atenção ao longo deste projecto.

### 2.1. Sistemas de coordenadas

Sempre que se faz uma leitura, ela será feita no sistema de referência do próprio sensor. Porém, haverá situações em que se pretende obter as diversas leituras noutros sistemas de referenciais.

O estudo dos sistemas de coordenadas vai incidir sobre quatro sistemas principais que podem ser observados na figura 2.1: sistema de coordenadas no centro da Terra, sistema de coordenadas local, sistema de coordenadas do veículo e sistema de coordenadas do sensor (figura 2.2).

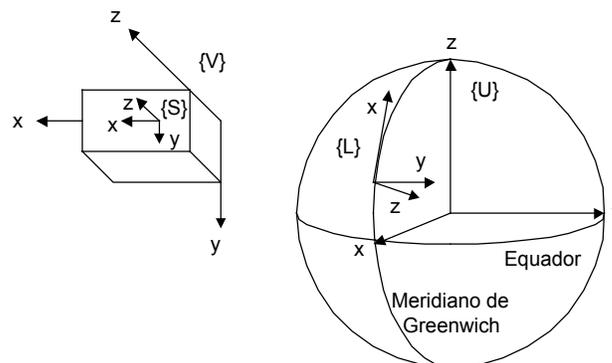


Fig. 2.1 – Moldura universal {U}, moldura local {L}, moldura no veículo {V} e moldura no sensor {S}.

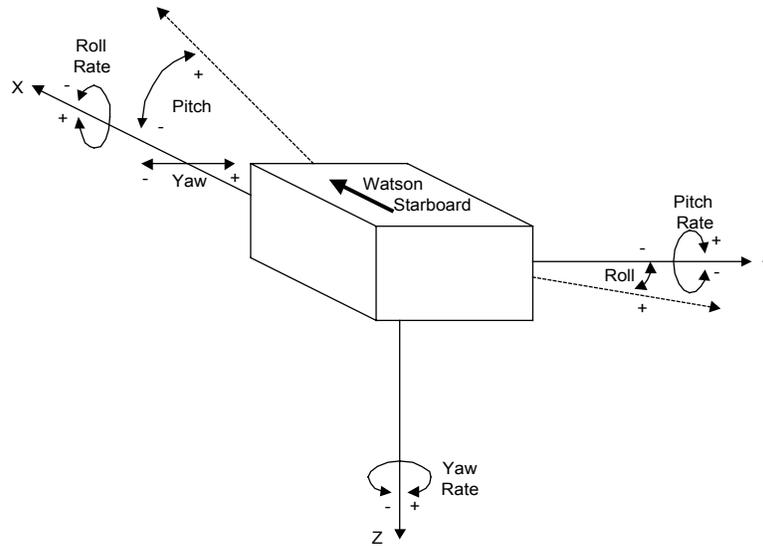


Fig. 2.2 – Sistema de coordenadas do dispositivo da Watson.

O sistema de coordenadas no centro da Terra, também designado por universal, é constituído por três eixos ortogonais. O eixo dos  $z$  tem a sua origem no centro da Terra e tem o sentido do pólo Norte geográfico. Os eixos dos  $x$  e dos  $y$  estão assentes num plano horizontal que intersecta o plano que contém o paralelo que passa no equador do planeta. A origem de ambos situa-se no centro da Terra. O eixo dos  $x$  tem o sentido do ponto de intersecção entre o meridiano de *Greenwich* e o paralelo que passa no equador, enquanto que o eixo dos  $y$  tem o sentido por forma a respeitar a regra da mão direita. As outras molduras presentes na figura 2.1 também obedecem a esta regra.

O sistema de coordenadas local tem a sua origem no centro de massa do veículo submarino onde o eixo dos  $x$  aponta para Norte, o eixo dos  $y$  aponta para Leste e o eixo dos  $z$  aponta para o centro terrestre.

A moldura do veículo,  $\{V\}$ , terá os eixos orientados longitudinalmente e perpendicularmente à estrutura do submarino a uma determinada distância do seu centro de massa [L1]. Por sua vez a moldura do sensor,  $\{S\}$ , terá uma orientação aleatória em relação à moldura do veículo, obedecendo no entanto aos mesmos

princípios de rotação que são considerados entre a moldura local e a moldura do veículo.

Em seguida será feita uma representação das componentes da moldura local  $\{L\}$ , na moldura do sensor  $\{S\}$  começando com

$${}^S M = {}^S_L R \cdot {}^L M, \quad (2.1)$$

em que

${}^S M \rightarrow$  medidas de ângulo na moldura do sensor;

${}^S_L R \rightarrow$  matriz de rotação da moldura local para a moldura do sensor;

${}^L M \rightarrow$  medidas de ângulo na moldura local.

A expressão descrita atrás é equivalente a

$${}^S M = {}^S_L R \cdot {}^L M = \left( {}^L_S R \right)^T \cdot {}^L M, \quad (2.2)$$

sendo a matriz de rotação dada por

$${}^L_S R = R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\varphi), \quad (2.3)$$

em que

$R_z(\psi) \rightarrow$  matriz de rotação segundo o eixo dos ZZ, de um ângulo  $\psi$ ;

$R_y(\theta) \rightarrow$  matriz de rotação segundo o eixo dos YY, de um ângulo  $\theta$ ;

$R_x(\varphi) \rightarrow$  matriz de rotação segundo o eixo dos XX, de um ângulo  $\varphi$ ;

$\psi \rightarrow$  ângulo de *yaw*;

$\theta \rightarrow$  ângulo de *pitch*;

$\varphi \rightarrow$  ângulo de *roll*.

Para obter mais informações sobre estas matrizes de rotação, consultar o apêndice A.

A matriz de rotação  ${}^S_L R$  será dada por

$$\begin{aligned} {}^S_L R &= \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\varphi & -s\varphi \\ 0 & s\varphi & c\varphi \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\varphi - s\psi c\varphi & c\psi s\theta c\varphi + s\psi s\varphi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\varphi + c\psi c\varphi & s\psi s\theta c\varphi - c\psi s\varphi \\ -s\theta & c\theta s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Consequentemente, a matriz que transforma as coordenadas locais em coordenadas do sensor é a matriz transposta  ${}^L_S R$ ,

$${}^S M = ({}^L_S R)^T \cdot {}^L M = {}^S_L R \cdot {}^L M, \quad (2.5)$$

$${}^S M = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\psi c\theta & -s\theta \\ c\psi s\theta s\varphi - s\psi c\varphi & s\psi s\theta s\varphi + c\psi c\varphi & c\theta s\varphi \\ c\psi s\theta c\varphi + s\psi s\varphi & s\psi s\theta c\varphi - c\psi s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix} {}^L M. \quad (2.6)$$

De acordo com a mesma lógica se faz a representação das componentes da moldura fixa no centro da Terra,  $\{U\}$ , na moldura do sensor,  $\{S\}$

$${}^S M = {}^S_L R \cdot {}^L_U R \cdot {}^U M, \quad (2.7)$$

em que

${}^L_U R \rightarrow$  matriz de rotação da moldura universal para a moldura local;

${}^U M \rightarrow$  medidas de ângulo na moldura universal.

Tendo em conta que  $\alpha$  é a latitude e  $\beta$  é a longitude, então os valores obtidos na moldura do sensor, para uma grandeza medida na moldura universal, serão dados por

$$\begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\psi c\theta & -s\theta \\ c\psi s\theta s\varphi - s\psi c\varphi & s\psi s\theta s\varphi + c\psi c\varphi & c\theta s\varphi \\ c\psi s\theta c\varphi + s\psi s\varphi & s\psi s\theta c\varphi - c\psi s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c\beta s\alpha & -s\alpha s\beta & c\alpha \\ -s\beta & c\beta & 0 \\ -c\alpha c\beta & -c\alpha s\beta & -s\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

## 2.2. Pêndulo

### 2.2.1. Modo de funcionamento do pêndulo

Um pêndulo é um dispositivo que permite obter o desvio angular de um dado corpo rígido, em relação à vertical (vector da gravidade). Como é do conhecimento geral, trata-se de um sensor muito simples, mas que em diversas aplicações poderá substituir aparelhos bastante mais complexos e caros, como é o caso do *rate-gyro*.

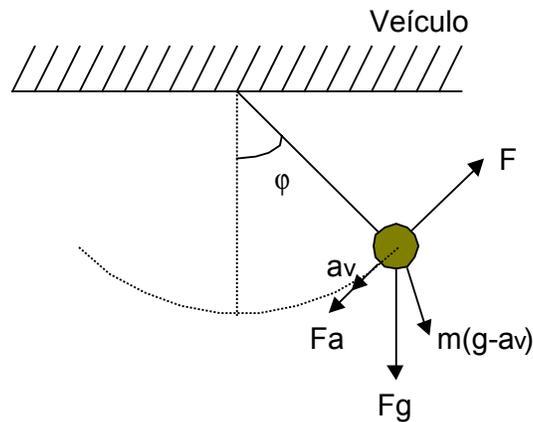


Fig. 2.3 – Representação esquemática de um pêndulo com as respectivas forças actuantes.

Com o objectivo de se fazer uma análise do funcionamento deste sensor, começa-se por determinar as equações da dinâmica [L2]. Assim, aplicando a segunda lei de Newton ao pêndulo representado na figura 2.3, obtém-se a seguinte equação

$$\begin{aligned}
 F &= \sum \text{Forças\_actuantes} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow m \frac{dv}{dt} &= -m(\bar{g} - \bar{a}_v) - Fa \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow m \frac{dv}{dt} \bar{e}_\varphi &= -mg \cdot \text{sen}(\varphi) \bar{e}_\varphi + m a_v \cdot \text{sen}(\varphi) \bar{e}_\varphi - \lambda \frac{dv}{dt} \bar{e}_\varphi. \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

Esta equação foi obtida para a componente tangencial à trajectória do pêndulo, sendo

$m \rightarrow$  massa do pêndulo;

$g \rightarrow$  constante gravítica;

$\lambda \rightarrow$  coeficiente de atrito viscoso;

$v \rightarrow$  velocidade linear;

$t \rightarrow$  tempo;

$a_v \rightarrow$  aceleração do veículo tangencial ao movimento;

$\bar{e}_\varphi \rightarrow$  versor da direcção tangencial ao movimento do pêndulo.

Note-se que na equação (2.9) está ausente qualquer tipo de componente de tensão do fio e surge por outro lado uma componente de atrito. Isto deve-se ao tipo de construção habitual deste tipo de sensores. Assim, o pêndulo é um corpo rígido com centro de massa,  $C_m$ , situado na sua extremidade, que se desloca no interior de um líquido viscoso, como se pode observar pela figura 2.4. A opção pela representação pendular da figura 2.3 prende-se com a simplificação esquemática das características do pêndulo e com a facilidade de visualização das forças que nele interactivam.

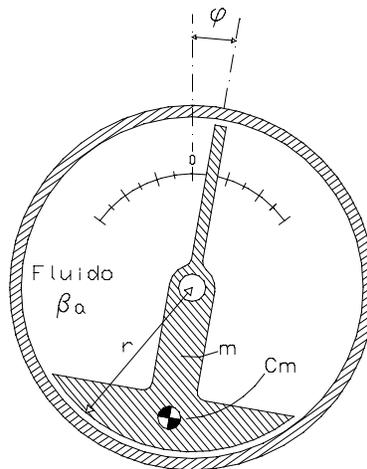


Fig. 2.4 – Representação simplificada do aspecto físico de um pêndulo.

Sabendo que  $v = \omega \ell = \dot{\varphi} \ell$ , então a equação da dinâmica do pêndulo é dada por

$$\begin{aligned} m \ddot{\varphi} \ell &= -m g \cdot \text{sen}(\varphi) + m a_v \cdot \text{sen}(\varphi) - \lambda \dot{\varphi} \ell \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \ddot{\varphi} &= -\left(\frac{g}{\ell} - \frac{a_v}{\ell}\right) \text{sen}(\varphi) - \frac{\lambda}{m} \dot{\varphi}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

em que  $\ell$  é o comprimento do pêndulo e  $\omega$  é a velocidade angular. Caso o pêndulo sofra apenas pequenas oscilações de  $\varphi$  de modo a que seja válida a aproximação  $\text{sen}(\varphi) = \varphi$ , a equação anterior pode-se simplificar, obtendo-se

$$\ddot{\varphi} + \frac{\lambda}{m} \dot{\varphi} + \left(\frac{g}{\ell} - \frac{a_v}{\ell}\right) \varphi = 0. \quad (2.11)$$

### 2.2.2. Erros nas leituras do pêndulo provocado pelo *offset*

O erro de *offset* é um erro provocado por imperfeições próprias do sensor, nomeadamente nos transdutores responsáveis pela conversão da grandeza mecânica para grandeza eléctrica. Este erro pode ser observado em regime estático, como se mostra na figura 2.5.

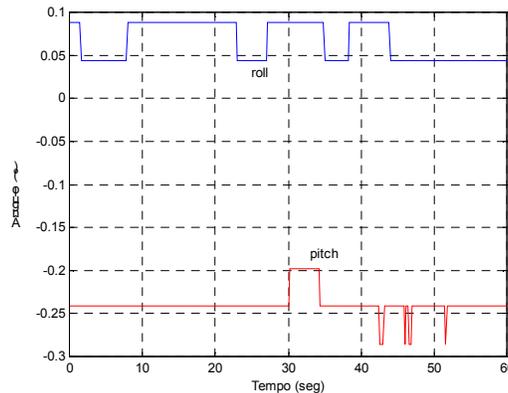


Fig. 2.5 – *Offset* dos pêndulos.

Pela figura 2.5, pode-se observar que o erro de *offset* é, em média, de  $0.24^\circ$  para o pêndulo que mede o ângulo de *pitch*, e de  $0.06^\circ$  para o pêndulo que mede o ângulo de *roll*. De notar que o plano em que foram feitas as medições, foi calibrado com uma bolha de água e que a precisão dada pelo fabricante para o pêndulo é de  $0.1^\circ$  (consultar o apêndice D). Por este motivo, será feita uma correcção de  $0.24^\circ$  às medidas obtidas com o pêndulo que mede *pitch*.

### 2.2.3. Efeito das acelerações nos pêndulos

Como se pode verificar pela expressão (2.11), os pêndulos são dispositivos que estão sujeitos aos efeitos de acelerações lineares e angulares (consultar experiências descritas no apêndice B). No caso em estudo, interessa analisar os efeitos de ambas as acelerações nas medidas dos pêndulos. Para tal, considere-se  ${}^V J$  como sendo o vector em  $\{V\}$ , que representa a localização do pêndulo no veículo. Na moldura do sensor  $\{S\}$ , este vector pode ser escrito como sendo  ${}^S J = {}^S R {}^V J$ , em que  ${}^S R$  é a matriz de rotação de  $\{V\}$  para  $\{S\}$ .

A velocidade de J na moldura  $\{V\}$  pode ser escrita como sendo  ${}^V V_J = \frac{d}{dt} {}^V J$ , que ao se representar na moldura  $\{S\}$  dá origem a  ${}^S ({}^V V_J) = {}^S R {}^V V_J$  (ver [L1]).

Para o caso em estudo, considere-se a moldura  $\{V\}$  fixa. A moldura  $\{S\}$  está localizada em relação a  $\{V\}$  através de  ${}^V J_{\text{Sorg}}$  e de  ${}^V S R$ . Assumindo que  ${}^V S R$  não varia com o tempo, e que a orientação de  $\{S\}$  em relação a  $\{V\}$  se mantém constante, pode-se escrever

$${}^V V_J = {}^V V_{\text{Sorg}} + {}^V S R {}^S V_J. \quad (2.12)$$

Por forma a generalizar o estudo, considere-se que a orientação da moldura  $\{S\}$  pode variar em relação à moldura  $\{V\}$ . Daqui surge a necessidade de introduzir o conceito

de vector velocidade angular, representando  ${}^V\boldsymbol{\Omega}_S$  o vector velocidade angular da moldura  $\{S\}$  em relação à moldura  $\{V\}$ . Daqui sai que  ${}^V\mathbf{V}_J = {}^V\boldsymbol{\Omega}_S \times {}^V\mathbf{J}$ . Considerando que o vector  $\mathbf{J}$  pode variar a sua posição em relação à moldura  $\{S\}$ , vem

$${}^V\mathbf{V}_J = \frac{d}{}^V({}^S\mathbf{V}_J) + {}^V\boldsymbol{\Omega}_S \times {}^V\mathbf{J} = {}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{V}_J + {}^V\boldsymbol{\Omega}_S \times {}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{J}. \quad (2.13)$$

A expressão (2.13) descreve a velocidade do vector  ${}^S\mathbf{J}$ , expressa na moldura  $\{V\}$ , quando as origens de  $\{V\}$  e  $\{S\}$  coincidem. Devido a este facto, pode-se escrever

$$\frac{d}{}^V({}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{J}) = {}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\dot{\mathbf{V}}_J + {}^V\boldsymbol{\Omega}_S \times {}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{J}. \quad (2.14)$$

Se as origens das molduras  $\{V\}$  e  $\{S\}$  não estiverem coincidentes, a expressão (2.13) toma a forma

$${}^V\mathbf{V}_J = {}^V\mathbf{V}_{\text{Sorg}} + {}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{V}_J + {}^V\boldsymbol{\Omega}_S \times {}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{J}, \quad (2.15)$$

o que derivando dá origem à expressão

$${}^V\dot{\mathbf{V}}_J = \frac{d}{}^V({}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{V}_J) + {}^V\dot{\boldsymbol{\Omega}}_S \times {}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{J} + {}^V\boldsymbol{\Omega}_S \times \frac{d}{}^V({}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{J}). \quad (2.16)$$

Aplicando (2.14) na expressão anterior, admitindo que as origens das molduras  $\{V\}$  e  $\{S\}$  não estão coincidentes, e considerando que  ${}^S\mathbf{J}$  é constante ( o que faz com que  ${}^S\dot{\mathbf{V}}_J = {}^S\dot{\mathbf{V}}_J = 0$  ), vem

$${}^V\dot{\mathbf{V}}_J = {}^V\dot{\mathbf{V}}_{\text{Sorg}} + {}^V\boldsymbol{\Omega}_S \times ({}^V\boldsymbol{\Omega}_S \times {}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{J}) + {}^V\dot{\boldsymbol{\Omega}}_S \times {}^V_S\mathbf{R} \, {}^S\mathbf{J}, \quad (2.17)$$

sendo que na moldura  $\{S\}$  se pode escrever

$${}^S({}^V\dot{V}_J) = {}^S R^V \dot{V}_{Sorg} + {}^S R^V \boldsymbol{\Omega}_S \times ({}^S R^V \boldsymbol{\Omega}_S \times {}^S R^V J) + {}^S R^V \dot{\boldsymbol{\Omega}}_S \times {}^S R^V J. \quad (2.18)$$

No mesmo referencial  $\{S\}$ , a aceleração da gravidade pode ser representada por  ${}^S G = {}^S R^L R^L G$ , admitindo que em regime permanente o pêndulo mede o efeito de uma força proporcional a  $m \cdot {}^L G$ , sendo  $m$  a massa do pêndulo e  ${}^L G$  o vector aceleração da gravidade  ${}^U G$  expresso na moldura  $\{L\}$ .

Segundo a mesma figura 2.1, e assumindo agora que a moldura  $\{S\}$  está coincidente com a moldura do veículo  $\{V\}$ , pode-se afirmar sem perda de generalidade que a força medida no pêndulo é dada por

$${}^S F = {}^V F = {}^V R^L \cdot m \cdot {}^L G, \quad (2.19)$$

pelo que atendendo à expressão 2.6, vem que

$${}^S F = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\psi c\theta & -s\theta \\ c\psi s\theta s\varphi - s\psi c\varphi & s\psi s\theta s\varphi + c\psi c\varphi & c\theta s\varphi \\ c\psi s\theta c\varphi + s\psi s\varphi & s\psi s\theta c\varphi - c\psi s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix} \cdot m \cdot {}^L G. \quad (2.20)$$

Uma vez que  ${}^L G = (0, 0, g)^T$ , vem então

$${}^S F = {}^V F = {}^V R^L \cdot m \cdot {}^L G = \begin{pmatrix} -s\theta mg \\ c\theta s\varphi mg \\ c\theta c\varphi mg \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

Considerando que o pêndulo tem o seu grau de liberdade segundo a direcção do movimento, e que está alinhado por forma a fornecer o ângulo de *pitch*, o ângulo de *roll* no plano YOZ será desviado por um ângulo  $\delta$  segundo a expressão

$$\text{tg}(\delta) = \frac{c\theta s\varphi mg}{c\theta c\varphi mg} = \text{tg}(\varphi). \quad (2.22)$$

Daqui se conclui que um desvio em *pitch* ou em *yaw*, não afecta a medida em *roll*. Por sua vez, o mesmo pêndulo usado para medir o ângulo de *pitch* no plano XOZ, será desviado por um ângulo  $\delta$  segundo a expressão

$$\operatorname{tg}(\delta) = \frac{-s\theta \operatorname{mg}}{c\theta c\varphi \operatorname{mg}}, \quad (2.23)$$

o que significa que para se obter o ângulo de *pitch*, tem de existir uma correcção da forma

$$\theta = -\operatorname{arctg}(c\varphi \operatorname{tg}\delta). \quad (2.24)$$

### 2.3. Magnetómetro

O magnetómetro é um instrumento de medida que tem por função determinar a intensidade do campo magnético local. A ideia geral que se faz deste aparelho é a de que possui magnetos girantes ou seja, tem um comportamento semelhante a uma bússola. Porém, tal não é verdade. O magnetómetro não possui qualquer tipo de íman que se possa alinhar fisicamente com o campo magnético. O seu funcionamento aproxima-se mais ao de um transformador que converte fluxos magnéticos em correntes eléctricas. Para uma compreensão mais detalhada sobre o funcionamento interno deste instrumento de medida, consultar o apêndice C.

#### 2.3.1. Medição do campo magnético pelo magnetómetro

Um dipolo magnético no centro de uma esfera, produz um campo à sua superfície e no seu exterior [L4]. Considerando que a Terra funciona como um enorme magneto, pode-se-lhe aplicar o mesmo princípio. Assim, o potencial magnético num dado ponto  $p$  situado no seu exterior é dado por

$$V_m = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{M} \cdot \vec{r}}{r^3} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M \cdot \cos \theta}{r^2}. \quad (2.25)$$

As grandezas existentes nesta equação são o potencial magnético  $V_m$ , a constante dielétrica  $\mu_0$ , a latitude  $\theta$ , a distância do centro da Terra a um ponto exterior  $r$ , e o momento do dipolo  $M$ .

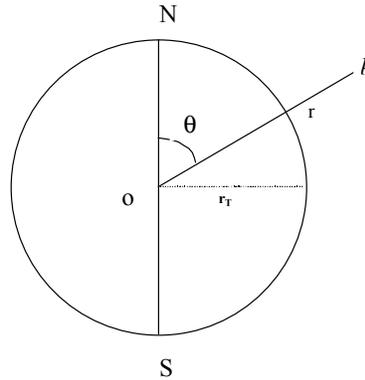


Fig. 2.6 – Representação esquemática de um ponto  $p$  a uma distância  $r$  do centro da Terra.

O momento do dipolo à superfície é dado por

$$M = \frac{4\pi}{\mu_0} \cdot H_e r_T^3. \quad (2.26)$$

Substituindo na expressão (2.25) obtém-se

$$V_m = -H_e \frac{r_T^3}{r^2} \cos \theta, \quad (2.27)$$

em que  $r_T$  é o raio da Terra e  $H_e$  é o valor do campo magnético no equador, à superfície da Terra. No caso do dispositivo da Watson, são disponibilizados 3 magnetómetros alinhados perpendicularmente entre si. Através deles é feita a separação do vector campo magnético pelas suas 3 componentes espaciais,  $H_{ex}$ ,  $H_{ey}$  e  $H_{ez}$ .

Este sistema de coordenadas tem o eixo dos  $zz$  apontado para o centro da Terra, o eixo dos  $xx$  apontado para o Norte e o eixo dos  $yy$  apontado para Leste, como se pode ver pela figura 2.6. Nesta figura pode ser visualizado o vector da intensidade total do campo magnético  $F$ , a intensidade do campo magnético segundo o plano horizontal  $h$ , assim como o seu desvio em relação ao Norte  $D$ , ou o seu desvio em relação ao vector total  $I$  (referido na literatura inglesa como ângulo *dip*).

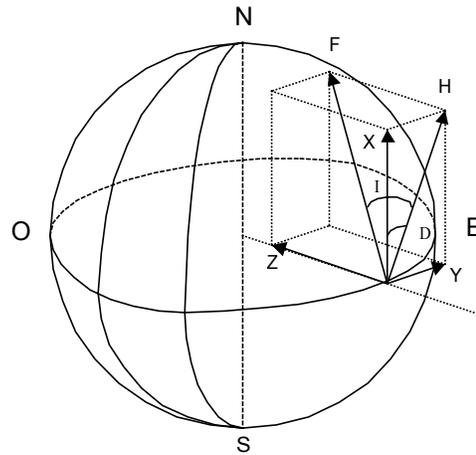


Fig. 2.7 – Sistema de coordenadas pelos magnetómetros: X, Y, Z e F, H, D.

Da análise da figura 2.7, obtêm-se ainda os seguintes resultados

$$H = \frac{dV_m}{r d\theta} = H_e \left( \frac{r_T}{r} \right)^3 \sin \theta,$$

$$Z = \frac{dV_m}{dr} = H_e \left( \frac{r_T}{r} \right)^3 \cos \theta. \quad (2.28)$$

A partir destas equações determina-se a expressão do campo magnético total F, assim como o ângulo I

$$F = \sqrt{H^2 + Z^2} = H_e \left( \frac{r_T}{r} \right)^3 \cdot \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta},$$

$$\tan I = \frac{Z}{H} = 2 \cot \theta. \quad (2.29)$$

Por fim, as equações do campo magnético medido pelo tríade de magnetómetros da Watson são dadas pela expressão (2.30).

$$H_z = 2 H_e \left( \frac{r_T}{r} \right)^3 \cos \theta,$$

$$H_y = H_e \left( \frac{r_T}{r} \right)^3 \sin \theta \cdot \cos D,$$

$$H_x = H_e \left( \frac{r_T}{r} \right)^3 \sin \theta \cdot \cos D. \quad (2.30)$$

### 2.3.2. Características do campo magnético terrestre

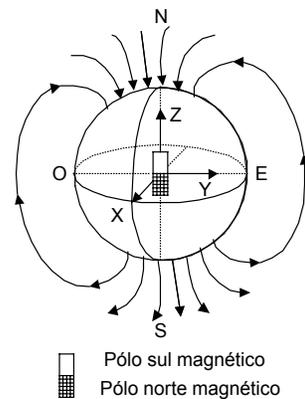


Fig. 2.8 – Linhas de força do campo magnético terrestre.

Como foi dito anteriormente (capítulo 2.3.1), a Terra pode ser considerada como sendo um grande magneto. O seu campo magnético apresenta linhas de força que passam todas no centro da Terra [A3], sendo composto por componentes horizontais e verticais à superfície (perfeitamente verticais nos pólos magnéticos, e perfeitamente horizontais junto ao equador), como se mostra na figura 2.8.

Também se pode observar nesta figura que existe uma diferença entre as coordenadas dos pólos magnéticos e as coordenadas dos pólos geográficos. Na realidade estes não coincidem, o que faz com que se verifique um erro na orientação obtida quando esta é baseada em medidas do campo magnético. Esse erro é designado por ângulo de declinação.

Este facto, gera a necessidade de um acerto à posteriori, na direcção do campo magnético obtida pelos magnetómetros. No caso de se estar em Lisboa, esse acerto é de  $8^\circ$ , enquanto que nos Açores é de  $12^\circ$ .

A razão pela qual se faz este acerto à posteriori, prende-se com o facto de se considerar um sistema de coordenadas baseado numa moldura assente nos pólos geográficos (moldura universal da figura 2.1). A localização desta moldura é fixa,

enquanto que uma moldura assente nos pólos magnéticos seria mais difícil de definir, uma vez que o que é conhecido e aceite universalmente é o sistema de coordenadas baseado em meridianos e paralelos. A aproximação que é feita no presente trabalho, considera que os pólos geográficos são coincidentes com os pólos magnéticos.

Segundo o *International Geomagnetic Reference Field*, os pólos magnéticos têm as seguintes coordenadas (dados de 1995):

Pólo Norte Magnético – 79.0° N / 105.1° O

Pólo Sul Magnético – 64.7° S / 138.6° E .

### **2.3.3. Erros nas leituras do magnetómetro**

Tendo em conta que o que se espera de um magnetómetro é que forneça os valores do campo magnético terrestre num dado local, então é espectável que os erros de medição tenham origem na existência de materiais magnéticos presentes nesse local. Estes materiais poderão pertencer ao meio envolvente onde o veículo se encontra ou poderão pertencer à plataforma do próprio veículo. Antes de focar o aspecto dos erros propriamente ditos, interessa fazer uma abordagem sobre a natureza do magnetismo e dos materiais magnéticos.

O magnetismo é a força criada por cargas eléctricas em movimento e só é detectada pela sua influência noutras cargas em movimento. Estas cargas podem ser correntes eléctricas dentro de fios condutores, electrões que giram em torno do núcleo dos átomos ou cargas que se movem no interior do núcleo terrestre.

Os metais são os materiais que tipicamente apresentam propriedades magnéticas, devido à sua característica de poderem ser ionizados, ou seja, a possibilidade de perder ou ganhar um ou mais electrões nas camadas de valência. Assim, haverá metais que possuem propriedades magnéticas permanentes (designados na literatura inglesa como *hard iron*) e outros que não as possuem, mas que as adquirem quando estão na presença de um campo magnético exterior (*soft iron*). Estes dois tipos de metais pertencem ao grupo de materiais designados como ferromagnéticos e possuem

permeabilidades e susceptibilidades magnéticas elevadas. Os materiais do tipo *soft iron* são substâncias ferromagnéticas macias com elevada permeabilidade relativa que podem ser facilmente magnetizadas ou desmagnetizadas apresentando perdas de histerese baixas. Por outro lado, os materiais do tipo *hard iron* são substâncias ferromagnéticas duras com menor permeabilidade magnética relativa, sendo difíceis de magnetizar e apresentando perdas de histerese elevadas.

Foi mencionado anteriormente que os materiais passíveis de provocar erros de leitura existirão quer no meio envolvente, quer na própria estrutura do submarino. No meio envolvente há a salientar duas fontes de campo magnético capazes de induzir o sensor em erro: a existência de materiais magnéticos na região de alcance de leitura ou a proximidade de estruturas metálicas. Os materiais magnéticos que se encontram na região em que o submarino navega são metais que se encontram no subsolo e que influenciam o campo magnético terrestre. Têm a vantagem de ser constantes num dado local e variarem pouco ao longo de regiões relativamente vastas, sendo por isso facilmente identificáveis. A proximidade com estruturas metálicas, que poderão ser outros veículos aquáticos ou construções em metal, provoca um erro imprevisível em termos de direcção e intensidade do campo magnético, mas a sua área de influência é muito restrita.

Há porém outra fonte importante de erros de medição do magnetismo: as distorções magnéticas provocadas pelo equipamento usado no submarino. Neste caso, os erros de leitura do magnetómetro serão constantes no tempo, e uma vez identificados será contemplada a calibração do sensor para fazer face a estes erros.

Os materiais ferromagnéticos, sejam eles duros ou macios, provocam diferentes tipos de interferência no campo magnético terrestre. Na figura 2.9 está uma representação esquemática do desvio provocado no campo magnético por materiais do tipo *hard iron* existentes no veículo submarino [A3]. O submarino está representado por um polígono, e o rectângulo a preto e branco desenhado sobre ele representa o somatório dos campos magnéticos de todos os materiais ferromagnéticos duros existentes a bordo. Na prática, este somatório possui um comportamento equivalente ao de um íman, em que a parte preta e a parte branca correspondem ao pólo norte e ao pólo sul,

respectivamente. Estão também representadas as linhas de força. A orientação do íman possui um desvio de  $135^\circ$  em relação à orientação do veículo, sendo um valor perfeitamente arbitrário visto que na prática, o campo magnético gerado pelo submarino poderá tomar uma qualquer direcção. O campo magnético terrestre está representado pelas linhas verticais e tem o sentido de cima para baixo.

O material ferromagnético existente no submarino provocará desvios no campo magnético e pode ser observado pelas quebras existentes em algumas das linhas verticais. Na figura 2.11 está representado o ciclo de erro do *hard iron* quando o submarino perfaz uma volta completa. Assim pode-se constatar que quatro das orientações assumidas pelo submarino na figura 2.9 correspondem aos pontos de máxima e mínima distorção, assim como de distorção nula. A distorção será nula nas situações em que o íman tem a mesma direcção do campo magnético, ou seja, quando o submarino está orientado a  $45^\circ$  ou a  $225^\circ$ . Quando o íman está orientado perpendicularmente com o campo magnético, o desvio será máximo ou mínimo, caso o veículo se oriente a  $315^\circ$  ou a  $135^\circ$ , respectivamente. Todas as outras posições do submarino levarão a pontos intermédios do ciclo de erro.

Na figura 2.10 estão representadas as perturbações sofridas pelo campo magnético na presença de materiais do tipo *soft iron*, e na figura 2.12 pode-se observar o respectivo ciclo de erro. Uma observação atenta a estas figuras permite verificar que a distorção é menor do que a verificada no caso do *hard iron*, e que o ciclo de erro possui 2 períodos para uma volta completa de  $360^\circ$ . Ambas as situações têm origem no facto de o *soft iron* não possuir propriedades magnéticas permanentes adquirindo-as apenas quando está na presença de outros campos magnéticos. Por esta razão, a intensidade do efeito provocado pelo *soft iron* é menor do que a intensidade do efeito provocado pelo *hard iron*. O ciclo de erro com 2 períodos surge devido a não haver qualquer desvio tanto para o caso em que o *soft iron* está orientado segundo a direcção do campo magnético como para o caso em que está orientado na sua perpendicular.

Também por observação da figura 2.10 se pode verificar que o magneto é sempre induzido no sentido das linhas de força do magnetismo terrestre. Assim haverá duas posições do veículo em que o *soft iron* tem a mesma orientação que o campo magnético (veículo orientado a  $45^\circ$  e a  $225^\circ$ ) resultando daí uma distorção nula. As

outras duas situações em que a distorção se anula ocorre quando a direcção do *soft iron* é perpendicular à do campo magnético (veículo orientado a  $135^\circ$  e a  $315^\circ$ ), caso este em que o *soft iron* não se comporta como um íman pois não é magnetizado.

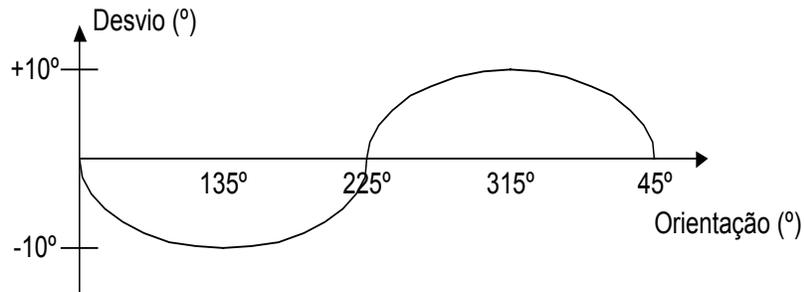


Fig. 2.11 – Ciclo de erro do efeito provocado pelo *hard iron*.

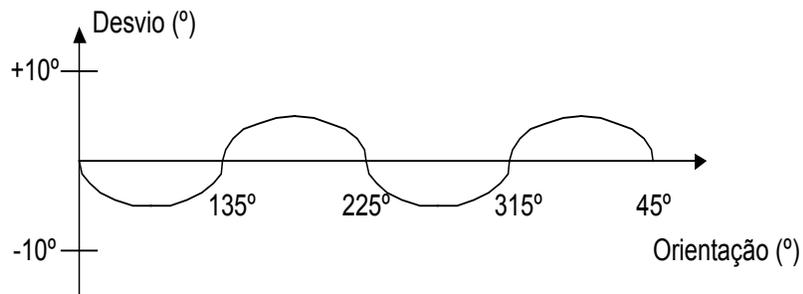


Fig. 2.12 – Ciclo de erro do efeito provocado pelo *soft iron*.

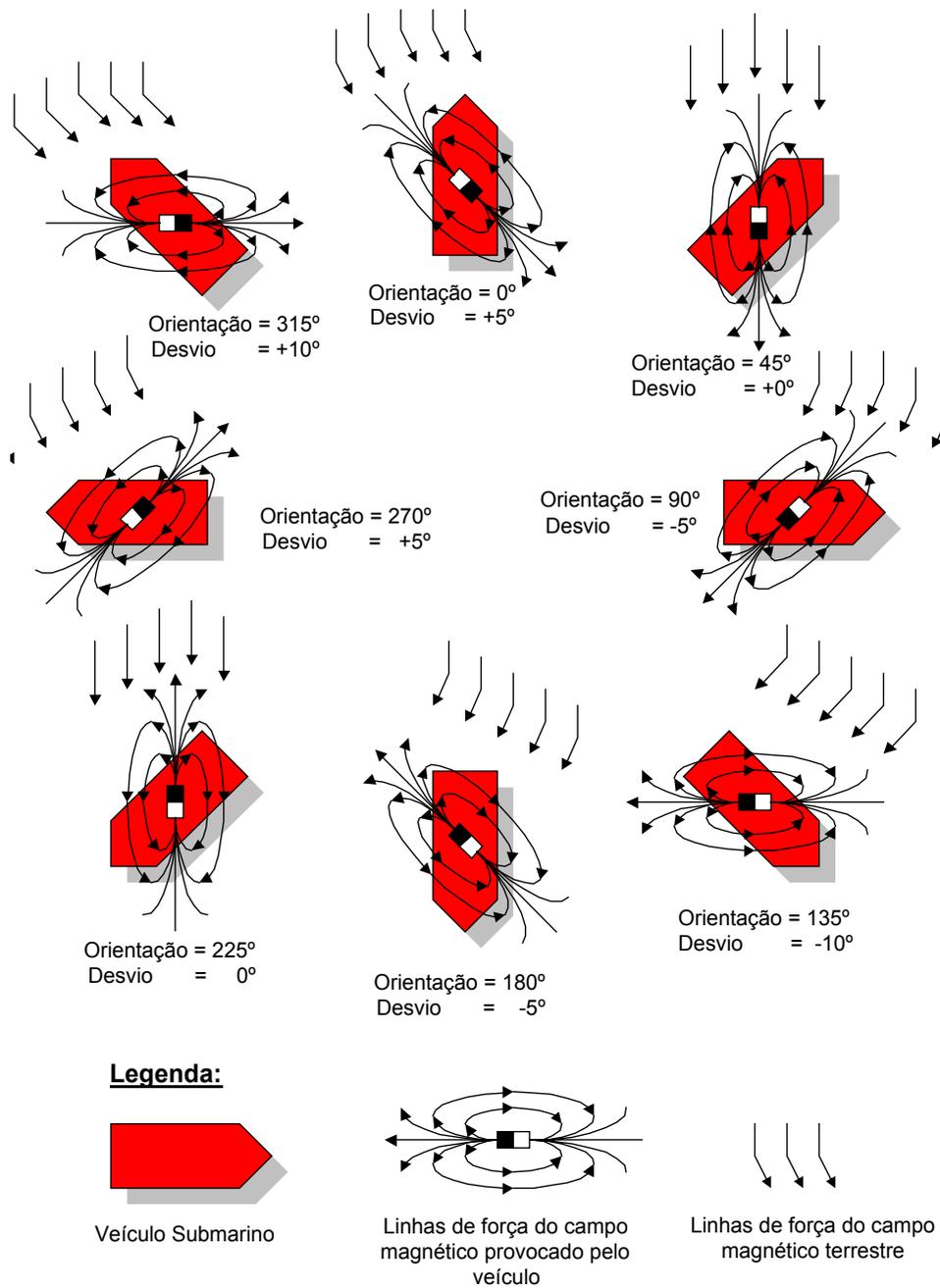


Fig. 2.9 – Influência do efeito provocado pelo *hard iron* do submarino sobre o campo magnético terrestre.

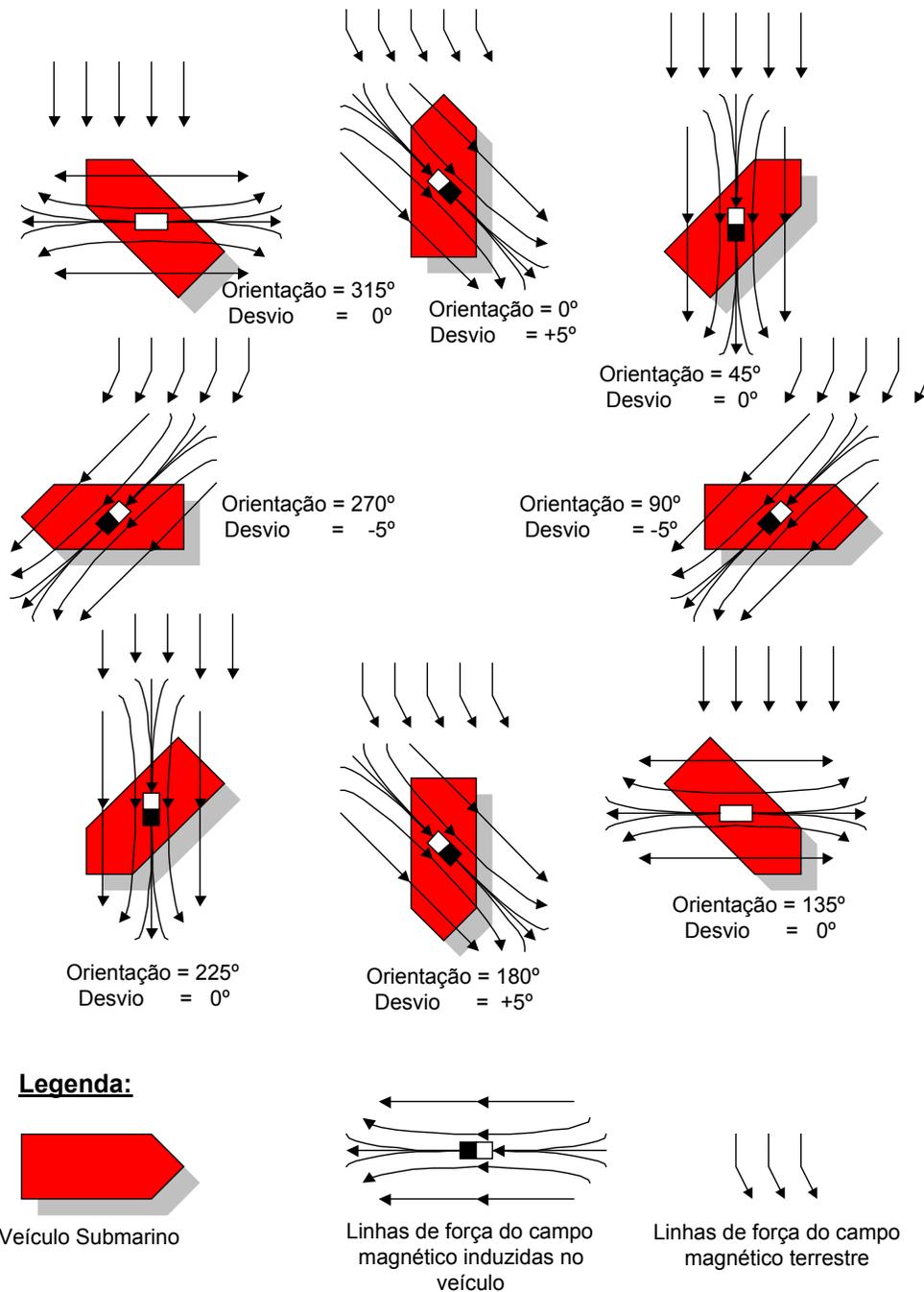


Fig. 2.10 – Influência do efeito provocado pelo *soft iron* do submarino sobre o campo magnético terrestre.

## 2.4. Giroscópio

O sensor que se pretende analisar em seguida ganhou grande visibilidade na segunda metade do século 20. Com efeito, o giroscópio teve as primeiras aplicações durante a 1ª Guerra Mundial, mas o seu uso só se generalizou com os desenvolvimentos efectuados durante a 2ª Guerra Mundial. Desde então tem sofrido inúmeros aperfeiçoamentos que fazem dele um dos mais precisos aparelhos de medição do movimento de um veículo como os ângulos de orientação ou velocidades angulares. Actualmente, aparelhos giroscópicos têm aplicações em sistemas de navegação que vão desde veículos aquáticos e subaquáticos, passando pela aviação militar e civil e acabando nos sofisticados veículos aeroespaciais.

Antes de entrar numa análise mais detalhada do giroscópio, interessa desenvolver uma relação que permita conhecer a orientação de um veículo no espaço em relação a um referencial na Terra, partindo das grandezas lidas por este sensor.

As grandezas que tipicamente são medidas por dispositivos giroscópicos são os ângulos de Euler de orientação do veículo,  $\varphi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  definidos em relação à horizontal local e norte local, ou as velocidades angulares do veículo, P, Q e R. Estas grandezas podem ser visualizadas na figura 2.13 [L3].

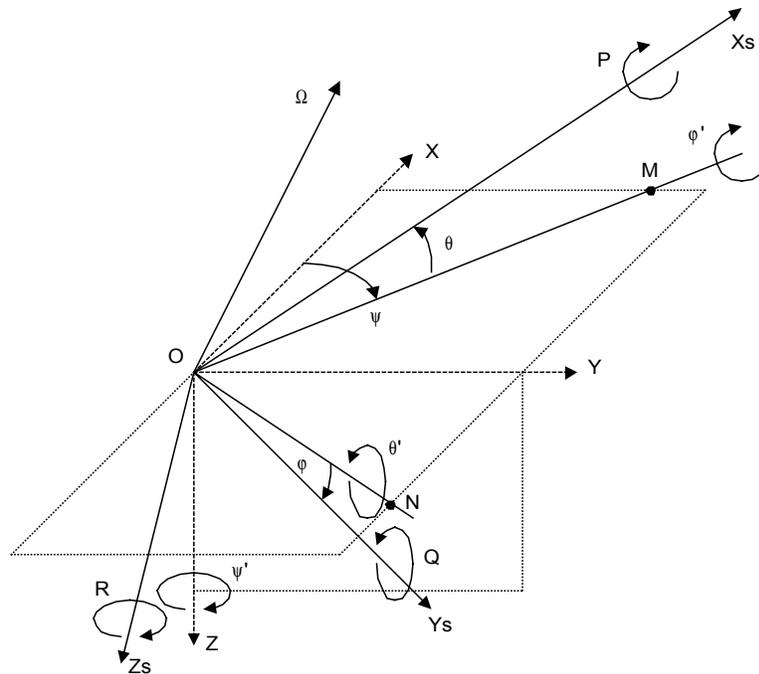


Fig. 2.13 – Relação entre o sistema de coordenadas do sensor ( $X_s, Y_s, Z_s$ ) e um sistema de coordenadas local ( $X, Y, Z$ ).

A transformação de coordenadas local para coordenadas do veículo é feita através da transformação de Euler  $[E] = [\varphi][\theta][\psi]$ . As velocidades angulares  $P, Q$  e  $R$ , são medidas em torno dos eixos  $X_s, Y_s$  e  $Z_s$  da moldura do sensor, enquanto que as velocidades angulares de *roll*, *pitch* e *yaw*,  $\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ , são medidas em torno dos eixos  $OM, ON$  e  $Z$ , respectivamente. As relações cinemáticas entre  $\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$  e  $P, Q$  e  $R$  são dadas por

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_{\text{roll}} + \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_{\text{pitch}} + \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_{\text{yaw}}, \quad (2.31)$$

sendo

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_{\text{roll}} = R_X^T(\varphi) * \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_{\text{pitch}} = R_X^T(\varphi) R_Y^T(\theta) * \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ e} \quad (2.33)$$

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_{\text{yaw}} = R_X^T(\varphi) R_Y^T(\theta) R_Z^T(\psi) * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad (2.34)$$

obtendo-se

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\varphi & s\varphi c\theta \\ 0 & -s\varphi & c\varphi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

ou seja,

$$P = \dot{\varphi} - \dot{\psi} \operatorname{sen} \theta, \quad (2.36)$$

$$Q = \dot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} \cos \theta \operatorname{sen} \varphi, \quad (2.37)$$

$$R = -\dot{\theta} \operatorname{sen} \varphi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \varphi. \quad (2.38)$$

Resolvendo em relação a  $\dot{\varphi}$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\psi}$ , obtém-se

$$\dot{\varphi} = P + Q \operatorname{sen} \varphi \tan \theta + R \cos \varphi \tan \theta, \quad (2.39)$$

$$\dot{\theta} = Q \cos \varphi - R \operatorname{sen} \varphi, \quad (2.40)$$

$$\dot{\psi} = Q \frac{\operatorname{sen} \varphi}{\cos \theta} + R \frac{\cos \varphi}{\cos \theta}. \quad (2.41)$$

Note-se que para ângulos de  $\varphi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  pequenos, verifica-se  $P = \dot{\varphi}$ ,  $Q = \dot{\theta}$  e  $R = \dot{\psi}$ .

Com as condições iniciais  $\varphi_0$ ,  $\theta_0$ ,  $\psi_0$  e com as medidas de P, Q, R, pode-se saber os ângulos de Euler.

$$\theta = \theta_0 + \int_0^t \dot{\theta} dt, \quad (2.42)$$

$$\varphi = \varphi_0 + \int_0^t \dot{\varphi} dt , \quad (2.43)$$

$$\psi = \psi_0 + \int_0^t \dot{\psi} dt . \quad (2.44)$$

### 2.4.1. O *rate-gyro*

Existem dois tipos principais de giroscópios: o giroscópio livre e o *rate-gyro*. O primeiro funciona segundo o princípio da conservação do momento angular, ou seja, o vector momento angular do rotor manter-se-á constante em amplitude e fase excepto se perturbado por binários exteriores. A sua suspensão é feita livremente e é usado normalmente para a medição de ângulos de orientação. Alternativamente, o *rate-gyro* tem o rotor orientado numa direcção muito específica, normalmente aquela faz coincidir a moldura do sensor com a moldura do veículo. Devido a isso, é o sensor mais indicado para fazer as medições das velocidades angulares P, Q e R, e estas provocam alterações no momento angular do rotor. Como o dispositivo da Watson está equipado com três *rate-gyro*, é sobre ele que será feita uma análise de funcionamento mais pormenorizada.

Na figura 2.14 está representado um esquema do *rate-gyro* cujo eixo de entrada é o Y e o eixo de saída é o X.

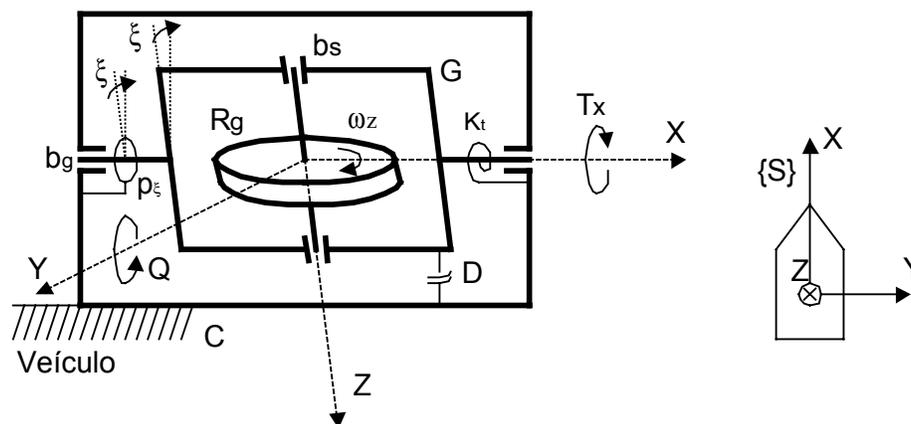


Fig. 2.14 – Representação simplificada do *rate-gyro*, e vista superior do submarino com o respectivo sistema de coordenadas {S}.

O rotor  $R_g$  roda em volta de um eixo apoiado no ponto de apoio  $b_s$ , pertencente à estrutura móvel interior,  $G$ . Esta, por sua vez, roda em torno do eixo dos  $xx$  que está apoiado na estrutura fixa exterior, e que pertence à parte fixa do *rate-gyro*  $C$  ( presa ao veículo). A direcção com que foi instalado o *rate-gyro* da figura 2.14, implica a medição da velocidade angular  $Q$ . O binário  $T_x$ , segundo o eixo dos  $xx$ , é contrabalançado pela mola e medido pelo transdutor  $p\xi$ . Assim,  $k_t$  é o transdutor que fornece a medida de  $T_x$  e consequentemente de  $Q$ . Para a dedução do modelo dinâmico foram usadas as seguintes notações:

$\Omega_s = [P \ Q \ R]^T \rightarrow$  vector velocidade angular do sistema de eixos  $\{S\}$  ;

$H = [H_x \ H_y \ H_z]^T \rightarrow$  vector momento angular total do veículo ;

$\omega_s = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \rightarrow$  velocidade angular do *rate-gyro* em relação a  $\{S\}$  ;

$H_s = J\omega_s \rightarrow$  momento angular do *rate-gyro* em relação a  $\{S\}$  ;

$T = [T_x \ T_y \ T_z]^T \rightarrow$  binário exercido em  $\{S\}$  relativo a  $\frac{dH_s}{dt}$  .

O momento de inércia do rotor é dado por

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & I_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (2.45)$$

Devido à simetria em relação aos eixos  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  todos os momentos de inércia cruzados,  $J_{mn}$ , serão nulos, reduzindo-se a matriz  $J$  à sua diagonal principal. Assim, o momento angular do *rate-gyro* em relação a  $\{S\}$  é

$$H_s = J\omega = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} \cdot \omega_x \\ I_{yy} \cdot \omega_y \\ I_{zz} \cdot \omega_z \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

O binário  $T$  entre o veículo e o *rate-gyro* é dado por

$$T = \dot{H}_s + \Omega_s \times H_s, \quad (2.47)$$

$$T = i \frac{d}{dt}(I_x \cdot \omega_x) + j \frac{d}{dt}(I_y \cdot \omega_y) + k \frac{d}{dt}(I_z \cdot \omega_z) + \begin{bmatrix} i & j & k \\ P & Q & R \\ I_x \cdot \omega_x & I_y \cdot \omega_y & I_z \cdot \omega_z \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Como o *rate-gyro* está preso ao veículo, verifica-se  $\begin{cases} \omega_y = 0 \\ \dot{\omega}_z = 0 \end{cases}$ , e como tal

$$\begin{aligned} T &= i I_x \dot{\omega}_x + i(I_z \omega_z Q - 0) - j(I_z \omega_z P - I_x \omega_x R) + k(0 - I_x \omega_{xz} Q) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow T = iT_x + jT_y + kT_z. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Devido à montagem da correia, as componentes j e k não são consideradas, ficando a expressão anterior reduzida a

$$T = iT_x = i(I_x \dot{\omega}_x + I_z \omega_z Q). \quad (2.50)$$

O desvio angular do rotor provoca um desvio na expressão anterior, ficando esta alterada da seguinte forma

$$T_x = i(I_x \dot{\omega}_x + I_z \omega_z Q \cos \xi). \quad (2.51)$$

Porém, para evitar não linearidades na equação e devido ao facto de  $\xi$  ser tão pequeno que se pode considerar  $\cos(\xi) = 1$ , esta componente é desprezada. Sabendo que  $\omega_x = \dot{\xi}$  e que  $I_z \omega_z = H$ , vem

$$T_x = I_x \ddot{\xi} + HQ. \quad (2.52)$$

A soma de todos os binários segundo o eixo dos xx é zero, portanto é necessário introduzir o binário de restituição  $T_r$ , que contrapõe o sentido do binário  $T_x$ . O binário de restituição corresponde a uma soma de três binários, como se pode verificar pela expressão

$$T_r = T_s + T_v + T_d. \quad (2.53)$$

em que  $T_s = k_t \xi$  é o binário da mola,  $T_v = D \dot{\xi}$  é o binário de atrito viscoso e  $T_d$  é o binário de desequilíbrio. Considera-se  $k_t$  como sendo constante, o que equivale a considerar que a mola é perfeitamente linear. O coeficiente de atrito viscoso  $D$ , tem um determinado valor, tal que o binário de atrito viscoso contribui com um peso relativo pequeno para o binário de restituição. O binário de desequilíbrio corresponde ao efeito provocado no transdutor, devido a imperfeições existentes na parte mecânica do *rate-gyro*. Prosseguindo a dedução da expressão (2.53), vem

$$\begin{aligned} \sum_i T_i = T_x + T_r = 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow I_x \ddot{\xi} + HQ + k_t \xi + D \dot{\xi} + T_d &= 0. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Aplicando a transformada de Laplace a esta equação e resolvendo em função de  $\xi$ , resulta em

$$\begin{aligned} \xi(s) &= -\frac{H}{s^2 I_x + sD + k_t} Q(s) - \frac{T_d(s)}{s^2 I_x + sD + k_t} = \\ &= -\frac{H/k_t}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1} Q(s) - \frac{1/k_t}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + 1} T_d(s), \end{aligned} \quad (2.55)$$

em que  $\omega_n$  é a frequência natural e  $\zeta$  é o coeficiente de amortecimento, sendo

$$\text{respectivamente obtidos por } \omega_n = \sqrt{\frac{k_t}{I_x}} \text{ e } \zeta = \frac{D}{2 \cdot \sqrt{I_x k_t}}.$$

Em regime permanente, à medida que  $s$  tende para zero, a expressão de  $\xi(s)$  vai tomar a seguinte forma

$$\xi(s) = \frac{H}{k_t} Q(s) - \frac{1}{k_t} T_d(s) = \frac{H}{k_t} [Q(s) - Q_d(s)], \quad (2.56)$$

com

$$Q_d(s) = \frac{T_d(s)}{H}, \quad (2.57)$$

sendo  $Q_d$  o valor da velocidade de *drift* do *rate-gyro*. A existência deste *drift* implica que se terá uma velocidade residual  $Q_d$ , mesmo quando a velocidade angular  $Q$  for nula.

O modelo dinâmico do *rate-gyro* que foi desenvolvido tem como  $\xi$ , o ângulo de *roll* do veículo onde está instalado, de acordo com a representação da figura 2.14. Para se obter o valor de *pitch* ou de *yaw* de um veículo, é necessário a instalação de dois sensores iguais a este, mas orientados nas suas perpendiculares. Mais concretamente, a estrutura exterior  $C$  do *rate-gyro* para leitura dos ângulos de *roll* e *pitch*, terá de ficar contida nos planos perpendiculares ao plano que contém a estrutura  $C$  do *rate-gyro* da figura 2.14, sendo esta a configuração existente no dispositivo da Watson.

#### 2.4.2. Erro provocado pela rotação da Terra

Uma vez que os *rate-gyros* são sensíveis às acelerações, é necessário analisar a influência que a rotação da Terra poderá provocar nas suas medições. Como se sabe, a Terra faz um movimento de rotação completo em 24 horas (1440 minutos), o que equivale a dizer, que a aceleração é de

$$\Omega = \frac{360}{1440} = \frac{0.25}{60} \text{ %/seg.} \quad (2.58)$$

Este efeito não é considerado uma vez que o dispositivo da Watson se encarrega de fazer esta correcção.

### 2.4.3. Erro provocado pelo *bias*

O *bias* é o valor de *offset* que se verifica na saída do *rate-gyro* quando este se encontra em regime estático. É medido em %/seg e é dependente da temperatura. Todos os *rate-gyros* são afectados por um *bias*, uma vez que todos eles têm partes mecânicas que originam pequenas imperfeições nas medições. Os *rate-gyros* de velocidade usados pelo dispositivo da Watson não fogem à regra. Este facto pode ser verificado pelas figuras que se mostram de seguida.

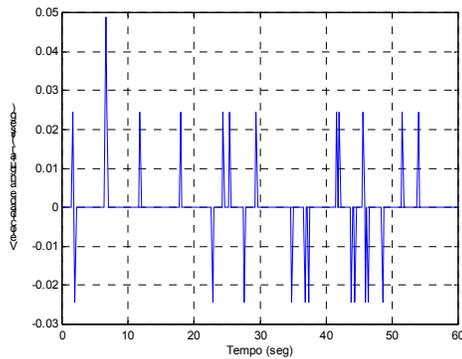


Fig. 2.15 – Efeito do *bias* no *rate-gyro* em repouso para a medida *rate x*.

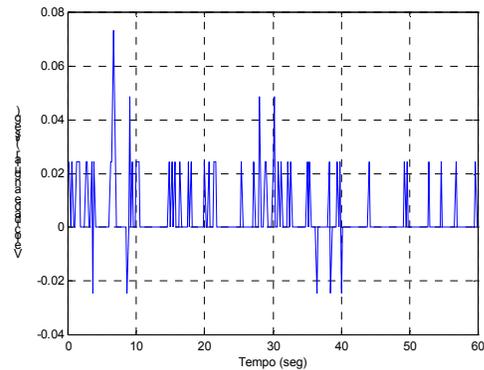


Fig. 2.16 – Efeito do *bias* no *rate-gyro* em repouso para a medida *rate y*.

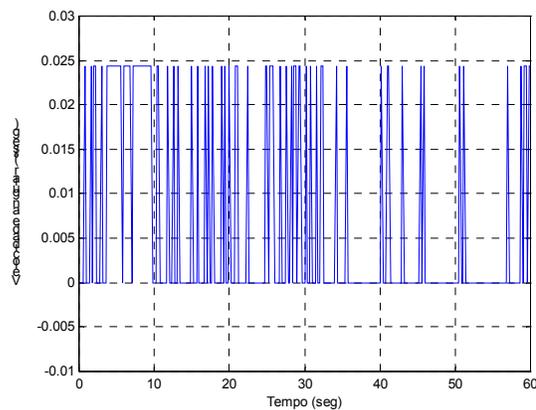


Fig. 2.17 – Efeito do *bias* no *rate-gyro* em repouso para a medida *rate z*.

Pelas figuras 2.15, 2.16 e 2.17, pode-se verificar que existe um pequeno valor de *bias* em cada um dos *rate-gyros*. Apesar de ser pequeno, é suficiente para, após uma integração, provocar na saída o aparecimento de um ângulo de *drift*.

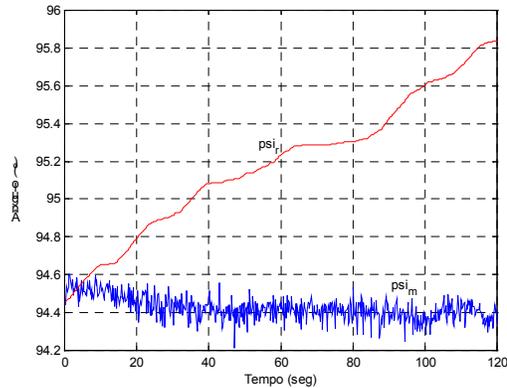


Fig. 2.18 – Ângulo de *yaw* obtido pela integração da velocidade angular Z ( $\psi_r$ ), e o mesmo ângulo obtido com os magnetômetros ( $\psi_m$ ).

As amostras para a figura 2.18, foram obtidas a 5 Hz, com o dispositivo da Watson em repouso durante dois minutos. O ângulo de *yaw* foi obtido quer por integração da medida do *rate-gyro*,  $\psi_r$ , (*z axis angle rate data*), quer com a ajuda das medidas dos magnetômetros,  $\psi_m$ , (*x e y axis magnetometer data*) usando a expressão

$$\text{tg}^{-1}\left(\frac{\text{MagY}}{\text{MagX}}\right).$$

Como se pode verificar pela figura 2.18, o ângulo de *drift* do *rate-gyro* aumenta ao longo da experiência, podendo ser considerado linearmente proporcional ao tempo [S1].

O estudo do funcionamento, medidas e erros associados aos sensores que serão usados para a implementação do sistema de navegação está concluído. Antes de passar ao próximo capítulo, da calibração, interessa conhecer mais ao pormenor as gamas de variação dos diversos sensores contidos no dispositivo da Watson, (apêndice D), assim como o seu modo de funcionamento, (apêndice E).

Foi também desenvolvido um programa de aquisição de dados que está descrito pormenorizadamente no apêndice F.

### 3. Calibração

Analisando os dados enviados pelos sensores, e tendo em conta os fenómenos físicos que se pretendem estudar, verificaram-se discrepâncias entre o valor do ângulo de *yaw* obtido a partir do *rate-gyro*, e o valor do mesmo ângulo obtido a partir dos magnetómetros.

Tendo em atenção o estudo presente no capítulo 2, pode-se considerar que estas diferenças são provocadas pela influência que o efeito do *drift* provoca nas medidas do *rate-gyro*, e pela influência que os materiais ferromagnéticos provocam no campo magnético. De notar que esses materiais tanto se podem encontrar no interior como no exterior do veículo, pelo que os valores lidos pelos magnetómetros vêm afectados por ambos.

Um método possível para eliminar a influência dos materiais ferromagnéticos que se encontram no interior do veículo, seria o de colocar íman próximos do dispositivo. Estes íman seriam depois orientados de forma a fazer coincidir a orientação lida pelo dispositivo, com a orientação verdadeira que se regista no local sem a sua influência. No entanto, este método seria pouco prático, uma vez que o dispositivo da Watson, irá ser colocado no interior de um veículo submarino autónomo juntamente com outros equipamentos que poderiam também eles sofrer com a influência destes íman. Como tal, torna-se necessário o estudo de um método de calibração por *software*.

O método escolhido baseia-se em fazer rodar em 360° a plataforma em torno do seu eixo dos *zz*. Com este método, e apesar de não se corrigirem directamente as distorções magnéticas, consegue-se obter uma correcção dos valores lidos pelos magnetómetros, que vêm com a influência dos materiais ferromagnéticos presentes no interior e no exterior do veículo.

Este método apresenta algumas imperfeições, uma vez que existe um erro devido às pequenas oscilações do plano horizontal que provocam o aparecimento de valores variáveis de *roll* e de *pitch*. No entanto, o erro total que estas imperfeições provocam, pode ser considerado como um erro total de desvio do campo magnético. Este método

é válido apenas para calibrar o sensor no local em que se encontra dentro do veículo, pois ao mudá-lo de lugar, a influência dos materiais ferromagnéticos que se encontram no interior do veículo também vem alterada.

Para se poder utilizar o ângulo de *yaw* obtido a partir dos magnetómetros, é necessário exprimir a intensidade do campo magnético na moldura do sensor. Para tal, faz-se uso da expressão 2.8

$$\begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\varphi - s\psi c\varphi & c\psi s\theta c\varphi + s\psi s\varphi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\varphi + c\psi c\varphi & s\psi s\theta c\varphi - c\psi s\varphi \\ -s\theta & c\theta s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c\beta s\alpha & -s\alpha s\beta & c\alpha \\ -s\beta & c\beta & 0 \\ -c\alpha c\beta & -c\alpha s\beta & -s\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix},$$

onde se exprime a intensidade do campo magnético medido na moldura universal, na moldura do sensor.

Observando a figura 2.8, verifica-se que as linhas de força do campo magnético passam todas no centro da Terra, segundo uma orientação que pode ser aproximada ao eixo dos *zz* da moldura universal. Como tal, a componente segundo os eixos dos *xx* e dos *yy* é praticamente nula. Este facto, faz com que se possa considerar

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M \end{bmatrix}, \text{ ou seja, as componentes do campo magnético segundo os eixos dos } xx \text{ e dos } yy, \text{ podem ser desprezadas.}$$

Dado que o método de calibração do sensor pressupõe que os ângulos de *roll* e de *pitch* sejam nulos, vem que

$$\begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c\beta s\alpha & -s\alpha s\beta & c\alpha \\ -s\beta & c\beta & 0 \\ -c\alpha c\beta & -c\alpha s\beta & -s\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\alpha \cdot M \\ 0 \\ -s\alpha \cdot M \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} S_x = c\psi c\alpha \cdot M \\ S_y = s\psi c\alpha \cdot M \\ S_z = -s\alpha \cdot M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c\psi = \frac{S_x}{c\alpha \cdot M} \\ s\psi = \frac{S_y}{c\alpha \cdot M} \\ \text{---} \end{cases} \Rightarrow \psi = \text{tg}^{-1} \left( \frac{\frac{S_y}{c\alpha \cdot M}}{\frac{S_x}{c\alpha \cdot M}} \right) = \text{tg}^{-1} \left( \frac{S_y}{S_x} \right). \quad (3.3)$$

Desta expressão conclui-se que para se obter o ângulo de *yaw* a partir dos dados recolhidos pelos magnetómetros, basta considerar

$$\psi = \text{tg}^{-1} \left( \frac{\text{MagY}}{\text{MagX}} \right), \quad (3.4)$$

em que Mag X é a medida *X axis magnetometer data* e Mag Y é a medida *Y axis magnetometer data* que sai do dispositivo da Watson.

Por sua vez, o ângulo de *yaw* obtido pelo *rate-gyro* é obtido pela integração da velocidade angular do sensor segundo o eixo dos *zz*, ou seja, através da integração da medida *Z axis angle rate data*.

Pela figura 3.1. pode-se observar a evolução do ângulo de *yaw* quando se roda o sensor durante um minuto, com ângulos de *roll* e de *pitch* nulos e para uma volta de 360° (amostragem a 5 Hz) em torno do eixo dos *zz*.

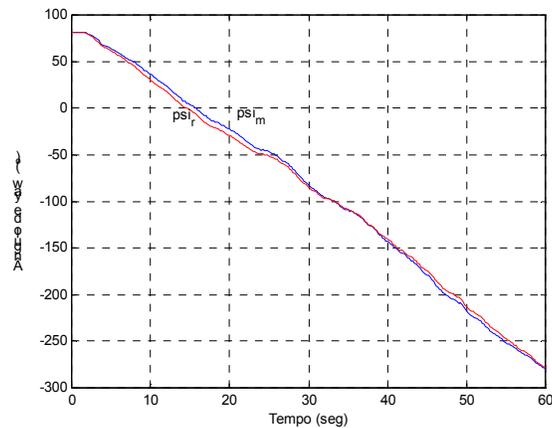


Fig. 3.1 - Ângulo de *yaw* medido pelos magnetómetros ( $\psi_m$ ), e ângulo de *yaw* medido pelo *rate-gyro* ( $\psi_r$ ).

A figura seguinte mostra a diferença entre as duas curvas da figura 3.1.

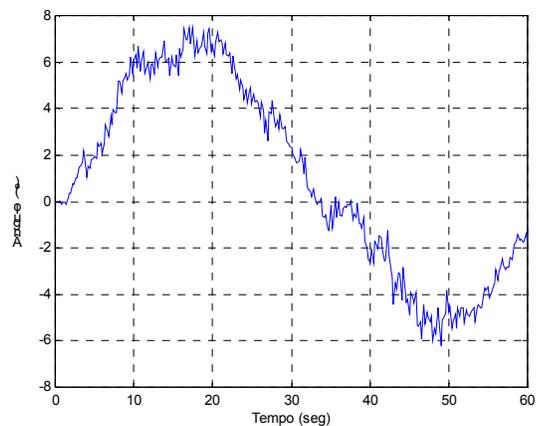


Fig. 3.2 – Diferença entre o ângulo de *yaw* obtido com os magnetómetros, e o ângulo de *yaw* obtido com o *rate-gyro*.

Pela figura 3.2, verifica-se que o erro presente nas medições para o *yaw*, feitas pelos magnetómetros, em relação às medições do *rate-gyro*, tem um comportamento que se pode aproximar por uma sinusóide.

Tendo em atenção o estudo que foi feito no capítulo 2, pode-se afirmar que a medida feita pelo magnetómetro não é mais do que a soma do ângulo real com o ângulo provocado pelo efeito das perturbações causadas pelos materiais ferromagnéticos.

Também pelo mesmo capítulo se pode afirmar que o efeito do *drift* se faz notar ao longo de toda a experiência de uma forma proporcional ao tempo.

Daqui resulta o seguinte modelo que considera os efeitos do *hard iron*, do *soft iron* e do *drift* do *rate-gyro*:

$$\psi_m = \psi_r + d * t + K_h \sin(\psi_r + d * t + \Delta\psi_h) + K_s \sin(2(\psi_r + d * t) + \Delta\psi_s), \quad (3.5)$$

onde

$\psi_m$  → ângulo de *yaw* medido pelos magnetómetros;

$\psi_r$  → ângulo de *yaw* medido pelo *rate-gyro*;

$K_h$  → ganho provocado pelo efeito do *hard iron*;

$K_s$  → ganho provocado pelo efeito do *soft iron*;

$\Delta\psi_h$  → ângulo de desfasagem provocado pelo efeito do *hard iron*;

$\Delta\psi_s$  → ângulo de desfasagem provocado pelo efeito do *soft iron*;

$d$  → ganho provocado pelo efeito do *drift* do *rate-gyro*;

$t$  → tempo.

De notar que esta expressão representa o valor de *yaw* dado pelos magnetómetros que mais se aproxima do valor de *yaw* dado pelo *rate-gyro*, uma vez que tem em conta os desvios provocados pelas perturbações magnéticas, e os desvios provocados pelo *drift* do *rate-gyro*.

A expressão (3.5), tem como incógnitas os valores de  $K_h$ ,  $K_s$ ,  $\Delta\psi_h$ ,  $\Delta\psi_s$ , e  $d$ , e para os estimar utiliza-se o método de Newton-Raphson. Este método resulta da expansão da série de Taylor e apresenta um algoritmo simples com uma convergência rápida para as necessidades existentes (apêndice G).

Como tal, usando uma expansão em série de Taylor com aproximação de primeira ordem, e considerando obtém-se

$$F = \psi_r + d * t + K_h \sin(\psi_r + d * t + \Delta\psi_h) + K_s \sin(2(\psi_r + d * t) + \Delta\psi_s) - \psi_m, \quad (3.6)$$

$$F = F_0|_{x_k} + \nabla F|_{x_k} (x_{k+1} - x_k) \approx 0, \quad (3.7)$$

onde

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} K_h \\ \Delta\psi_h \\ K_s \\ \Delta\psi_s \\ d \end{bmatrix}, \quad x_k = \begin{bmatrix} \bar{K}_h \\ \bar{K}_s \\ \bar{\Delta\psi}_s \\ \bar{d} \end{bmatrix}.$$

Extrapolando agora para  $q$  amostras (no processo de calibração recolhem-se os vários  $\psi_{r1}$  e  $\psi_{mq}$ ), vem

$$\begin{aligned} F_1 &= \psi_{r1} + d * t + K_h \sin(\psi_{r1} + d * t + \Delta\psi_h) + K_s \sin(2(\psi_{r1} + d * t) + \Delta\psi_s) - \psi_{m1} \\ F_2 &= \psi_{r2} + d * t + K_h \sin(\psi_{r2} + d * t + \Delta\psi_h) + K_s \sin(2(\psi_{r2} + d * t) + \Delta\psi_s) - \psi_{m2} \\ &\dots \\ F_q &= \psi_{rq} + d * t + K_h \sin(\psi_{rq} + d * t + \Delta\psi_h) + K_s \sin(2(\psi_{rq} + d * t) + \Delta\psi_s) - \psi_{mq} \\ F &= F_0|_{x_k} + \left[ \frac{\partial F}{\partial K_h} \quad \frac{\partial F}{\partial \Delta\psi_h} \quad \frac{\partial F}{\partial K_s} \quad \frac{\partial F}{\partial \Delta\psi_s} \quad \frac{\partial F}{\partial d} \right] * (x_{k+1} - x_k) \end{aligned} \quad (3.8)$$

em que

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial K_h} &= \sin(\psi_r + d * t + \Delta\psi_h), \quad \frac{\partial F}{\partial \Delta\psi_h} = K_h \cos(\psi_r + d * t + \Delta\psi_h), \\ \frac{\partial F}{\partial K_s} &= \sin(2(\psi_r + d * t) + \Delta\psi_s), \quad \frac{\partial F}{\partial \Delta\psi_s} = K_s \cos(2(\psi_r + d * t) + \Delta\psi_s), \\ \frac{\partial F}{\partial d} &= t + t * K_h \cos(\psi_r + d * t + \Delta\psi_h) + 2t * K_s \cos(2(\psi_r + d * t) + \Delta\psi_s), \end{aligned}$$

donde resulta

$$\begin{aligned} F_0|_{x_k} + J|_{x_k} (x_{k+1} - x_k) &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow J(x_{k+1} - x_k) &= -F \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow J^T J(x_{k+1} - x_k) &= -J^T F \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x_{k+1} &= x_k - (J^T J)^{-1} J^T F. \end{aligned} \quad (3.9)$$

De notar que se utiliza a pseudo-inversa de  $J$  (dada por  $(J^T J)^{-1}$ ) em vez de  $J^{-1}$ , uma vez que  $J$  não é uma matriz quadrada. Esta matriz tem dimensões  $(p, q)$  em que  $p$  é o número de variáveis a estimar e  $q$  é o número de amostras.

Com o modelo matemático, construiu-se um modelo de simulação para simular o comportamento do sensor.

Os resultados obtidos com este modelo de simulação e com o algoritmo estudado, foram bastante satisfatórios como se mostra no apêndice H.

Uma vez testado com o modelo de simulação, usou-se o mesmo algoritmo de estimação com os valores que o sensor recolheu durante a experiência relatada em cima. A evolução dos valores estimados para as amplitudes e defasagens que o efeito do *hard iron* e do *soft iron* provocam, assim como para o *drift* podem ser observados nas figuras 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7.

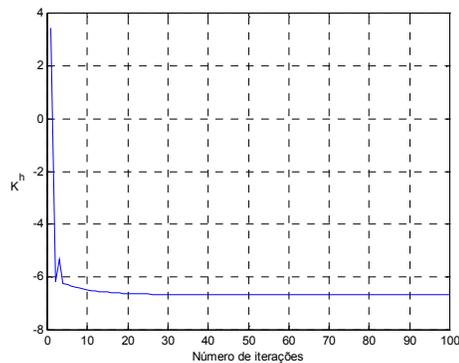


Fig. 3.3 – Evolução do valor estimado  
e  $K_h$ .

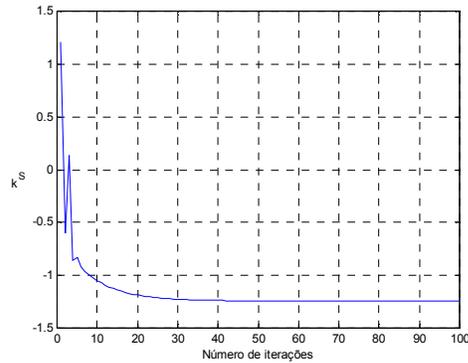
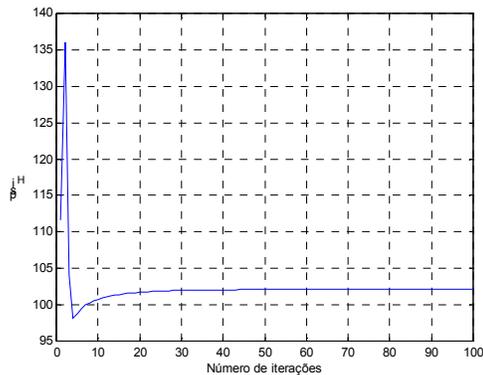
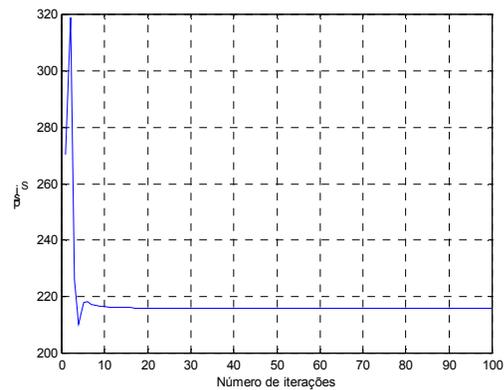


Fig. 3.4 – Evolução do valor estimado  
de  $K_s$ .



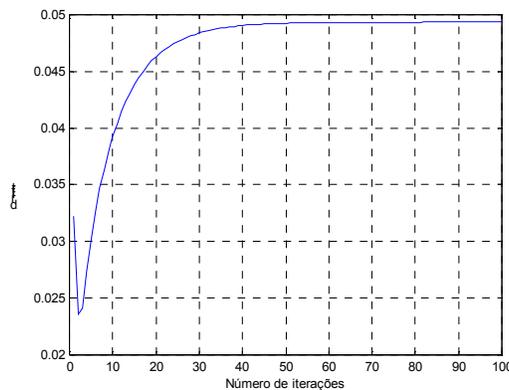
3.5 – Evolução do valor estimado de

$$\Delta\psi_h.$$



3.6 – Evolução do valor estimado de

$$\Delta\psi_s.$$

Fig. 3.7 – Evolução do valor estimado de *drift*.

De notar que os valores usados para iniciar a estimação foram os seguintes:

$$K_h = 0.20, \Delta\psi_h = -27.00^\circ, K_s = 0.50, \Delta\psi_s = 27.00^\circ \text{ e } d = 0.10^\circ/\text{seg}.$$

Os resultados desta estimação, conduziram aos seguintes valores:

$$K_h = -6.67, \Delta\psi_h = 102.04^\circ, K_s = -1.24, \Delta\psi_s = 215.89^\circ \text{ e } d = -0.05^\circ/\text{seg}.$$

Estes valores foram em seguida utilizados na expressão do modelo matemático (3.5), conseguindo-se desta forma obter a evolução do valor do ângulo de *yaw* sem a influência do *drift* do *rate-gyro* e sem a influência das perturbações magnéticas nos magnetómetros. A comparação feita entre o valor deste ângulo de *yaw* obtido pelo

magnetómetro sem a influência do *hard iron* e do *soft iron*, e o valor deste ângulo obtido pelo *rate-gyro* sem a influência do *drift*, pode ser analisada na figura 3.8.

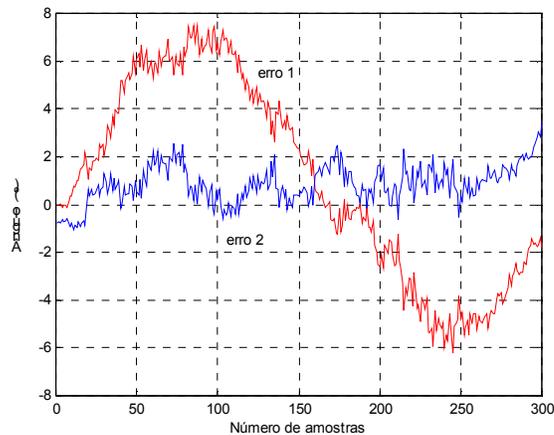


Fig. 3.8 – Diferença entre o ângulo de *yaw* obtido pelos magnetómetros e o ângulo de *yaw* obtido pelo *rate-gyro*, antes (erro 1) e depois (erro 2) de se fazer a correcção.

A figura 3.8 mostra que a diferença entre a leitura do *rate-gyro* e a dos magnetómetros para o ângulo de *yaw*, se aproxima quando se retiram os erros associados a cada um dos sensores. Tal facto pode ser confirmado com o cálculo das médias e variâncias de ambos os sinais,

$$\begin{aligned} E[\text{erro1}] &= 0.97, \\ \text{Var}[\text{erro1}] &= 16.94, \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} E[\text{erro2}] &= 0.85, \\ \text{Var}[\text{erro2}] &= 0.66. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Os resultados apresentados em cima, mostram que o erro após a calibração, fica com a média mais próxima de zero, e com uma variação menor em torno dessa média. Daqui se pode concluir que a calibração melhora o ângulo de *yaw*, aproximando-o do valor que é tido como referência.

## **4. Navegação**

No início deste relatório foi afirmado que se pretendia desenvolver um sistema de navegação para um veículo submarino autónomo que permitisse saber a sua orientação em cada instante, com o máximo de exactidão. Já foram desenvolvidas quase todas as ferramentas que permitem concretizar essa ideia. Porém, antes de fazer a navegação com os dados disponíveis, é necessário ter em conta que todos os valores obtidos directamente pelo sensor ou após calibração, vêm afectados de ruído. Assim, começa-se por fazer o estudo e implementação de uma técnica de eliminação de ruído, denominada filtro de Kalman, e finalmente procede-se à implementação do sistema de navegação propriamente dito.

### **4.1. Filtro de Kalman**

Foi afirmado anteriormente que os valores disponibilizados pelo dispositivo da Watson vêm afectados de ruído. Assim, será necessário fazer uma estimação que permita extrair a informação relevante a partir dos dados obtidos pelo sensor, ou seja, obter valores o mais próximo possível do verdadeiro. Um estimador óptimo é um algoritmo computacional que processa as medições de forma a estimar o estado do sistema usando o conhecimento que dispõe desse mesmo sistema, tanto do ponto de vista da dinâmica, como do ponto de vista do ruído, assim como as condições iniciais e o ruído das medições. Foi feita a opção pela filtragem, que é um método de estimação actual pois faz a estimativa do vector de estado no momento actual, baseando-se em todas as medições obtidas no passado.

A técnica de filtragem utilizada é designada por filtro de Kalman. A forma como se implementa esta técnica está ilustrada na figura 4.1.

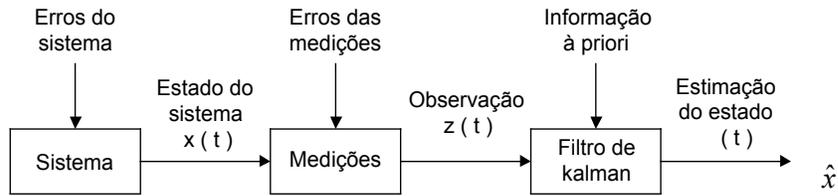


Fig. 4.1 – Diagrama de blocos representativo da estimação de estado de um sistema.

O modelo de estado do sistema reflecte os ruídos que actuam no sistema, sendo

$$x_{k+1} = A_k x_k + w_k, \quad (4.1)$$

$$y_k = C_k x_k + v_k, \quad (4.2)$$

em que  $w_k$  é o ruído do processo e  $v_k$  é o ruído das medições. Tratam-se de dois ruídos brancos incorrelacionados, o que é equivalente às duas condições

$$E(w_k) = E(v_k) = 0, \quad (4.3)$$

$$E(w_k w_l^T) = E(v_k v_l^T) = 0, \text{ para } k \neq l. \quad (4.4)$$

As matrizes de covariância dos erros são dadas por

$$E(w_k w_k^T) = Q_k, \quad (4.5)$$

$$E(v_k v_k^T) = R_k. \quad (4.6)$$

Assim, o ruído do processo é caracterizado por  $w_k \sim N(0, Q_k)$  e o ruído das medições é caracterizado por  $v_k \sim N(0, R_k)$ .

Seja  $\hat{x}_k(+)$  e  $\hat{x}_k(-)$ , a estimação de  $x_k$  imediatamente depois e imediatamente antes de uma medida discreta em  $t = k$ . A estimação do estado é dada por

$$\hat{x}_k(-) = A_{k-1} \cdot \hat{x}_{k-1}(+). \quad (4.7)$$

A covariância do erro é dada pela expressão

$$\mathbf{P}_k(-) = \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}(+) \mathbf{A}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}. \quad (4.8)$$

A matriz de ganhos de Kalman é obtida através de

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k(-) \mathbf{C}_k^T [ \mathbf{C}_k \mathbf{P}_k(-) \mathbf{C}_k^T + \mathbf{R}_k ]^{-1}. \quad (4.9)$$

Por fim, é necessário actualizar a covariância do erro, assim como o estado do sistema. As expressões destas grandezas são respectivamente

$$\mathbf{P}_k(+) = [ \mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k ] \mathbf{P}_k(-), \quad (4.10)$$

e

$$\hat{\mathbf{x}}_k(+) = \hat{\mathbf{x}}_k(-) + \mathbf{K}_k [ y_k - \mathbf{C}_k \hat{\mathbf{x}}_k(-) ]. \quad (4.11)$$

O diagrama de blocos do filtro de Kalman, obtido a partir das expressões 4.1, 4.2, 4.7 e 4.11, está representado na figura 4.2 [L6].

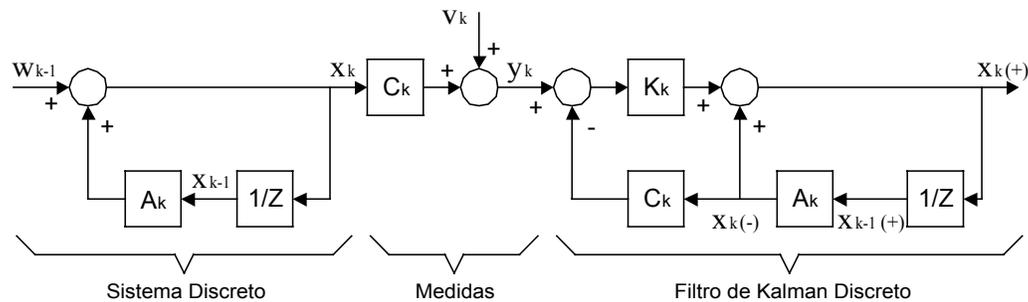


Fig. 4.2 – Modelo do sistema e filtro de Kalman discreto.

As expressões 4.7 a 4.11 formam um processo iterativo que determina a matriz de ganhos de Kalman, actualiza a estimativa do estado do sistema e a covariância do erro. As condições iniciais que permitem dar início a este processo são

$$E[x(0)] = \hat{x}_0, \quad (4.12)$$

$$E[(x(0) - \hat{x}_0)(x(0) - \hat{x}_0)^T] = \mathbf{P}_0 \quad (4.13)$$

$$E(w_k v_k^T) = 0 \quad \forall j, k \in N. \quad (4.14)$$

Com vista a uma melhor descrição do funcionamento do filtro de Kalman, será desenvolvida a primeira iteração. As matrizes do modelo de estado do sistema,  $A$  e  $C$ , assim como as matrizes de covariância dos ruídos de estado,  $Q$ , e de observação,  $R$ , são invariantes no tempo.

Valores iniciais conhecidos:  $\hat{x}_0(0)$ ,  $P_0(+)$  e  $K_0$ .

1ª iteração:

$$\hat{x}_1(-) = A \hat{x}_0(+) \quad (4.15)$$

$$P_1(-) = A P_0(+) A^T + Q \quad (4.16)$$

$$K_1 = P_1(-) C^T [C P_1(-) C^T + R]^{-1} \quad (4.17)$$

$$P_1(+) = [I - K_1 C] P_1(-) \quad (4.18)$$

$$\hat{x}_1(+) = \hat{x}_1(-) + K_1 [y_1 - C \hat{x}_1(-)]. \quad (4.19)$$

Substituindo as expressões de  $P_1(+)$  e de  $K_1$  na expressão da covariância do erro  $P_2(-)$  obtém-se

$$\begin{aligned} P_2(-) &= A P_1(+) A^T + Q = \\ &= A [I - K_1 C] P_1(-) A^T + Q = \\ &= A [I - P_1(-) C^T [C P_1(-) C^T + R]^{-1} C] P_1(-) A^T + Q = \\ &= A P_1(-) A^T - A P_1(-) C^T [C P_1(-) C^T + R]^{-1} C P_1(-) A^T + Q. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Generalizando para qualquer valor de  $k$ , a expressão anterior fica

$$P_k(-) = A P_{k-1}(-) A^T - A P_{k-1}(-) C^T [C P_{k-1}(-) C^T + R]^{-1} C P_{k-1}(-) A^T + Q, \quad (4.21)$$

que é a expressão geral da covariância do erro.

Já aqui foi dito que o filtro de Kalman permite estimar o estado do sistema, partindo do conhecimento que se dispõe do estado do sistema, assim como dos ruídos do

processo e das medições. Porém, ainda não foi focada a maneira como esses ruídos afectam o cálculo da matriz de ganhos de Kalman. Com este propósito, será feito um estudo para o caso estacionário, no qual a expressão da covariância do erro verifica  $\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} = \mathbf{P}_\infty$ . Para simplificar este estudo, considera-se ainda que  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{C}$  são matrizes unitárias de dimensão  $[1 \times 1]$ . Assim sendo, a expressão (4.21) toma a forma

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} + \mathbf{P}_{k-1}(\mathbf{P}_{k-1} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{P}_{k-1} + \mathbf{Q}. \quad (4.22)$$

Sejam,  $\mathbf{Q} = q$ ,  $\mathbf{R} = r$  e  $\mathbf{P}_k = p_k$ , os valores das matrizes das covariâncias dos erros, então a expressão anterior toma a forma

$$p_k = p_{k-1} - \frac{p_{k-1}^2}{p_{k-1} + r} + q. \quad (4.23)$$

Determinando a solução para o caso estacionário, ou seja, quando se verifica  $p_k = p_{k-1}$ , vem

$$\begin{aligned} p_k &= p_k - \frac{p_k^2}{p_k + r} + q \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow p_k^2 - qp_k - qr &= 0 \\ p_k &= \frac{q \pm \sqrt{q^2 - 4qr}}{2}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Substituindo este resultado na expressão (4.9), a matriz de ganhos toma a forma

$$\mathbf{K}_k = \frac{p_k}{p_k + r}, \quad (4.25)$$

enquanto da expressão (4.23) tira-se

$$q = \frac{P_k^2}{P_k + r} \Leftrightarrow \frac{q}{P_k} = \frac{P_k}{P_k + r}. \quad (4.26)$$

Juntando as expressões (4.25) com a expressão (4.26), e substituindo no resultado obtido a expressão (4.24), obtém-se

$$\mathbf{K}_k = \frac{q}{P_k} = \frac{2q}{q \pm \sqrt{q^2 - 4qr}}. \quad (4.27)$$

Analisando esta fórmula, constata-se que  $\mathbf{K}_k$  é inversamente proporcional à covariância do ruído de medição  $\mathbf{R}$ . Em termos práticos, um aumento de  $\mathbf{R}$  provoca uma reacção mais lenta do filtro às medições. Contrariamente, a matriz de ganhos  $\mathbf{K}_k$ , é proporcional à covariância do erro de estimação  $\mathbf{P}_k$ , e à covariância do ruído do processo  $\mathbf{Q}$ . Isto implica que a um aumento de  $\mathbf{P}_k$  ou de  $\mathbf{Q}$ , corresponde a um aumento de  $\mathbf{K}_k$  dando uma maior atenção às medições e conseqüentemente a uma maior rapidez do filtro.

O facto de a matriz de ganhos provocar maior ou menor rapidez do filtro é justificado recorrendo à seguinte dedução

$$\begin{aligned} T.Z\{\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + K(y - \hat{x}_k)\} &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow Z\hat{X}(Z) &= (1 - K)\hat{X}(Z) + KY(Z) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\hat{X}}{Y}(Z) &= \frac{K}{Z + K - 1}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Traçando o digrama de Bode desta função, verifica-se que a largura de banda será tanto maior, quanto maior fôr o valor da matriz de ganhos,  $\mathbf{K}_k$ .

Concluindo, pode-se afirmar que a rapidez do filtro está directamente relacionada com as matrizes  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ , cuja relação  $\mathbf{Q} / \mathbf{R}$  traduz a influência sobre a largura de banda do filtro de acordo com

$$\mathbf{Q} / \mathbf{R} \uparrow \Rightarrow \mathbf{K} \uparrow \Rightarrow \text{Largura de banda} \uparrow.$$

## 4.2. Implementação do filtro de Kalman

Estão reunidas as condições para se poder passar à implementação do filtro de Kalman. A primeira grandeza que será sujeita à eliminação do ruído é o ângulo de *yaw* obtido após calibração. Partindo do modelo de estado contínuo do sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_B u \quad y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad (4.27)$$

em que  $u$  é a velocidade angular  $\dot{\psi}$ , obtida a partir da saída *z axis angle rate data* do *rate-gyro*, e  $y$  é o valor do ângulo de *yaw* estimado,  $\hat{\psi}$ . O diagrama de blocos que representa este sistema é

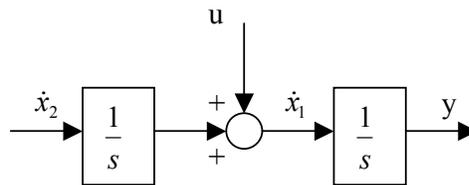


Fig. 4.3 – Diagrama de blocos do sistema.

Aplicando os conhecimentos que regem o funcionamento do filtro de Kalman a este sistema, obtém-se o seguinte diagrama:

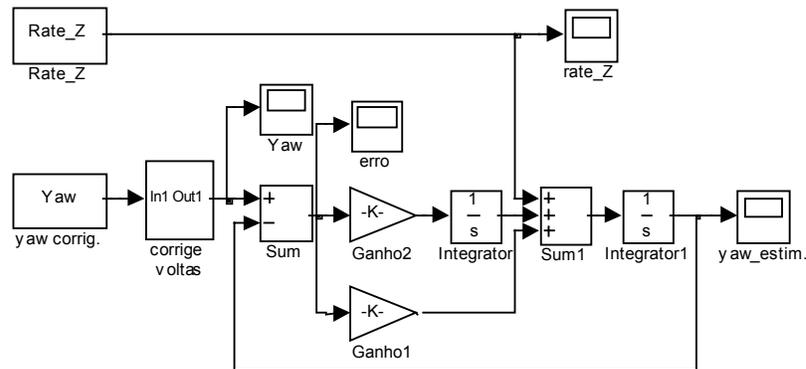


Fig. 4.4 – Implementação do filtro de Kalman contínuo.

A entrada designada por *yaw* corrigido é aquela que apresenta o valor de *yaw* após calibração e a entrada *Rate\_Z* é o valor de  $\dot{\psi}$  obtido a partir da expressão (2.25). As funções de transferência para o caso da entrada do valor de *yaw* corrigido,  $\psi_c$ , e da velocidade angular em torno do eixo dos *zz*,  $\dot{\psi}$ , são respectivamente

$$\frac{\hat{\psi}}{\psi_c}(s) = \frac{k_1 s + k_2}{s^2 + k_1 s + k_2}, \quad (4.28)$$

$$\frac{\hat{\psi}}{\dot{\psi}}(s) = \frac{s}{s^2 + k_1 s + k_2}. \quad (4.29)$$

Para as matrizes de covariância do ruído das medições e do processo, foram atribuídos valores iguais por forma a terem ambas o mesmo peso relativo para a determinação dos ganhos de Kalman. Considerou-se então  $\mathbf{R} = \mathbf{Q} = [1]$ . Estes ruídos são independentes, logo a covariância cruzada do ruído é nula, ou seja,  $\mathbf{N} = [0]$ . Assim, a matriz de ganhos de Kalman é determinada recorrendo à função LQE do Matlab.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ganho 1} \\ \text{ganho 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3202 \\ 0.0500 \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$



$$\frac{\hat{\psi}_c}{\psi_c}(Z) = \frac{k_1 \cdot Z - k_1 + 0.2 \cdot k_2}{Z^2 + (k_1 - 2)Z + (1 - k_1 + 0.2 \cdot k_2)}, \quad (4.34)$$

e

$$\frac{\hat{\psi}_r}{\psi_r}(Z) = \frac{0.2 \cdot Z - 0.2}{Z^2 + (k_1 - 2)Z + (1 - k_1 + 0.2 \cdot k_2)}. \quad (4.35)$$

Fazendo o diagrama de Bode da função (4.32), obtém-se a figura 4.5.

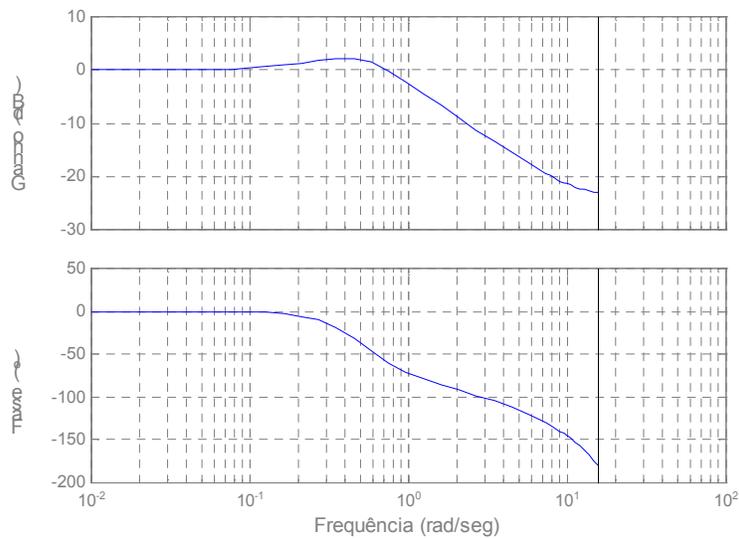


Fig. 4.5 – Diagrama de Bode da função de transferência da expressão (4.34).

Como se pode observar, o sistema exhibe características de passa-baixo, com largura de banda de  $\omega_c = 1.0$  rad/seg. Note-se que as curvas de magnitude e fase terminam no ponto de intersecção com a recta vertical à frequência de 15.708 rad/seg. Este facto deve-se à própria natureza do diagrama de Bode discreto que repete a forma de onda da magnitude e da fase a cada intervalo de  $f \cdot \pi$ . Como a frequência que está a ser usada é de 5 Hz, então obtém-se  $5 \cdot \pi = 15.7$  rad/seg.

Pretende-se comprovar o conceito de complementaridade para este filtro. Para tal, é necessário que se verifique a condição

$$\frac{\hat{\psi}}{\psi}(Z) + \frac{\hat{\psi}}{\psi_c}(Z) = 1, \quad (4.36)$$

em que  $\frac{\hat{\psi}}{\psi}(Z)$  é obtido a partir da multiplicação  $\psi_r \times \frac{T}{Z-1}$ , com  $T=0.2$ , e que tem como resultado

$$\frac{\hat{\psi}}{\psi}(Z) = \frac{Z^2 - 2Z + 1}{Z^2 + (k_1 - 2)Z + (1 - k_1 + 0,2.k_2)}. \quad (4.37)$$

Esta expressão é a função de transferência de um ângulo  $\psi$ , obtido a partir do integral da velocidade para o ângulo estimado,  $\hat{\psi}$ .

Traçando o diagrama de bode para os equivalentes discretos obtém-se a figura 4.6,

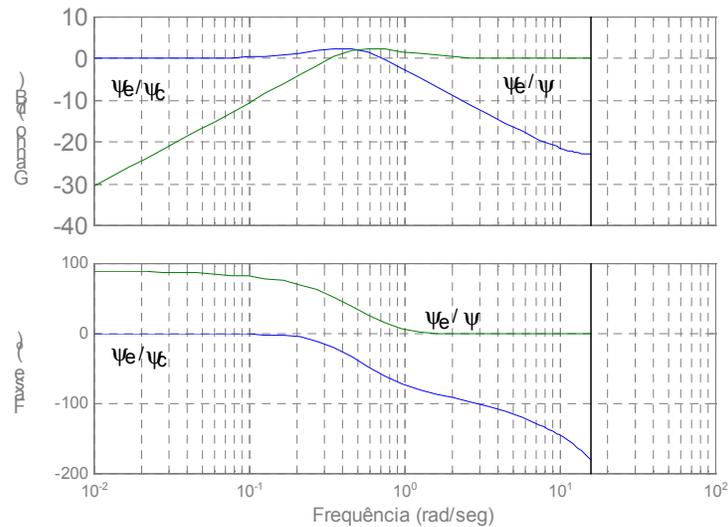


Fig. 4.6 – Diagrama de Bode das funções de transferência 4.34 e 4.37.

em que a expressão 4.37 é um filtro passa alto complementar ao filtro da expressão 4.34. Pela observação da figura 4.6 conclui-se que nas baixas frequências o  $\hat{\psi}$  é corrigido por  $\psi_c$  e nas altas frequências é corrigido por  $\psi$ .

### 4.3. Sistema de navegação

Para que um veículo submarino disponha de um sistema de navegação capaz de fornecer a sua orientação, é necessário ter disponíveis os valores de *roll*, *pitch* e *yaw*, com o máximo de exactidão.

Com vista a determinar o ângulo de *yaw* desenvolveu-se o método de calibração descrito no capítulo 3. Porém, o sinal obtido vem afectado de ruído, tornando-se necessário recorrer a técnicas de filtragem que, como foi descrito no capítulo 4.2, incidiram sobre o filtro de Kalman.

A implementação da orientação segundo o ângulo de *yaw* está representada na figura 4.7. No lado direito desta figura pode ser observado o filtro de Kalman, enquanto que do lado esquerdo se procede à técnica de calibração. As entradas *Q*, *R*, *Roll*, *Pitch*, *Mag\_X* e *Mag\_Y* são disponibilizadas directamente pelo sensor. A entrada *Rate\_Z* do filtro de Kalman é  $\psi_r$  e resulta da aplicação da função (2.41) contida no bloco *yaw\_rate*. Por exclusão de partes, a entrada *psi\_corrige*,  $\psi_c$ , é a que resulta da calibração dos magnetómetros e do *drift* do *rate-gyro*. Nas figuras 4.8, 4.9 e 4.10 estão representados os gráficos de *psi\_corrige*,  $\psi_c$ , *yaw\_estim*,  $\hat{\psi}$ , e do erro de estimação, respectivamente. Pelo gráfico de  $\hat{\psi}$  pode ser observado o desaparecimento das variações mais bruscas de  $\psi_c$  assim como a grande rapidez de estimação quando a condição inicial não é a correcta.

Em seguida, está representada a figura 4.7, onde pode ser visualizada a forma como é determinado o ângulo de *yaw* do veículo.

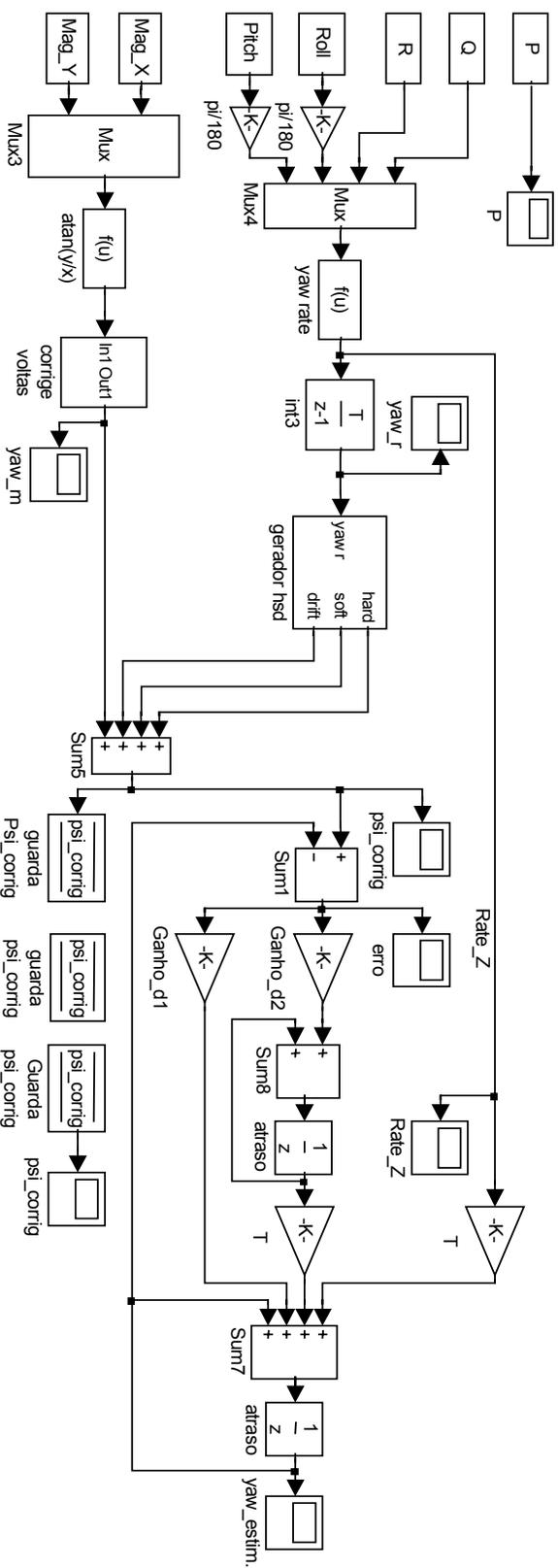


Fig. 4.7 – Implementação da calibração e estimação do ângulo de yaw do veículo.

Legenda:

- T → período (0.2 seg);
- P → X axis angle rate data;
- Q → Y axis angle rate data;
- R → Z axis angle rate data;
- Pitch → elevation angle data;
- Roll → bank angle data;
- Mag\_X → X axis magnetometer data;
- Mag\_Y → Y axis magnetometer data;
- Yaw rate →  $\psi$ , da expressão(2.41);
- Ganho\_d1,2 → ganhos de Kalman;
- psi\_corrige → valor de yaw obtido após calibração.

Legenda (continuação):

gerador hsd → constrói as formas de onda das componentes de *hard iron* e *soft iron* e *drift*;

corrige voltas → algoritmo de correcção de ângulos entre  $\pm 180^\circ$ , para ângulos de valor qualquer;

$\text{tg}^{-1}(y/x)$  → valor de *yaw* obtido a partir dos magnetómetros através da expressão (3.4).

A experiência que foi realizada, e da qual resultaram as formas de onda das figuras 4.8, 4.9 e 4.10, consistiu na rotação do sensor de  $360^\circ$  em torno do eixo dos *zz*, com valores de *roll* e de *pitch* nulos, e sem conhecimento da condição inicial. Os ganhos de Kalman foram obtidos a partir das matrizes:

$$\left. \begin{array}{l} Q = 1.36 \\ R = 1.36 \end{array} \right\} \Rightarrow K_d = \begin{bmatrix} 0.1379 \\ 0.0464 \end{bmatrix}.$$

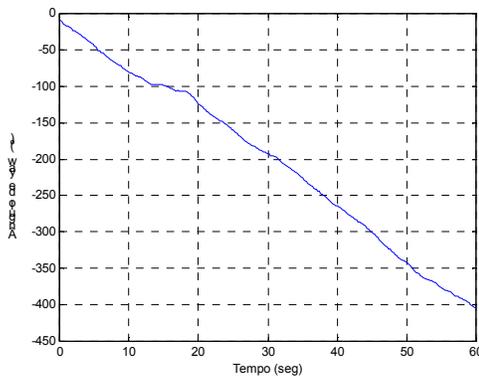


Fig. 4.8 - Variação de  $\psi_{\text{corrige}}$ ,  $\psi_c$ .

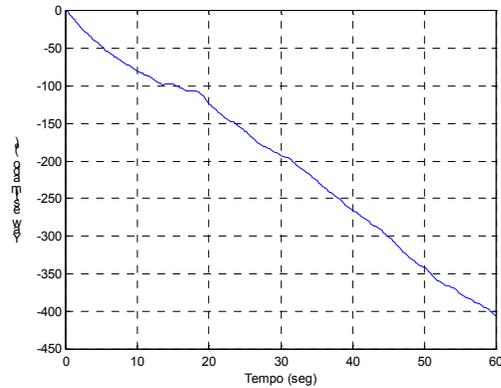


Fig. 4.9 – Variação de  $\text{yaw\_estim}$ ,  $\hat{\psi}$ .

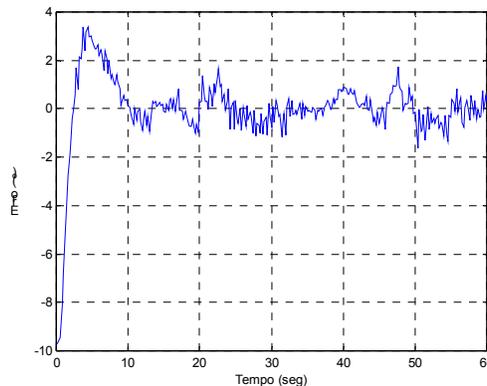


Fig. 4.10 – Variação do erro de estimação de *yaw*.

A obtenção da orientação segundo os ângulos de *roll* e de *pitch* é consideravelmente mais simples que no caso do ângulo de *yaw*. Com efeito, os ângulos de *roll* e de *pitch* vêm afectados de ruído, mas não requerem calibração prévia. Assim, o filtro de Kalman é a ferramenta necessária e suficiente para obter valores bastante exactos dessas grandezas. A sua implementação faz-se de forma similar à que está descrita no capítulo 4.2. Esta afirmação é comprovada pelos diagramas de blocos das figuras 4.11 e 4.15 para os casos de *roll* e de *pitch*, respectivamente. As entradas P, Q, R, Roll e Pitch são retiradas directamente do dispositivo da Watson. Os blocos *roll\_rate* e *pitch\_rate* permitem determinar  $\dot{\varphi}$  e  $\dot{\theta}$  através das expressões (2.39) e (2.40), respectivamente.

Na figura abaixo está representada a forma como é determinado o ângulo de *roll* do submarino.

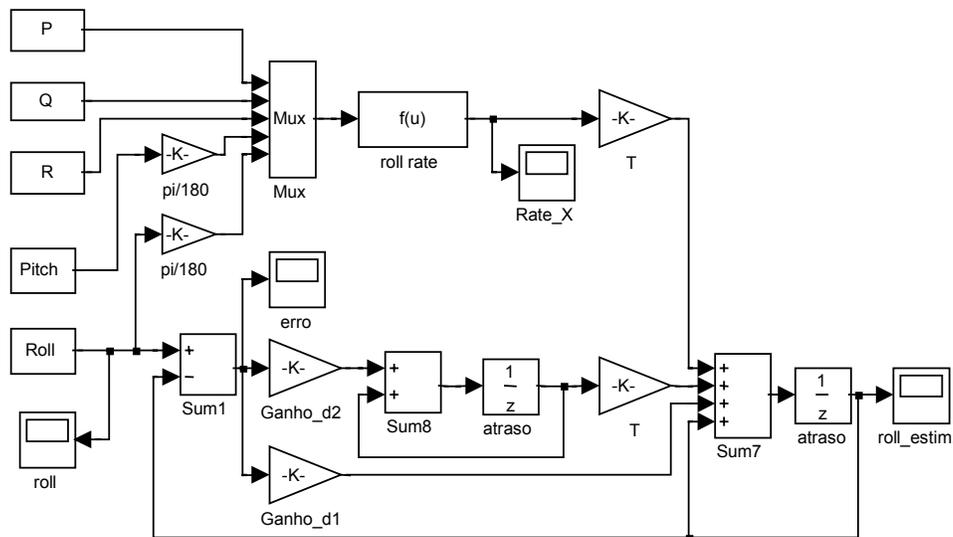


Fig. 4.11 – Implementação do ângulo de *roll* do veículo.

Legenda:

T → período ( 0.2 seg);

P → X axis angle rate data;

Q → Y axis angle rate data;

R → Z axis angle rate data;

Pitch → elevation angle data;

Roll  $\rightarrow$  *bank angle data*;

roll rate  $\rightarrow \dot{\varphi}$ , da expressão (2.39);

Ganho\_d1,2  $\rightarrow$  ganhos de Kalman.

Foi realizada uma experiência em que o dispositivo sofreu uma inclinação no sentido do ângulo de *roll*, mantendo o valor do ângulo de *pitch* nulo e do ângulo *yaw* constante. A determinação dos ganhos de Kalman foi obtida a partir das matrizes de covariância do erro do processo e do erro das medições, que assumiram os seguintes valores:

$$\left. \begin{array}{l} Q = 100 \\ R = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow K_d = \begin{bmatrix} 0.4673 \\ 0.3649 \end{bmatrix}.$$

Foram determinadas as formas de onda do valor estimado,  $\hat{\varphi}$ , a forma de onda saída directamente do pêndulo,  $\varphi$ , e do erro de estimação. Estas formas de onda estão representadas nas figuras 4.12, 4.13 e 4.14, respectivamente.

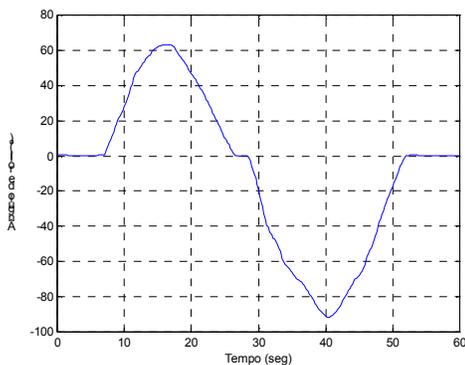


Fig. 4.12 – Variação de *roll*,  $\varphi$ .

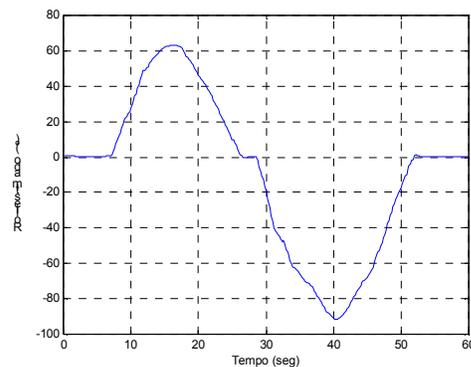


Fig. 4.13 – Variação de *roll\_estim*,  $\hat{\varphi}$ .

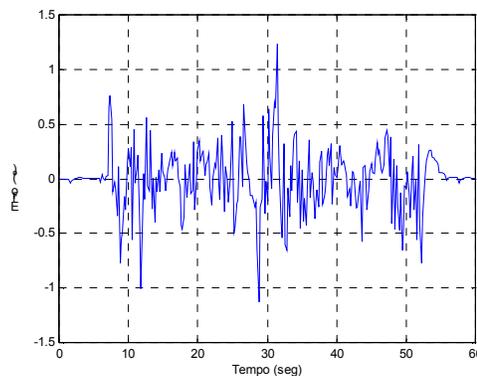


Fig. 4.14 – Variação do erro de estimação de *roll*.

Observando o gráfico de  $\varphi$  e comparando com o seu valor estimado,  $\hat{\varphi}$ , conclui-se que o filtro de Kalman eliminou as oscilações mais bruscas, cuja natureza advém ou de acelerações do veículo, ou do ruído das medições.

Finalmente, a implementação do sistema de navegação para o ângulo de *pitch* pode ser visualizada na figura abaixo:

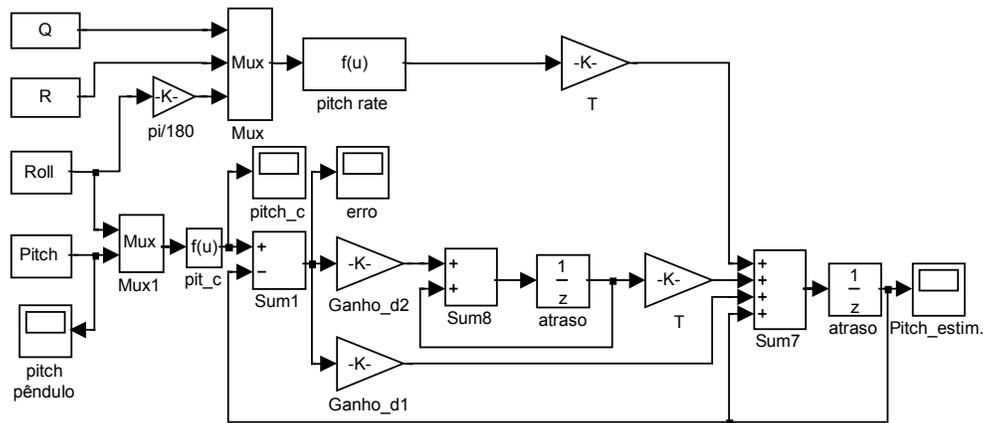


Fig. 4.15 – Implementação do ângulo de *pitch* do veículo.

Legenda:

T → período ( 0.2 seg);

Q → *Y axis angle rate data*;

R → *Z axis angle rate data*;

Pitch → *elevatin angle data*;

Roll → *bank angle data*;

pitch rate →  $\dot{\theta}$ , da expressão (2.40);

pit\_c → correcção das acelerações de *pitch*, através da expressão (2.19), e do erro de *offset*;

Ganho\_d1,2 → ganhos de Kalman.

Foi efectuado um ensaio em que o dispositivo sofreu uma inclinação no sentido do ângulo de *pitch*, mantendo o valor do ângulo de *roll* nulo e do ângulo *yaw* constante. A partir de uma relação de 10 para 1 entre o valor das matrizes de covariância do erro de estado e do erro do observador, foram determinados os ganhos de Kalman

$$\left. \begin{array}{l} Q = 10 \\ R = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow K_d = \begin{bmatrix} 0.2507 \\ 0.1369 \end{bmatrix}.$$

Nas figuras 4.16, 4.17 e 4.18 está representado o andamento de  $\text{pitch}_c$ ,  $\text{pitch\_estim}$  e erro de estimação, respectivamente.

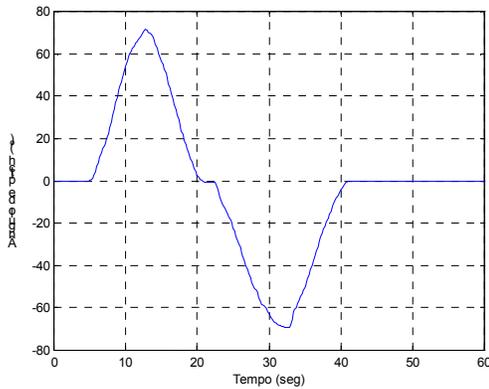


Fig. 4.16 – Variação de  $\text{pitch}_c$ ,  $\theta$ .

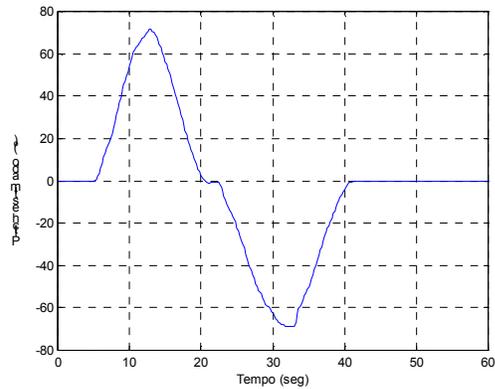


Fig. 4.17 – Variação de  $\text{pitch\_estim}$ ,  $\hat{\theta}$ .

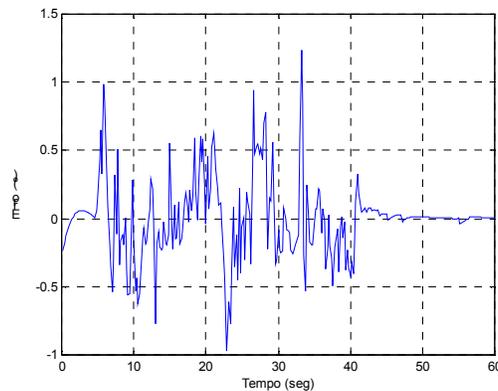


Fig. 4.18 – Variação do erro de estimação de  $\text{pitch}$ .

Tal como já havia sido verificado no caso do ângulo de  $\text{roll}$ , comparando o gráfico de  $\phi$  com o seu valor estimado,  $\hat{\phi}$ , conclui-se que o filtro de Kalman elimina as oscilações mais bruscas, cuja natureza advém ou de acelerações do veículo, ou do ruído das medições.

## 5. Resultados

O âmbito deste projecto consistiu em desenvolver um sistema de navegação para um veículo submarino autónomo partindo de dados recolhidos por diversos sensores do dispositivo da Watson.

Foi efectuado um estudo sobre o funcionamento desses sensores – pêndulos, *rate-gyros* e magnetómetros – assim como dos erros que os afectam. Foram avaliados esses erros com base em experiências práticas.

Provou-se assim que o principal erro dos pêndulos é a sua susceptibilidade a acelerações que podem mascarar a medida do ângulo que está a ser medido.

No caso dos *rate-gyros*, provou-se a existência de um *drift* cujo efeito é apenas minimizável, uma vez que a sua origem é inerente à própria construção do sensor. Mostrou-se que este *drift* é proporcional ao tempo, sendo aproximadamente linear.

Do estudo efectuado para os magnetómetros, concluiu-se que as medidas destes sensores estão sujeitas a erros provocados por materiais ferromagnéticos nas suas proximidades. Estes materiais dividem-se em ferros duros (*hard iron*) e ferros macios (*soft iron*), originando erros distintos na presença do campo magnético terrestre.

Foi desenvolvido um sistema de recolha e tratamento das amostras feitas pelo dispositivo da Watson. Este sistema está configurado para recolher 12 medidas a um ritmo de amostragem de 5 Hz, tendo no entanto capacidade para chegar aos 20 Hz. De notar que 5 amostras por segundo é bastante aceitável atendendo ao normal desempenho de um veículo submarino como o Infante usado pelo I.S.R. – Instituto de Sistemas e Robótica.

O método de calibração usado permite corrigir o erro de *drift* do *rate-gyro* e os erros de *hard iron* e de *soft iron* dos magnetómetros. Este método consiste em rodar em 360° o dispositivo em torno do seu eixo dos *zz*, com ângulos de *roll* e de *pitch* nulos, comparando-se o ângulo de *yaw* obtido pelo *rate-gyro*, com o ângulo de *yaw* obtido pelos magnetómetros. O resultado desta comparação conduz a um ângulo de *yaw* mais exacto. Note-se que esta é uma calibração por *software*, pois permite estimar e corrigir

os valores dos erros de *hard iron*, *soft iron* e *drift*, apenas do ponto de vista do tratamento dos dados, uma vez que os sensores não deixam se ser afectados por esses erros.

O filtro de Kalman revela-se uma ferramenta essencial na navegação pela sua eficácia na redução dos efeitos dos ruídos. Como tal, foi este o filtro escolhido para tratar o ângulo de *yaw* saído da calibração, assim como os ângulos de *pitch* e de *roll*. As figuras 4.7, 4.11 e 4.15 mostram o sistema de navegação que será usado pelo veículo submarino autónomo para dar a conhecer a sua orientação em relação a uma referência conhecida. Os resultados obtidos para o andamento dos ângulos de *roll*, *pitch* e *yaw* do veículo são bastante satisfatórios tanto do ponto de vista da correcção dos erros de medição, como da eliminação do ruído.

O estudo efectuado, baseou-se num método de calibração em que o veículo necessita de rodar sobre o seu eixo dos *zz* com ângulos de *roll* e de *pitch* nulos. Esta exigência nem sempre é possível de cumprir devido às oscilações existentes no meio aquático. Como tal, e como desenvolvimento a este trabalho, seria útil estudar as capacidades do sistema de calibração para situações em que o veículo se movimenta com ângulos de *roll* e de *pitch* diferentes de zero.

## BIBLIOGRAFIA

### Livros

- [L1] Craig, J., *“Introduction to Robotics, Mechanics and Control”*, Addison Wesley, U.S.A., 1989.
- [L2] Britting, Kenneth R., *“Inertial Navigation Systems Analysis”*, Wiley-Interscience, U.S.A, 1971.
- [L3] Merhav, Shmuel, *“Aerospace Sensor Systems and Applications”*, Springer, U.S.A., 1996.
- [L4] Chapman, Sydney, *“Solar Plasma Geomagnetism and Aurora”*, Blackie and Son Limited, London, U.K. 1964.
- [L5] Messmer, Hans-Peter, *“The Indispensable PC Hardware Book”*, Addison Wesley, 1995.
- [L6] Gelb A., Kasper F., Nash A., Price C. F., e Sutherland A.A., *“Applied Optimal Estimation”*, M.I.T. Press, U.S.A, 1974.

### Artigos e outras fontes

- [A1] *“Attitude & Heading Reference”*, Owner’s Manual, Watson’s Sensors, 1994.
- [A2] van Heyningen, Martin A. Kits, *“The Evolution of The Modern Electronic Compass”*, in NMEA Annual Conference, Braintree, Mass. , Oct. 13-14, 1986.
- [A3] *“Overview of Compass Technology”*, KVH Industries, Inc., U.S.A. .

### Páginas na *internet*

[S1] <http://www.genesys-offenburg.de/archive/iss/inertial.htm>, “*Inertial Sensors and Systems – An Introduction*”, Genesys Elektronik BmgH.

[S2] <http://www.maths.abdn.ac.uk>, “Taylor’s theorem”, University of Aberdeen.

[S3] <http://www.eese.qut.edu.au>, “Newton-Raphson method”, The school of electrical and electronic Systems Engineering.

[S4] <http://www.engr.ukans.edu>, “Newton-Raphson method”, The University of Kansas.

**Apêndice A - Matrizes de rotação segundo os ângulos de Euler**

**Apêndice B - Efeito das acelerações nos pêndulos**

**Apêndice C - Modo de funcionamento do magnetómetro**

**Apêndice D - Verificação das gamas de valores indicadas pelo fabricante**

**Apêndice E - Princípio de operação do dispositivo da Watson e relacionamento com o computador pessoal**

**Apêndice F - Funcionamento do programa usado para ler e tratar os valores saídos do dispositivo da Watson**

**Apêndice G - Método Newton-Raphson**

**Apêndice H - Desenvolvimento do modelo de simulação**

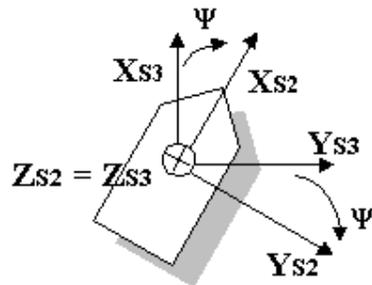
**Apêndice I - Como foram obtidas as figuras presentes no trabalho**

## Apêndice A

### Matrizes de rotação segundo os ângulos de Euler

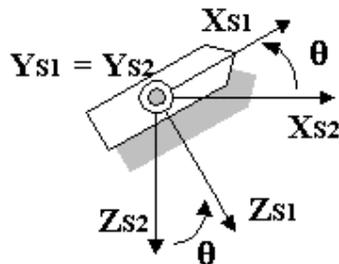
De acordo com a representação em termos de ângulos de Euler ZYX, a matriz de rotação obtém-se através de três rotações elementares, sucessivas.

Começa-se por considerar um referencial  $\{S_3\}$  coincidente com  $\{U\}$ , que é rodado em torno de  $z_3$  de um ângulo de *yaw*,  $\psi$ , obtendo-se  $\{S_2\}$ .



$$R_Z(\psi) = {}_{S_2}^U R = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Em seguida roda-se  $\{S_2\}$  em torno de  $y_{S_2}$  de um ângulo de *pitch*,  $\theta$ , dando origem a  $\{S_1\}$ .



$$R_Y(\theta) = {}_{S_1}^{S_2} R = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}$$

## Apêndice B

### Efeito das acelerações nos pêndulos

Como se pode verificar pela expressão (2.11), a medida fornecida pelos pêndulos vem afectada por um termo referente à aceleração gravitacional, e por um termo referente à aceleração angular tangencial ao movimento.

Os efeitos provocados pelo termo da aceleração linear, podem ser visualizados nas figuras que se mostram de seguida.

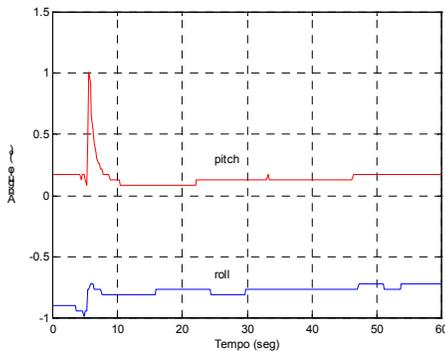


Fig. B.1 – Efeito nos pêndulos quando o dispositivo sofre uma aceleração linear para a frente.

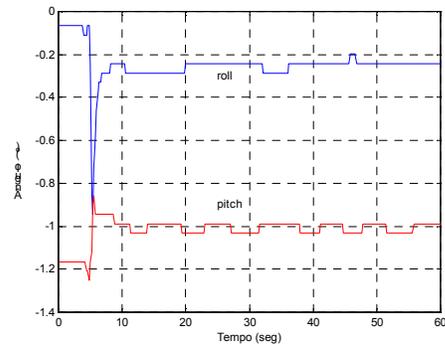


Fig. B.2 – Efeito nos pêndulos quando o dispositivo sofre uma aceleração linear lateral.

As figuras B.1 e B.2 mostram o que acontece aos pêndulos quando o dispositivo da Watson sofre uma aceleração na direcção dos seus eixos de medida. Na figura B.1 pode-se verificar um pico na leitura do pêndulo que é responsável pela medida de *pitch* (medida *elevation angle*). Esta figura foi obtida com um movimento rápido no sentido em que é medido o *pitch* (movimento com duração de 0.4 seg, executado num percurso de 50 cm, com amostragem a 5 Hz, e com duração total da experiência de 1 minuto). A mesma experiência foi executada para o caso do movimento segundo a direcção da leitura do ângulo de *roll*, obtendo-se com esse movimento a figura B.2. As amplitudes obtidas com estas experiências, são muito próximas, em módulo, de 1°.

Em seguida mostra-se o efeito nos pêndulos quando o dispositivo da Watson sofre uma aceleração angular.

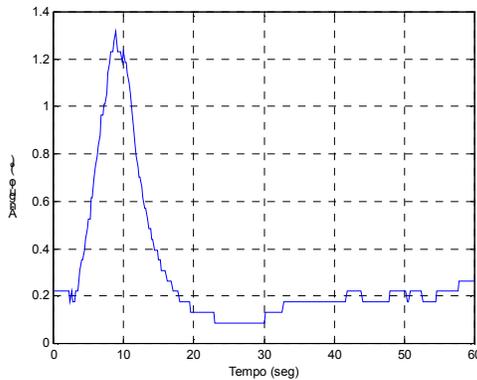


Fig. B.3 - Efeito no pêndulo que mede *roll* quando o dispositivo sofre uma aceleração angular.

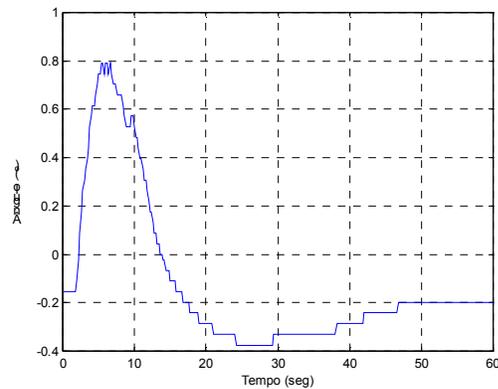
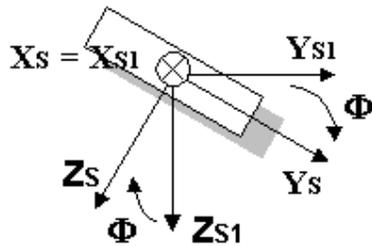


Fig. B.4 - Efeito no pêndulo que mede *pitch* quando o dispositivo sofre uma aceleração angular.

As figuras B.3 e B.4 mostram o que acontece aos pêndulos quando o dispositivo da Watson sofre uma aceleração angular. Na figura B.3 pode-se verificar um pico na leitura do pêndulo que é responsável pela medida de *pitch* (medida *bank angle*). Esta figura foi obtida com um movimento rápido em torno do eixo de *yaw* do dispositivo da Watson (uma volta completa em torno do eixo dos *zz* com duração de 10 seg, com amostragem a 5 Hz, e com duração total da experiência de 1 minuto).

Por fim, determina-se  $\{S\}$ , rodando  $\{S_1\}$  em torno de  $x_{S_1}$  de um ângulo de *roll*,  $\varphi$ .



$$R_X(\varphi) = {}^{S_1}_S R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\varphi & -s\varphi \\ 0 & s\varphi & c\varphi \end{bmatrix}$$

A matriz  ${}^U_S R$  é calculada a partir das matrizes correspondentes às rotações elementares

$${}^U_S R = {}^U_{S_2} R \cdot {}^{S_2}_{S_1} R \cdot {}^{S_1}_S R$$

conduzindo ao seguinte resultado:

$${}^U_S R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\varphi - s\psi c\varphi & c\psi s\theta c\varphi + s\psi s\varphi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\varphi + c\psi c\varphi & s\psi s\theta c\varphi - c\psi s\varphi \\ -s\theta & c\theta s\varphi & c\theta c\varphi \end{bmatrix}$$

## Apêndice C

### Modo de funcionamento do magnetómetro

O magnetómetro baseia-se no princípio da saturação do núcleo da bobine. Um núcleo toroidal altamente permeável é levado à saturação por uma corrente alternada que percorre o enrolamento do primário. O enrolamento do secundário é colocado em dois locais do núcleo, desfasados de  $180^\circ$ , e enrolado com sentido contrário em cada um desses locais, como se pode ver na figura C.1 [A2]. Desta forma, qualquer força electromotriz induzida em N2A pela variação de fluxo no núcleo, será cancelada por igual tensão, mas de sentido oposto, gerada em N2B. Pode-se afirmar que enquanto se mantiver  $\phi_A = \phi_B$  não surgirá nenhum sinal aos terminais do secundário. No entanto, se existir algum campo magnético externo  $H_e$ , criando um fluxo  $\phi_e$ , então, durante metade do período, N2A recebe um sinal proporcional a  $\phi_B - \phi_e$ . A tensão aos terminais do secundário será proporcional a

$$(\phi_A + \phi_e) - (\phi_B - \phi_e) = 2\phi_e \quad (\text{visto que } \phi_A = \phi_B). \quad (\text{C.1})$$

O campo magnético terrestre poderá não estar alinhado com o plano que contém o núcleo, por isso o resultado obtido acima virá afectado por um ângulo. É a componente perpendicular do vector campo magnético que interessa para o caso em estudo, logo a tensão aos terminais do secundário será proporcional a  $2\phi_e \cdot \sin(\eta)$ .

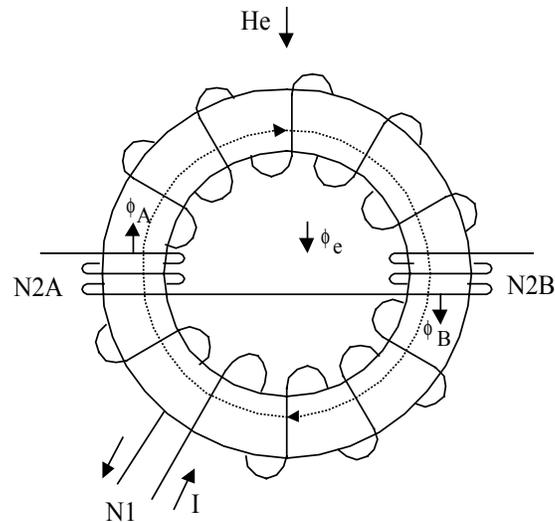


Fig. C.1 – Representação esquemática do magnetómetro com um enrolamento de primário e um enrolamento de secundário.

O ângulo  $\eta$  define a diferença angular entre o vector campo magnético e o eixo perpendicular ao plano que contém o núcleo, e pode ser visualizado na figura C.2.

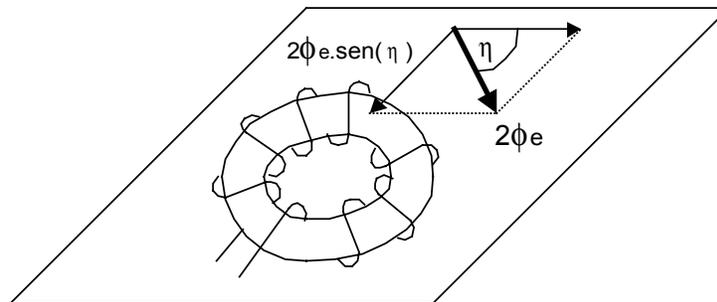


Fig. C.2 – Direcção da componente do campo magnético no plano que contém o núcleo do magnetómetro.

Num dos lados do secundário, o fluxo terrestre é somado ao fluxo induzido no núcleo, enquanto que no outro lado é subtraído. A voltagem aos terminais do secundário é a diferença entre estes dois valores, o que foi confirmado pela expressão (C.1).

Após filtragem, o sinal de saída do secundário tem o dobro da frequência colocada na entrada. Assim, se o sinal no primário for  $A \cdot \sin(\omega t)$ , então o sinal que se obtém no secundário é proporcional a  $\phi_e \cdot \sin(2\omega t) \cdot \sin(\eta)$ , em que  $\omega$  é a frequência angular e  $t$  é o tempo. Como se pretende obter o valor de  $\eta$ , é necessário acrescentar mais um enrolamento de secundário para eliminar a ambiguidade que existe em apenas se ter o seno do ângulo (visto que cada onda sinusoidal possui sempre dois pontos com a mesma amplitude). Este segundo enrolamento de secundário será instalado da mesma forma que o primeiro secundário, mas desfasado de  $90^\circ$ . Tal pode ser observado pelo esquema desenhado na figura C.3.

Consequentemente, a sua saída será proporcional a  $\phi_e \cdot \sin(2\omega t) \cdot \sin(\eta + 90)$ , ou, mais simplesmente, a  $\phi_e \cdot \sin(2\omega t) \cdot \cos(\eta)$ .

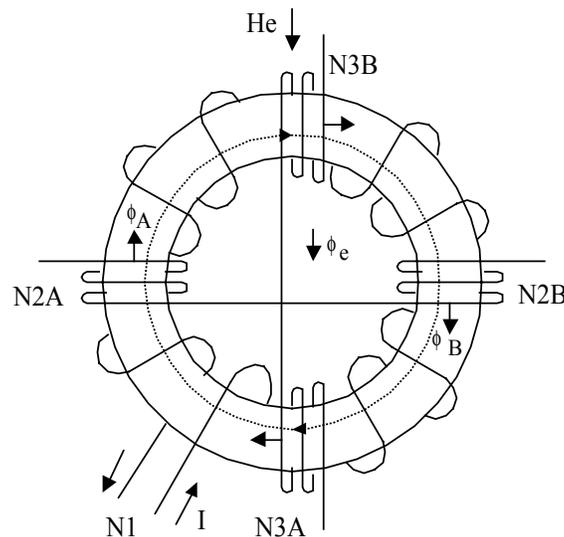


Fig. C.3 - Representação esquemática do magnetômetro com um enrolamento primário e dois enrolamentos de secundário.

Por fim, o método mais usual para a determinação de  $\eta$  consiste em fazer a divisão do sinal obtido na primeira saída pelo sinal obtido na segunda saída, pelo que a expressão final é dada por

$$\eta = \text{tg}^{-1} \left( \frac{\sin \eta}{\cos \eta} \right) \quad (\text{C.2})$$

## Apêndice D

### Verificação das gamas de valores indicadas pelo fabricante

O dispositivo utilizado para a realização deste trabalho é alimentado por uma bateria de 12 v / 500 mA, e é configurado para fornecer as seguintes leituras:

*Bank angle data* → medida de *roll*;

*Elevation angle data* → medida de *pitch*;

*Heading angle data* → medida de *heading*;

*X axis angle rate data* → medida da velocidade angular segundo o eixo dos xx;

*Y axis angle rate data* → medida da velocidade angular segundo o eixo dos yy;

*Z axis angle rate data* → medida da velocidade angular segundo o eixo dos zz;

*Heading angle rate data* → medida da velocidade angular;

*X axis magnetometer data* → medida da intensidade magnética segundo o eixo dos xx;

*Y axis magnetometer data* → medida da intensidade magnética segundo o eixo dos yy;

*Z axis magnetometer data* → medida da intensidade magnética segundo o eixo dos zz;

*Bank pendulum data* → medida de *roll*;

*Elevation pendulum data* → medida de *pitch*.

O fabricante fornece as seguintes gamas de valores:

- Para as velocidades angulares em *roll*, *pitch* e *yaw*

Limites de variação:  $\pm 100.0$  °/seg.

Precisão:  $\pm 0.2$  °/seg com o sensor em regime estacionário e  $\pm 2.0$  % com o sensor em movimento.

Resolução:  $0.1$  °/seg.

Sensibilidade:  $10.0$  °/seg por volt.

- Para os ângulos de *roll* e *pitch*

Limites de variação:  $\pm 90.0$  ° a partir do horizonte.

Precisão:  $\pm 0.5$  ° com o sensor em regime estacionário e de  $\pm 2.0\%$  com o sensor em movimento.

Resolução: 0.1 °.  
Sensibilidade: 18.0 °/volt.

- Para a orientação

*North Heading*:  $\pm 180.0^\circ$  a partir do pólo Norte magnético.

*South Heading*:  $\pm 180.0^\circ$  a partir do pólo Sul magnético.

Precisão:  $\pm 1.0^\circ$  com o sensor em regime estacionário  
e de  $\pm 2.0\%$  com o sensor em movimento.

Resolução: 0.1 °.

Sensibilidade: 18.0 °/volt.

O fabricante também especifica que o sensor não deve trabalhar em ambientes cuja variação de temperatura seja superior a 0.5 °C/min. Variações na temperatura superiores a este valor, provocarão alterações no *drift* dos giroscópios pois os transdutores são sensíveis à temperatura.

Com o propósito de se verificar alguns destes valores, foram elaboradas várias experiências com o dispositivo. Estas experiências procuraram verificar graficamente os limites máximos das escalas que cada sensor era capaz de ler.

## Pêndulo

Para verificar os ângulos de *roll* e de *pitch* medidos através dos pêndulos, rodou-se o dispositivo segundo os respectivos eixos de *roll* e de *pitch*, e observou-se que os limites de variação correspondiam aos que eram dados pelo fornecedor.

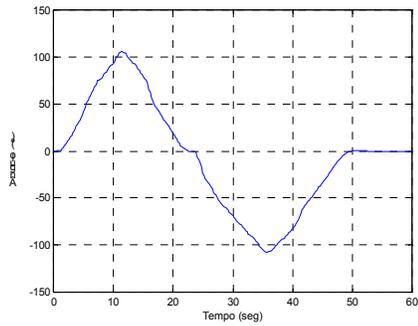


Fig. D.1 – Medida de *roll* (*bank angle data*).

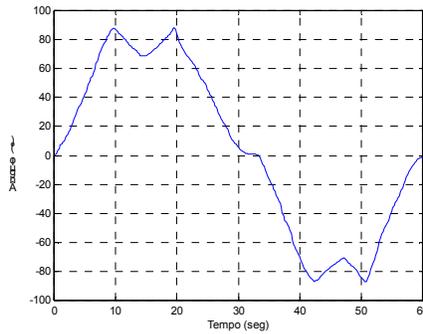


Fig. D.2 – Medida de *pitch* (*elevation angle data*).

Como se pode observar pelas figuras D.1 e D.2, consegue-se obter um ângulo qualquer de *roll* e de *pitch* que se encontre dentro dos limites de  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$ .

## Giroscópio

Para se verificar a gama de variação do giroscópio responsável pela medida da velocidade angular segundo o eixo dos zz, rodou-se o dispositivo em torno desse eixo, por forma a se obter o limite máximo para a saturação do giroscópio. Pela figura D.3, pode-se observar que o limite dado pelo fabricante foi verificado.

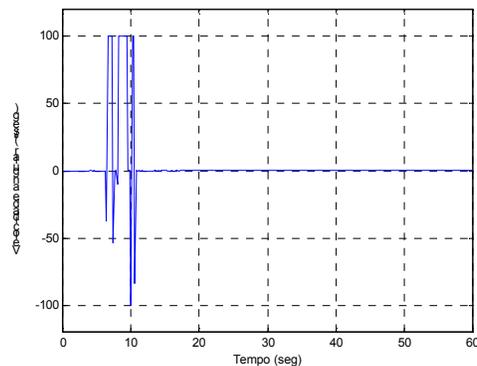


Fig. D.3 – Medida da velocidade angular segundo o eixo dos zz (*z axis angle rate data*)

De notar que a experiência testou apenas o giroscópio que mede o valor da velocidade angular segundo o eixo dos zz (medida *z axis angle rate data*), uma vez que se utiliza apenas essa medida nos cálculos efectuados no trabalho.

## Magnetómetro

No caso dos magnetómetros, apenas se verificou que estes eram sensíveis ao campo magnético presente no exterior do dispositivo. Este facto pode ser comprovado com as figuras D.4, D.5 e D.6, em que se mostra a situação de repouso, e a situação em que se movimentou um transformador à volta do dispositivo, figuras D.7, D.8 e D.9.

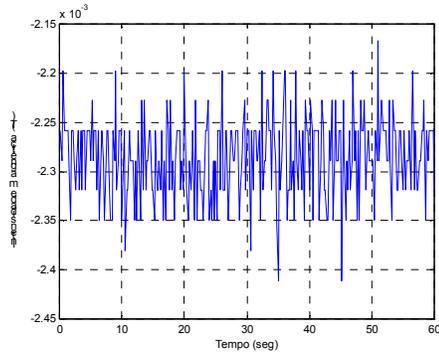


Fig. D.4 – Medida do magnetómetro em repouso, segundo o eixo dos xx (*X axis magnetometer data*).

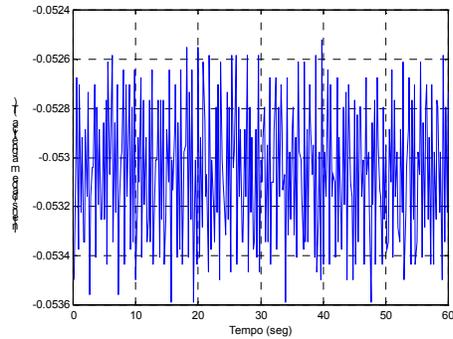


Fig. D.5 – Medida do magnetómetro em repouso, segundo o eixo dos yy (*Y axis magnetometer data*).

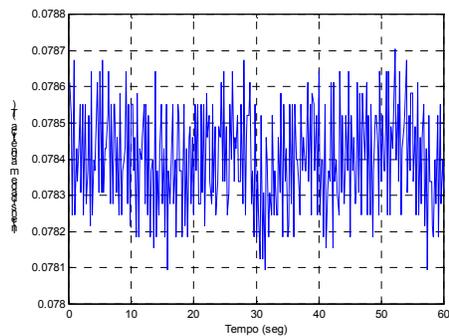


Fig. D.6 – Medida do magnetómetro em repouso, segundo o eixo dos zz (*Z axis magnetometer data*).

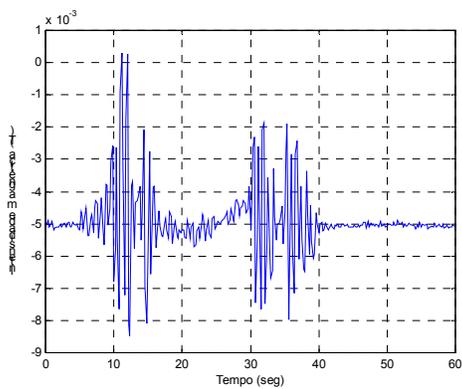


Fig. D.7 – Medida do magnetómetro segundo o eixo dos xx, quando se faz passar um campo magnético nas proximidades (*X axis magnetometer data*).

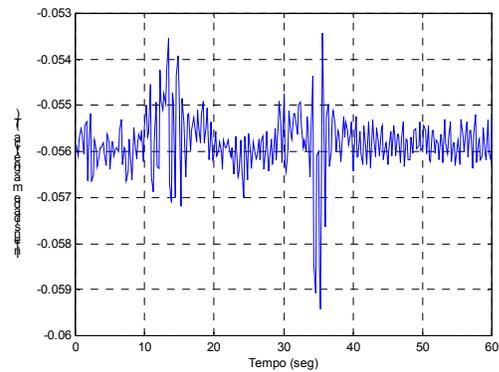


Fig. D.8 – Medida do magnetómetro segundo o eixo dos yy, quando se faz passar um campo magnético nas proximidades (*Y axis magnetometer data*).

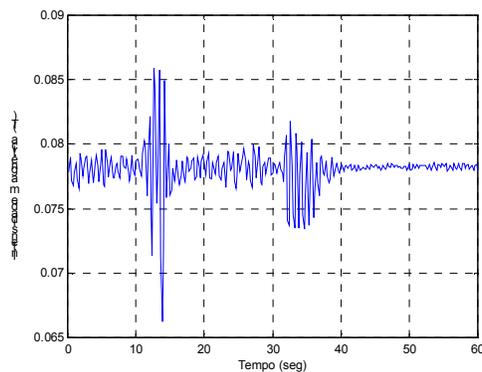


Fig. D.9 – Medida do magnetómetro segundo o eixo dos zz, quando se faz passar um campo magnético nas proximidades (*Z axis magnetometer data*).

A experiência consistiu em recolher os dados dos magnetómetros com o dispositivo em repouso, sem e com a influência de um campo magnético forte. Para tal fez-se passar à volta do dispositivo um transformador ligado. Como se pode observar pelas figuras D.7, D.8 e D.9, esta fonte geradora de campo magnético, foi suficiente para provocar alterações visíveis.



## Apêndice E

### Princípio de operação do dispositivo da Watson e relacionamento com o computador pessoal

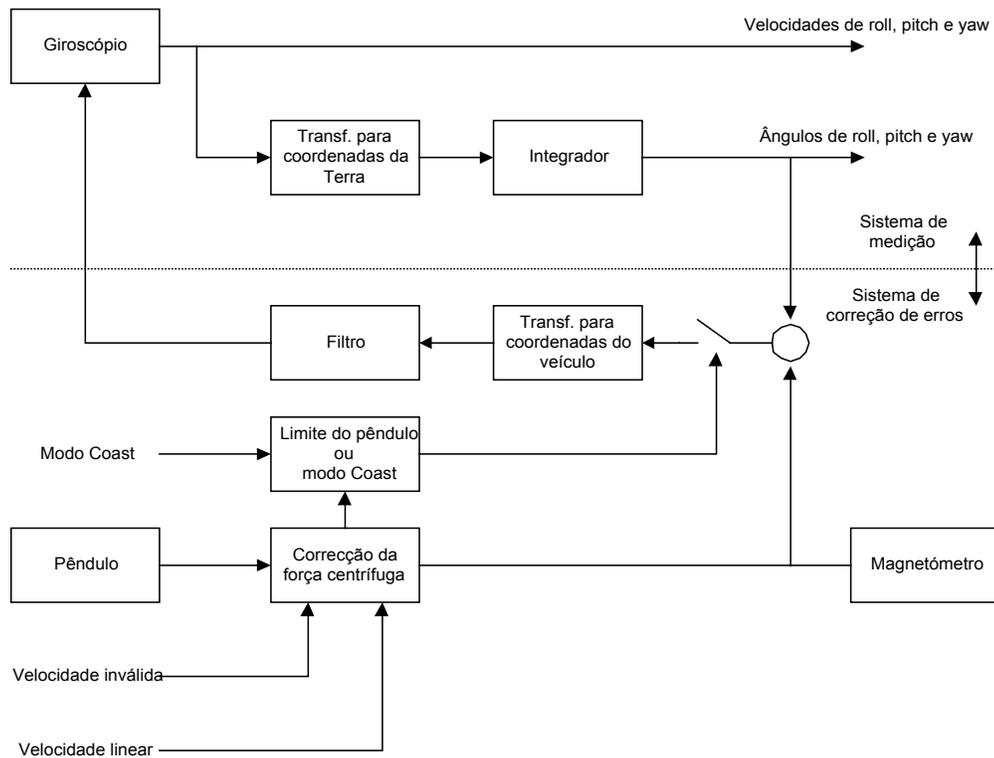


Fig. E.1 – Diagrama de blocos do sistema de medição e de correção de erros do dispositivo da Watson.

A figura E.1 mostra o sistema de medição do dispositivo AHRS-C303 através de um diagrama de blocos. Este diagrama pode ser dividido em duas partes: o bloco do sistema de medição, e o bloco de correção de erros.

Através do esquema de blocos do sistema de medição, verifica-se que as leituras correspondentes às variações angulares de *roll*, *pitch* e *yaw*, são obtidas directamente a partir dos transdutores dos *rate-gyros*. As leituras dos ângulos de *roll*, *pitch* e *yaw*, também resultam dos mesmos transdutores mas sofrem um tratamento antes de serem disponibilizadas. Por fim, para obter as medidas da orientação do veículo, o

dispositivo efectua internamente uma integração das velocidades angulares extraídas dos *rate-gyros*, depois de as ter convertido para as coordenadas da Terra com a ajuda de uma transformação de Euler.

O sistema de correcção de erros fornece ao dispositivo um ajuste dinâmico do *bias* do transdutor do *rate-gyro*, por forma a minimizar os seus efeitos negativos. Este sistema de correcção tem 2 modos de operação, dependendo das condições em que se está a fazer a medição. No caso de se estar fora da gama de variação aceitável pelos pêndulos, entre  $-60^\circ$  e  $60^\circ$  da horizontal, ou no caso de se ultrapassar a aceleração lateral de 1G, o dispositivo comuta automaticamente o seu funcionamento de correcção de erros, de *closed loop* para *open loop*.

### **Operação em closed loop (Reference mode)**

O sistema utiliza 3 malhas fechadas para corrigir o *drift* dos transdutores dos *rate-gyros*, e para corrigir o erro provocado pela rotação da Terra.

Os sinais de *pitch* e *roll* obtidos através dos pêndulos, são comparados com o resultado da integração dos sinais vindos dos *rate-gyros* posicionados nos eixos correspondentes aos dos pêndulos. O sinal de erro daí resultante dá origem a um valor do *bias* dos *rate-gyros*.

O sinal de *heading* é também obtido através da integração dos valores provenientes dos *rate-gyros*. Este sinal é comparado com o sinal de *heading* obtido a partir dos valores dos magnetómetros, por forma a se obter mais uma correcção do *bias*.

Os desvios nos pêndulos provocados pela existência da força centrífuga são encontrados com a ajuda da medida da velocidade linear do veículo e da medida da velocidade angular, segundo o eixo de *yaw*, obtida pelo *rate-gyro*. Por sua vez as variações na velocidade linear são usadas para obter a aceleração linear. O efeito

destas forças nos pêndulos, é então calculado e aplicado como correcção aos sinais vindos destes transdutores.

De notar que o fabricante não especifica pormenores acerca destes cálculos, pelo que não é possível saber quais os valores de correcção utilizados e de que forma foram obtidos.

### **Operação em open loop (Coast mode)**

Este tipo de operação é utilizado em situações em que se atingem os limites da gama de valores permitidos para os pêndulos, ou quando se ultrapassa o limite máximo de 1G para a aceleração lateral. Também pode ser usado por opção do operador, bastando para tal seleccionar o *Coast mode* no menu de opções do sensor.

Nestes casos, o *bias* do *rate-gyro* é memorizado fazendo com que na saída deste sensor apenas se tenha o resultado da integração da velocidade angular, não sendo por isso feita nenhuma correcção.

### **Crescimento do erro**

Na situação de *closed loop* e com o sensor a funcionar em condições normais, os erros são corrigidos automaticamente (*drift* dos *rate-gyros* e influência da rotação da Terra).

No entanto, se o sensor sofrer alguma manobra brusca que lhe afecte o normal funcionamento, tais como variações angulares instantâneas que excedam os 100 %/seg, o sinal do *rate-gyro* satura, permanecendo nesse estado até que essa variação angular volte a estar dentro da gama de variação especificada pelo fabricante.

Terminado este tratamento, as amostras recolhidas pelos dispositivos, estão prontas para ser disponibilizadas pela porta série, onde depois serão transferidas para um computador pessoal com o auxílio do protocolo RS-232.

## **Ligação do dispositivo da Watson ao computador**

Com o propósito de se recolher e tratar as amostras feitas pelo dispositivo da Watson, elaborou-se um programa de *software* em ambiente Borland C++. Este programa foi construído de forma a poder ser compilado em Matlab, para dar origem a um bloco de Simulink (ver apêndice F).

O programa realizado tem as seguintes tarefas:

- assegurar o ritmo de amostragem, enviando um carácter de controlo ao dispositivo para pedir novos dados;
- recolher os dados enviados pelo dispositivo da Watson através do protocolo RS232;
- tratar esses dados, convertendo-os de formato binário para formato ASCII;
- guardar os dados num ficheiro para posterior tratamento.

Com o propósito de se verificar o ritmo de amostragem, ligou-se um osciloscópio digital entre a saída do computador e a entrada do dispositivo da Watson. Desta forma foi possível observar os instantes em que o dispositivo recebia o carácter de controlo para fazer nova amostragem. Com esta experiência, verificou-se que a amostragem estava de acordo com a frequência programada. Foram ainda efectuados vários testes, que levaram à conclusão que o limite máximo para a frequência de amostragem é de 20Hz, uma vez que entre duas amostragens o programa necessita de passar por algumas instruções que demoram cerca de 0.05 seg a ser executadas.

## Apêndice F

### Funcionamento do programa usado para ler e tratar os valores saídos do dispositivo da Watson

Neste apêndice será explicada a estratégia utilizada com os programas *amostra.cpp* e *filho.cpp* para recolher e tratar os dados enviados pelo dispositivo da Watson. Também será aqui explicado o procedimento que assegura o ritmo de amostragem pretendido.

#### O Protocolo RS-232

O RS-232 é um protocolo *standard* utilizado para comunicação série entre dois equipamentos [L5]. Este protocolo especifica a tensão comum, os níveis de sinal usados, as configurações de pin-out, e também a informação de controlo necessária para o estabelecimento e manutenção da ligação.

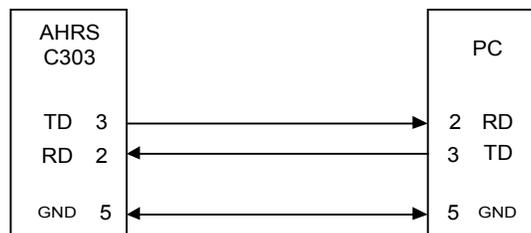


Fig. F.1 – Esquema de ligação entre o computador e o dispositivo da Watson.

Para a aplicação em estudo, interessam apenas três sinais :

*Transmitted Data* (TD), *Received Data* (RD) e *Ground* (GND).

Com este protocolo, o programa de leitura fica encarregue de enviar um caracter conhecido pelo dispositivo que, depois de o interpretar, responde com a transmissão de um pacote de dados num formato pré-definido. Desta forma garante-se o sincronismo e controla-se a frequência com que é feita a amostragem das leituras.

Antes de se poder utilizar o canal de transmissão/recepção de dados, o utilizador tem de executar uma aplicação, *config.exe*, que configura alguns parâmetros da comunicação, nomeadamente o *baud rate*, o número de *stop bits*, a paridade, e o número de *bits* da mensagem. Devido a especificações do próprio dispositivo, utilizou-se um *baud rate* de 9600, 1 *stop bit*, paridade nula, e palavras de 8 bit.

Estas definições são posteriormente guardadas num ficheiro, *watson.txt*, que pode ser usado sempre que se utiliza o dispositivo em conjunto com o programa de leitura e tratamento dos dados, *amostra.cpp*, evitando-se assim a execução da aplicação *config.exe* sempre que se liga o dispositivo ao computador.

A aplicação *config.exe*, também pede ao utilizador o número de amostras que pretende recolher, e a frequência de amostragem. Esta informação, além de ser guardada no ficheiro *watson.txt*, também é guardada no ficheiro *watson1.txt*. Desta forma, guardam-se as especificações dos utilizadores para serem usadas pelos programas *amostra.cpp* e *filho.cpp*.

## **Explicação do funcionamento do programa**

Uma vez disponibilizados os dados através da porta série, surgiu a necessidade de se elaborar uma aplicação capaz de os recolher, de os tratar e de os transferir directamente para o ambiente Matlab. Este foi o ambiente de trabalho escolhido, uma vez que traz consigo algumas vantagens importantes, nomeadamente:

- rapidez de processamento;
- oferta de funções matemáticas específicas de fácil utilização;
- oferta de funções gráficas que facilitam o interface com o utilizador.

Com este propósito, construiu-se um programa em linguagem C++ tendo por base o ambiente Borland C++ versão 5.2 (Win 32 bits). Este programa, *amostra.cpp*, foi posteriormente compilado em ambiente Matlab com o auxílio do comando *mex amostra.cpp*. Daqui resultou uma função com características próprias do ambiente

Matlab que foi depois inserida num bloco de Simulink (programa usado para simulação de sistemas, e pertencente ao programa Matlab). Por fim, este bloco foi utilizado na construção da aplicação *out12.mdl*, responsável por recolher os dados através da porta série. Desta forma, recolhem-se esses dados directamente para o ambiente Matlab e para um ficheiro chamado *dados.txt*.

O princípio de funcionamento dum aplicação deste género assenta na lógica existente no programa Simulink, usado para testar e simular modelos de sistemas. Assim, a construção da aplicação *amostra.cpp* tem de obedecer a algumas regras, nomeadamente ao nível da estrutura, pois o programa Simulink que a vai executar, tem um modo de funcionamento muito próprio. Este programa, ao simular um modelo com um bloco construído a partir dum função em linguagem C++, começa por executar a rotina de inicialização de parâmetros, *mdlInitialize*. Em seguida, entra no chamado ciclo de simulação, rotina *mdlOutputs*, onde em cada passo actualiza os estados das variáveis e executa as operações aí existentes. De notar que os resultados dessas operações ficam imediatamente disponíveis no ambiente Matlab e, consequentemente, disponíveis para serem usados por outros blocos existentes na aplicação de simulação. Por fim, o Simulink executa a rotina *mdlTerminate*, responsável pela fase de encerramento da aplicação de *software*.

### **Principais funções do programa *amostra.cpp***

A explicação que será dada em seguida, não pretende dar a conhecer com detalhe o código usado neste programa escrito em linguagem C++, sendo antes uma breve referência ao que foi elaborado. O código que segue em anexo numa *diskette*, está devidamente comentado.

- **Função *mdlInitializeSizes***

Nesta rotina

- inicializam-se as funções de leitura e escrita na porta série;
- prepara-se o ficheiro que vai receber os dados vindos do dispositivo da Watson (ficheiro *dados.txt*);

- esvazia-se o *buffer* que guarda as amostras (para o caso de conter alguns dados resultantes de amostras passadas e consideradas como ruído);
  - cria-se um semáforo (conceito informático que representa uma ligação através da qual um processo pode informar outro acerca da realização de um determinado acontecimento) para fazer a ligação entre este programa e um outro destinado a fazer uma contagem de tempo (programa *filho.cpp*);
  - e por fim lança-se a execução desse programa *filho.cpp*.
- Função `mdlOutputs`

Esta é a rotina executada em cada ciclo de simulação. Nela são executadas algumas tarefas relacionadas com

- leitura e escrita na porta série;
- tratamento dos dados recebidos;
- escrita no ficheiro *dados.txt* dos dados já tratados.

É aqui que é feito o pedido ao dispositivo da Watson para amostrar os dados e enviá-los pela porta série. De notar que este pedido só é feito depois de recebido um sinal vindo do programa *filho.cpp*, através do semáforo, indicando que já passou o tempo de intervalo entre amostragens. Também é aqui que é feito o tratamento dos dados enviados pelo dispositivo.

Para cumprir estes requisitos, o dispositivo é configurado por forma a enviar os dados em formato binário. Desta forma consegue-se um tratamento dos dados com maior facilidade, uma vez que a plataforma utilizada para desenvolvimento do *software* já possui rotinas que fazem a leitura e escrita na porta série do computador usando o formato binário. O tratamento que é feito nesta rotina do programa consiste essencialmente numa conversão dos dados recebidos em binário para formato ASCII, segundo informação constante no manual do dispositivo da Watson. Em seguida é aplicado um factor de conversão a cada uma das grandezas: os valores saídos dos pêndulos são divididos por 45.51, os valores saídos dos giroscópios são divididos por 40.96 e os valores saídos dos magnetómetros são divididos por 16384\*2.

- Função `mdlTerminate`

No final da simulação, o Simulink executa esta rotina, destinada a terminar a aplicação. Isso significa que é aqui que se executam as operações de fecho do ficheiro *dados.txt*, e da libertação da memória usada pelos ponteiros utilizados para lidar com a porta série e com o semáforo.

### **Estratégia implementada com a função *filho.cpp***

Ao se realizar o programa *amostra.cpp*, surgiu a necessidade de se ter um contador de tempo capaz de garantir um intervalo de amostragem bem definido e configurável pelo utilizador através da aplicação. Assim, e para evitar uma contagem de tempo dependente da execução de instruções existentes no código do programa *amostra.cpp*, é criada a função *filho.cpp*.

Esta função é chamada pelo programa *amostra.cpp*, e tem uma ligação a este através de um semáforo. A sua única tarefa é contar o tempo da forma mais independente possível, ou seja, sem que o tempo gasto a executar outras instruções do programa principal, tenha influência sobre o momento em que é feita a amostragem.

Isto é conseguido com a utilização duma estratégia baseada na execução simultânea dos dois programas: *amostra.cpp* e *filho.cpp*. Ao se executar a rotina *mdlInitializeSizes* do programa *amostra.cpp*, o programa *filho.cpp* entra em execução.

Entra também em funcionamento um semáforo a ligar estes dois programas. Em seguida o programa pai, *amostra.cpp*, fica à espera da chegada de um sinal enviado pelo programa filho, *filho.cpp*, através do semáforo. Este sinal significa que já passou o tempo entre 2 amostragens e por isso deve ser pedido novo bloco de amostras ao dispositivo da Watson.

Entretanto o programa filho começa nova contagem de tempo assim que envia o sinal para o pai, ou seja, enquanto o pai já está a executar as instruções respeitantes ao pedido de nova amostragem, o filho não é influenciado na sua contagem de tempo,

podendo desta forma fazer nova contagem independentemente da execução do *amostra*.

De notar que o tempo gasto pelo pai a executar as instruções necessárias até ficar de novo à espera de novo sinal, é muito menor que o tempo contado pelo filho, quando se usam frequências de amostragem razoáveis para este projecto (até 20Hz). Desta forma garante-se que o programa pai nunca perde um sinal enviado pelo programa filho.

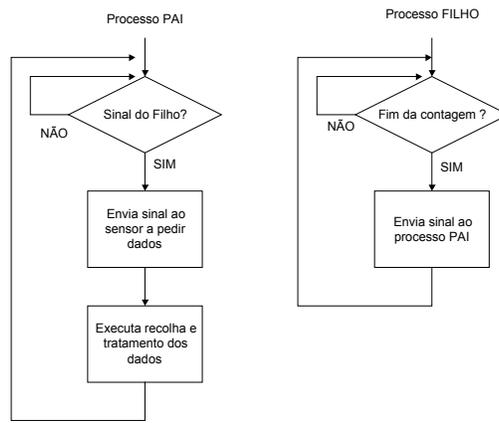


Fig. F.2 – Fluxograma de funcionamento da ligação entre o programa pai (*amostra*) e o programa filho (*filho*).

Como se pode verificar pela figura apresentada em cima, o princípio de funcionamento é muito simples, podendo-se comprovar isso mesmo com um exemplo prático. Suponha-se para tal que se escolhe uma frequência de amostragem de 2 Hz. Do lado do programa pai, tem-se o seguinte desenvolvimento:

- $t = 0$  seg. - espera por sinal vindo do semáforo;
- $t = 0.5$  seg. - recebe o sinal, envia o sinal de controlo para o dispositivo, e começa a executar as instruções de recolha e tratamento dos dados;
- $t = 0.7$  seg. - coloca-se novamente à espera de novo sinal vindo do semáforo;
- $t = 1.0$  seg. - recebe novo sinal e volta a enviar o caracter de controlo para o dispositivo, para depois receber e tratar os dados recebidos.

Do lado do programa filho tem-se:

- $t = 0$  seg. - começa contagem do tempo de amostragem;
- $t = 0.5$  seg. - envia um sinal ao pai pelo semáforo e começa nova contagem;
- $t = 1.0$  seg. - envia novo sinal ao pai e começa nova contagem.

## Apêndice G

### Método Newton-Raphson

#### Introdução ao problema

Neste trabalho existiu a necessidade de aplicar um método capaz de estimar as variáveis desconhecidas na equação não linear (3.5) que representa o fenómeno em estudo. Optou-se pelo método de Newton-Raphson [S3], [S4], uma vez que este método possui um algoritmo simples capaz de oferecer uma convergência rápida.

#### Teorema de Taylor

Seja  $f(x)$  uma função contínua em  $x \in \mathfrak{R}$  com  $(n+1)$  derivadas contínuas num intervalo em torno de  $x = a$ . Pode-se aproximar  $f$  de  $a$  através de um polinómio  $P_n(x)$  de grau  $n$ , tal que

- Para  $n = 0$ , a melhor aproximação é dada por

$$P_0(x) = f(a) \tag{G.1}$$

que coincide com  $f$  no ponto  $a$ ;

- Para  $n = 1$ , a melhor aproximação linear é dada por

$$P_1(x) = f(a) + f'(a)(x - a) \tag{G.2}$$

- Para  $n = 2$ , a melhor aproximação quadrática é dada por

$$P_2(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 \tag{G.3}$$

Ao continuar este processo para ordem  $n$ ,

$$P_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \quad (\text{G.4})$$

obtemos o chamado polinómio de Taylor de grau  $n$  em torno do ponto  $a$ . Se  $f$  tiver  $n+1$  derivadas contínuas para  $x = a$ , a série de Taylor de ordem  $n$  vem dada por:

$$\sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \quad (\text{G.5})$$

### Caso em estudo

Ao fazer um desenvolvimento em série de Taylor para uma função  $f(x)$ , obtem-se

$$f(x^{k+1}) = f(x^k) + f'(x^k) \cdot (x^{k+1} - x^k) + \frac{f''(x^k)}{2!} \cdot (x^{k+1} - x^k)^2 + \dots + R(x), \quad x \in \Re \quad (\text{G.6})$$

em que  $R(x)$  representa os termos de ordem superior. Usando a expressão anterior, obtem-se como aproximação de primeira ordem de  $f(x)$ ,

$$f(x^{k+1}) = f(x^k) + f'(x^k) \cdot (x^{k+1} - x^k) \quad (\text{G.7})$$

Uma vez que se pretende no final da estimação  $F = 0$  na expressão (3.6)

$$F = \psi_r + d * t + K_h \sin(\psi_r + d * t + \Delta\psi_h) + K_s \sin(2(\psi_r + d * t) + \Delta\psi_s) - \psi_m,$$

o mesmo é dizer que na expressão (G.7) se pretende  $f(x^{k+1}) = 0$  donde se obtém

$$x^{k+1} = x^k - (f'(x^k))^{-1} \cdot f(x^k). \quad (\text{G.8})$$

Para o sistema de  $q$  equações e  $p$  variáveis com  $q \geq p$ , vem

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, x_2, \dots, x_p) &= 0 \\
 f_2(x_1, x_2, \dots, x_p) &= 0 \\
 &\dots \\
 f_q(x_1, x_2, \dots, x_p) &= 0 \\
 x^{k+1} &= x^k - J^{-1}(x^k) \cdot f(x^k), \quad x \in \mathfrak{R}
 \end{aligned} \tag{G.9}$$

em que

$$f = (f_1, f_2, \dots, f_q)^T, \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T \quad \text{e} \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_p} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_q}{\partial x_1} & \frac{\partial f_q}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_q}{\partial x_p} \end{bmatrix}_{(p,q)}$$

sendo  $p$  as cinco variáveis que se quer estimar,  $K_h$ ,  $K_s$ ,  $\Delta\psi_h$ ,  $\Delta\psi_s$ ,  $d$ , e  $q$  é o número de amostras.

Na expressão (G.9) é necessário calcular a inversa da matriz  $J$ , no entanto esta matriz não é quadrada, pelo que se usa a pseudo-inversa  $(J^T J)^{-1}$ . Esta por sua vez só existe desde que o produto  $J^T J$  dê origem a uma matriz não singular, isto é, desde que o  $\det(J^T J) \neq 0$ . Para que tal se verifique, é necessário que  $J^T J$  tenha característica  $p$ , permitindo assim que  $(J^T J)^{-1}$  também tenha característica  $p$ . No presente caso, esta condição verifica-se, uma vez que para uma matriz  $A(p,q)$  se tem  $\text{car}(A) \leq \min(p,q)$  e também  $\text{car}(A^T) = \text{car}(A)$ .

De notar que para que a característica da matriz  $A(p,q)$  seja  $p$ , é condição necessária e suficiente que  $\det(A) \neq 0$ . Por fim, resta referir que a característica do produto entre duas matrizes  $A$  e  $B$  verifica  $\text{car}(A*B) \leq \min(\text{car}(A), \text{car}(B))$ .

O algoritmo resultante deste estudo tem a forma

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \Delta\mathbf{x} \quad (\text{G.10})$$

em que

$$\Delta\mathbf{x} = -(\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \big|_{\mathbf{x}^k} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}^k). \quad (\text{G.11})$$

O método iterativo começa com uma inicialização à priori do vector  $\mathbf{x}$ , e termina quando se atinge o número máximo de iterações. No cálculo de  $\Delta\mathbf{x}$  é importante verificar se a matriz  $\mathbf{J}$  é bem condicionada, ou seja, se  $\text{cond}(\mathbf{J}) = \|\mathbf{J}\| \cdot \|\mathbf{J}^{-1}\|$  toma ou não um valor elevado. Um valor elevado para  $\text{cond}(\mathbf{J})$  denota um mau condicionamento de  $\mathbf{J}$ , ou seja, pequenas alterações nos dados resultam em grandes alterações na solução.

## Apêndice H

### Desenvolvimento do modelo de simulação

Uma vez encontrada a equação matemática que descreve o fenómeno físico, expressão (3.5), surgiu a necessidade de criar um modelo de simulação em ambiente Matlab, sobre o qual fosse possível efectuar simulações. Para tal, criou-se o modelo em Simulink que se encontra na figura H.1.

Com o intuito de se verificar o seu funcionamento, colocou-se na entrada um conjunto de valores capazes de simular as condições reais em que se faz a experiência prática. A experiência em causa, consistiu em fazer rodar o sensor em torno do seu eixo dos  $zz$ , sobre um plano horizontal com ângulos de *roll* e *pitch* nulos. A rotação é de  $360^\circ$  com a duração de 1 minuto. Os valores foram obtidos com uma amostragem de 5 Hz. Assim, na entrada deste diagrama de simulação encontram-se os blocos destinados a simular estas condições, ou seja, ângulos de *roll* e *pitch* nulos, e ângulo de *yaw* a variar de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  por forma a simular o movimento de rotação do sensor em torno do eixo dos  $zz$ . Esta variação de *yaw* é conseguida com a ajuda de uma rampa. Neste modelo também se simula o efeito do *drift* sobre o giroscópio.

Neste estudo, considera-se que os pólos magnéticos coincidem com os pólos geográficos, pelo que, à superfície da Terra, o vector do campo magnético terrestre tem unicamente a direcção do centro da Terra ( $M_y = 0$ ,  $M_x = 0$  e  $M_z = M$ ) (ver figura 2.8).

Em seguida, aparece neste modelo um bloco onde são construídos os valores de  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_z$ , e que representam os valores que o magnetómetro lê segundo os 3 eixos.

$${}^S M = {}^S R \begin{matrix} L \\ U \end{matrix} R \ U M \quad (H.1)$$

em que:

${}^S M \rightarrow$  vector das medidas do campo magnético expresso na moldura do sensor;

${}^S_L R \rightarrow$  matriz de rotação da moldura local para a moldura do sensor;

${}^L_U R \rightarrow$  matriz de rotação da moldura sensor para a moldura local;

${}^U M \rightarrow$  vector das medidas do campo magnético expresso na moldura universal.

$$\begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c\beta s\alpha & -s\alpha s\beta & c\alpha \\ -s\beta & c\beta & 0 \\ -c\alpha c\beta & -c\alpha s\beta & -s\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (\text{H.2})$$

Ao se considerar  $\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  vem que

$$\begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\alpha \cdot M_z \\ 0 \\ -s\alpha \cdot M_z \end{bmatrix} \quad (\text{H.3})$$

Donde sai

$$\begin{cases} S_x = c\psi c\theta c\alpha \cdot M_z - s\alpha c\psi s\theta c\phi \cdot M_z - s\alpha s\psi s\phi \cdot M_z \\ S_y = s\psi c\theta c\alpha \cdot M_z + s\psi s\theta c\phi s\alpha \cdot M_z + c\psi s\phi s\alpha \cdot M_z \\ S_z = -s\theta c\alpha \cdot M_z - s\alpha c\theta c\phi \cdot M_z \end{cases} \quad (\text{H.4})$$

A partir destes valores são simuladas as medidas dos magnetómetros e em seguida é calculado o ângulo de *yaw* nos blocos *atan(y/x)*. De notar que se adiciona ruído gaussiano aos valores de  $S_x$ ,  $S_y$  e  $S_z$  para se simular o ruído das medições dos magnetómetros. O valor de *yaw* passa em seguida por um bloco (*corrige voltas*) destinado a converter o ângulo, que está entre  $[-180^\circ \ 180^\circ]$ . Desta forma passa a poder tomar um valor qualquer (à semelhança do que acontece na prática).

Em seguida adicionam-se os efeitos provocados pela presença de materiais ferromagnéticos que exercem influência no campo magnético (blocos *hard iron* e *soft*

*iron*, com as expressões usadas para modelar estes erros:  $K_h * \text{sen}(\psi_r + \Delta\psi_h)$  e  $K_s * \text{sen}(2\psi_r + \Delta\psi_s)$ ). O efeito do *drift* no giroscópio também é simulado com a ajuda dos blocos assinalados com “D-xxx”.

Consegue-se assim obter na saída, uma matriz de valores, *mvirt*, com duas colunas, em que na primeira se tem a simulação do ângulo de *yaw* lido através do magnetómetro, e na segunda se tem o mesmo valor de *yaw* lido através do giroscópio. Estes valores vêm afectados de um erro provocado pelos blocos que simulam a presença dos materiais ferromagnéticos, e a presença do *drift*, tendo por isso características semelhantes aos dados que o sensor fornece. De notar que antes de se executar o ficheiro *sens\_virtual.mdl*, é necessário executar o ficheiro *ini\_sens\_virtual.mat*, pois é este que contém os valores usados para forçar os erros.

Com a matriz de valores *mvirt*, é necessário estimar os erros que foram introduzidos. Para tal, utiliza-se um algoritmo de estimação (apêndice G). Este algoritmo foi usado no ficheiro *estimar\_t\_hds.mat* que é executado depois de se fazer a simulação com o ficheiro *sens\_virtual.mdl*.

Usando este algoritmo com os valores obtidos na simulação, consegue-se obter os valores de  $K_h$ ,  $K_s$ ,  $\Delta\psi_h$ ,  $\Delta\psi_s$  e *d* usados para forçar os erros.

Valores usados para forçar os erros:

$$K_h = 20.00, K_s = 5.00, \Delta\psi_h = 75.00^\circ, \Delta\psi_s = 30.00^\circ \text{ e } drift = 0.10^\circ.$$

Valores obtidos com a estimação (figuras H.3, H.4, H.5, B.6 e H.7):

$$K_h = -20.07, K_s = -4.98, \Delta\psi_h = 255.09^\circ, \Delta\psi_s = 210.83^\circ \text{ e } drift = -0.09^\circ.$$

Ao se observar os valores obtidos, verifica-se que os valores de  $K_h$ ,  $K_s$ ,  $\Delta\psi_h$  e  $\Delta\psi_s$  não coincidem com os valores colocados no ficheiro *ini\_sens\_virtual.mat* usado para forçar os erros no simulador. De facto, sempre que um ângulo  $\Delta\psi_h$  ou  $\Delta\psi_s$  é superior a  $180^\circ$ , o valor de  $K_h$  ou de  $K_s$  respectivamente, vem com o sinal trocado.

De notar que durante a simulação foi adicionado ruído gaussiano para simular os ruídos das medições, pelo que os valores obtidos reflectem esse ruído nas casas decimais.

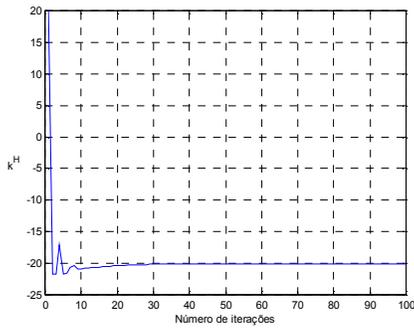


Fig. H.3 – Evolução do valor de  $K_h$  estimado.

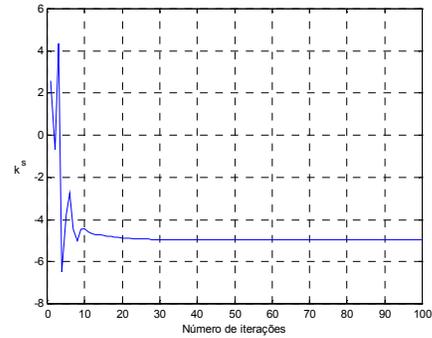


Fig. H.4 – Evolução do valor de  $K_s$  estimado.

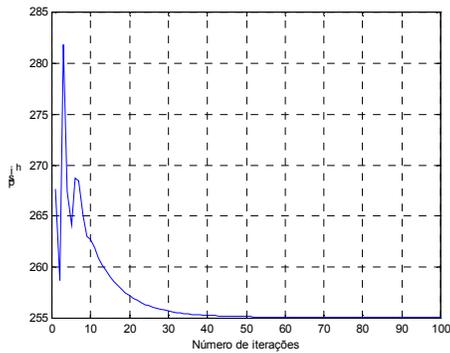


Fig. H.5 – Evolução do valor de  $\Delta\psi_h$  estimado.

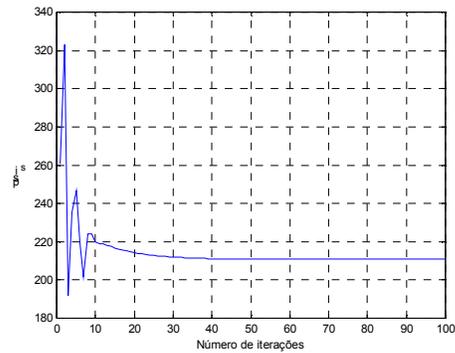


Fig. H.6 – Evolução do valor de  $\Delta\psi_s$  estimado.

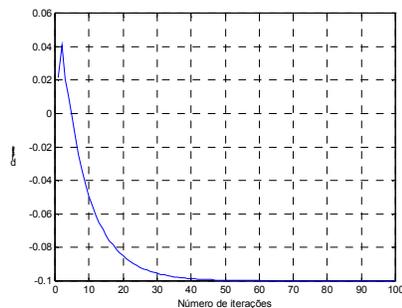
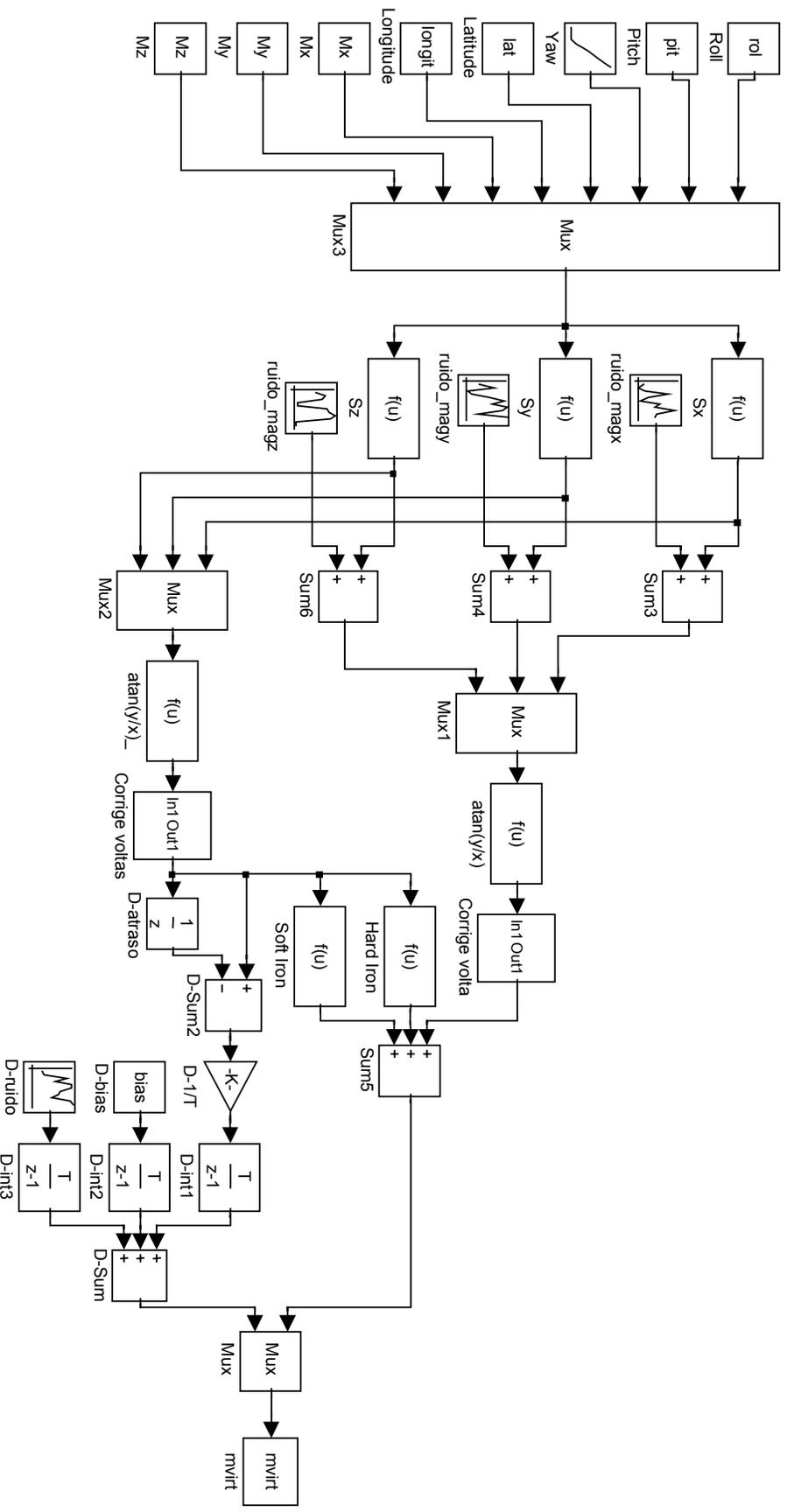


Fig. H.7 – Evolução do valor do *drift* estimado.

Da observação dos resultados (figuras H.3, H.4, H.5, H.6 e H.7), verificou-se a validade do algoritmo de estimação, pelo que se usou o mesmo com a experiência prática. Para tal, começou-se por recolher os dados do dispositivo da Watson com a ajuda do diagrama de blocos da figura H.2. Estes dados são guardados no ficheiro *dados.txt*.

Em seguida executou-se o ficheiro *ler.mat*, e finalmente o ficheiro *estimar\_hsd.mat*, obtendo-se desta forma as estimativas de  $K_h$ ,  $\Delta\psi_h$ ,  $K_s$ ,  $\Delta\psi_s$  e  $d$  através das variáveis *k\_H\_g*, *d\_psi\_H\_g*, *k\_S\_g*, *d\_psi\_S\_g* e *drift\_g* respectivamente. De notar que este ficheiro também calcula a diferença existente entre o ângulo de *yaw* obtido com o giroscópio e o ângulo de *yaw* obtido com os magnetómetros, considerando a correcção dos efeitos do *hard iron*, do *soft iron* e do *drift*.



H.1 - Diagrama de Simulink usado para simular o comportamento do sensor (ficheiro *sens\_virtual.mdl*).

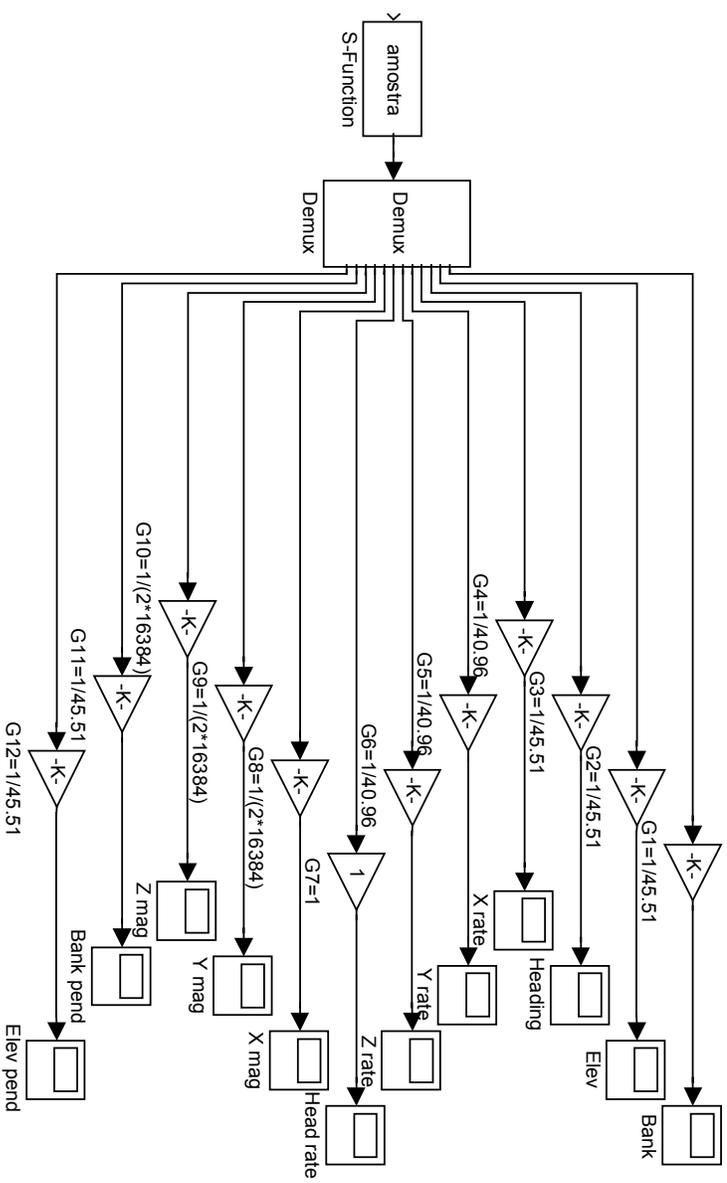


Fig. H.2 – Diagrama de blocos usado para recolha das 12 medidas do dispositivo da Watson (ficheiro *Out12.mdl*).



## Apêndice I

### Como foram obtidas as figuras presentes no trabalho

Este anexo pretende dar uma breve explicação acerca do modo como foram obtidas as várias figuras presentes no texto. Para tal, começa-se por identificar a figura, explicando em seguida quais os ficheiros, como foram obtidos, e quais os comandos usados. Estas figuras foram obtidas em ambiente Matlab.

O ficheiro *ler.mat*, exige a presença na mesma directoria de um ficheiro chamado *dados.txt* com os dados recolhidos pelo dispositivo da Watson. Por este motivo, sempre que se mencionar “usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *xxxxx.txt*”, isso significa que na mesma directoria do ficheiro *ler.mat*, se mudou o nome do ficheiro *xxxxx.txt* para *dados.txt*.

Os ficheiros a que se faz referência, encontram-se na *diskette* que acompanha este trabalho.

## Capítulo 2

### Fig. 2.5 – *Offset dos pêndulos.*

Para se obter esta figura em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *repouso\_1min.txt*. Depois usaram-se as instruções

```
» ler
» plot (matriz(:,1), matriz(:,2),'b')
» hold on
» plot (matriz(:,1), matriz(:,3),'r')
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
```

```
» ylabel ('Ângulo (°)')
```

O ficheiro *repouso\_1min.txt* foi obtido com um ritmo de amostragem de 5Hz, e com o dispositivo da Watson em repouso durante 1 minuto.

De notar que a variável *matriz*, é a matriz que guarda os 12 valores diferentes lidos pelo dispositivo da Watson, sendo a primeira coluna a do tempo em que é feita a amostragem (*matriz(:,1)*), a 2ª coluna o valor *bank angle data* (*matriz(:,2)*), e a 3ª coluna o valor *elevation angle data* (*matriz(:,3)*).

**Fig. 2.15, 2.16 e 2.17 - Offset dos giroscópios (*bias*).**

Para se obter estas figuras em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *repouso\_1min.txt*. Depois usaram-se as instruções

```
» ler
» plot (matriz(:,1), matriz(:,5))
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Velocidade angular (°/seg)')
» plot (matriz(:,1), matriz(:,6))
» plot (matriz(:,1), matriz(:,7))
```

O ficheiro *repouso\_1min.txt* foi obtido com um ritmo de amostragem de 5Hz, e com o dispositivo da Watson em repouso durante 1 minuto.

De notar que a variável *matriz*, é a matriz que guarda os 12 valores diferentes lidos pelo dispositivo da Watson, sendo a primeira coluna a do tempo em que é feita a amostragem (*matriz(:,1)*), a 5ª coluna o valor *x angle rate data* (*matriz(:,5)*), a 6ª coluna o valor *y angle rate data* (*matriz(:,6)*), e a 7ª coluna o valor *z angle rate data* (*matriz(:,7)*).

**Fig. 2.18 – Ângulo de *yaw* obtido pela integração da velocidade angular  $Z$  ( $\psi_r$ ), e o mesmo ângulo obtido com os magnetómetros ( $\psi_m$ ).**

Para se obter esta figura em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* seguido do ficheiro *repouso\_2min.txt*. Depois usaram-se as instruções

```
» ler
» corrigir_ang
» plot (matriz(:,1),yaw_m)
» hold on
» plot (matriz(:,1),yaw_r,'r')
» grid
» xlabel ('Número de amostras')
» ylabel ('Ângulo (°)')
```

O ficheiro *repouso\_2min.txt* foi obtido com um ritmo de amostragem de 5Hz, com o dispositivo da Watson em repouso durante 2 minutos.

De notar que o ficheiro *corrigir\_ang.mat* é usado para corrigir o ângulo de *yaw* saído do magnetómetro que estava entre  $[-180^\circ \ 180^\circ]$ , por forma a poder tomar um valor qualquer. A saída *mvirt1* representa o ângulo de *yaw* que se obtém com os magnetómetros, e a saída *yaw\_r* representa o mesmo ângulo que se obtém com o giroscópio.

### Capítulo 3

**Fig. 3.1 – Ângulo de *yaw* medido pelos magnetómetros ( $\psi_m$ ), e ângulo de *yaw* medido pelo giroscópio ( $\psi_r$ ).**

Para se obter esta figura em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *uma\_volta.txt*. Depois usaram-se as seguintes instruções:

```
» ler
» corrigir_ang
» plot (matriz(:,1),mvirt1(:,1)'b')
» hold on
» plot (matriz(:,1),yaw_r(:,1),'r')
» hold on
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Ângulo (°)')
» grid
```

O ficheiro *uma\_volta.txt* foi obtido o dispositivo da Watson a rodar uma volta completa, durante 1 minuto, com frequência de amostragem de 5Hz. Em seguida usou-se o ficheiro *corrigir\_ang.mat* para corrigir o ângulo de *yaw* saído do magnetómetro que estava entre  $[-180^\circ \ 180^\circ]$ , por forma a poder tomar um valor qualquer. Neste ficheiro também é feita a integração da velocidade angular segundo o eixo dos *zz*, *Z axis angle rate*.

De notar que a variável *mvirt1* é o vector que guarda o ângulo de *yaw* obtido pelos magnetómetros, e *yaw\_r* é o vector que guarda o valor de *yaw* obtido pelos giroscópios, depois de integrado.

**Fig. 3.2 - Diferença entre o ângulo de *yaw* obtido com os magnetómetros, e o ângulo de *yaw* obtido com o rate-gyro.**

Para se obter esta figura em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *uma\_volta.txt*. Depois usaram-se as seguintes instruções:

```
» ler
» corrigir_ang
» plot (matriz(:,1),(mvirt1-yaw_r))
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Ângulo (°)')
```

O ficheiro *uma\_volta.txt* foi obtido com o dispositivo da Watson a rodar uma volta completa, a velocidade angular constante, durante 1 minuto, com frequência de amostragem de 5Hz.

Em seguida usou-se o ficheiro *corrigir\_ang.mat* para corrigir o ângulo de *yaw* saído do magnetómetro que estava entre  $[-180^\circ \ 180^\circ]$ , por forma a poder tomar um valor qualquer. Neste ficheiro também é feita a integração da velocidade angular segundo o eixo dos *zz*, ou seja, integra-se a medida saída de *Z axis angle rate*.

De notar que a variável *mvirt1* é o vector que guarda o ângulo de *yaw* obtido pelos magnetómetros, e *yaw\_r* é o vector que guarda o valor de *yaw* dos giroscópios depois de integrado.

**Fig. 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 – Evolução dos valores estimados do  $K_h$ ,  $K_s$ ,  $\Delta\psi_h$ ,  $\Delta\psi_s$  e drift.**

Para se obter esta figura usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *uma\_volta.txt*. Este ficheiro foi obtido com o dispositivo da Watson a rodar uma volta completa, a velocidade angular constante, durante 1 minuto, com frequência de amostragem de 5Hz.

Para obter as figuras, usaram-se as seguintes instruções:

```
» ler
» estimar_hsd
» plot(k_H_g)
» grid
» xlabel('Tempo (seg)')
» ylabel('Ângulo (°)')
```

Em seguida usou-se a instrução *plot* para as outras variáveis (*k\_S\_g*, *d\_psi\_H\_g*, *d\_psi\_S\_g*, e *drift\_g*).

De notar que para iniciar o ciclo de estimação, se considerou como inicialização no ficheiro *ler.m*:

$k_H = 0.20$ ,  $d_{\psi_H} = -27.00^\circ$ ,  $k_S = 0.50$ ,  $d_{\psi_S} = 27.00^\circ$  e  $drift = 0.10$ .

**Fig. 3.8 – Diferença entre o ângulo de *yaw* obtido pelos magnetómetros e o ângulo de *yaw* obtido pelo giroscópio, antes (erro 1) e depois (erro 2) de se fazer a correcção.**

Para se obter esta figura em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *uma\_volta.txt*. Este ficheiro foi obtido com o dispositivo da Watson a rodar uma volta completa, a velocidade angular constante, durante 1 minuto, com frequência de amostragem de 5Hz. Em seguida executou-se o ficheiro *estimar\_hsd.mat* onde se estima os valores de  $K_h$ ,  $K_s$ ,  $\Delta\psi_h$ ,  $\Delta\psi_s$  e *drift* com as variáveis  $k_H$ ,  $d_{\psi_H}$ ,  $k_S$ ,  $d_{\psi_S}$  e *drift* respectivamente. Neste ficheiro também se calcula diferença entre o ângulo de *yaw* obtido pelos giroscópios e pelos magnetómetros antes e depois de se corrigir este último. Para obter as figuras, usaram-se as seguintes instruções:

```
» ler
» estimar_hsd
» plot(yaw_m-yaw_r,'r')
» hold on
» plot(erro)
» grid
» xlabel('Número de amostras')
» ylabel('Ângulo (°)')
```

## Apêndice B

**Fig. B.1 e B.2 – Efeito nos pêndulos quando o dispositivo sofre uma aceleração.**

Para se obter estas figuras em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *ace\_linear\_Frente.txt*, e com o ficheiro *ace\_linear\_Lado.txt*. Depois usaram-se as instruções:

```
» ler
» plot (matriz(:,1), matriz(:,2),'b')
» hold on
» plot (matriz(:,1), matriz(:,3),'r')
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Ângulo (°)')
```

Para se obter o ficheiro *ace\_linear\_Frente.txt*, movimentou-se o veículo para a frente durante menos de 1 seg, num percurso de 50 cm em linha recta num plano horizontal. A experiência durou um total de 1 minuto e as amostras foram obtidas a 5Hz. O mesmo aconteceu para se obter o ficheiro *ace\_linear\_Lado.txt*, com a diferença que desta vez o movimento foi na direcção perpendicular em relação ao movimento descrito atrás.

De notar que a variável *matriz*, é a matriz que guarda os 12 valores diferentes lidos pelo dispositivo da Watson, sendo a primeira coluna a do tempo em que é feita a amostragem (*matriz(:,1)*), a 2ª coluna o valor *bank angle data* (*matriz(:,2)*), e a 3ª coluna o valor *elevation angle data* (*matriz(:,3)*).

### **Fig. B.3 e B.4 – Efeito nos pêndulos quando o dispositivo sofre uma aceleração.**

Para se obter estas figuras em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *volta10.txt*. Depois usaram-se as instruções:

```
» plot (matriz(:,1),matriz(:,2))
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Ângulo (0)')
» ylabel ('Ângulo (°)')

» plot (matriz(:,1),matriz(:,3))
» grid
```

```
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Ângulo (0)')
» ylabel ('Ângulo (°)')
```

Para se obter o ficheiro *volta10.txt*, rodou-se o veículo em torno do eixo dos *zz* durante 10 seg, num plano horizontal. A experiência durou um total de 1 minuto e as amostras foram obtidas a 5Hz.

De notar que a variável *matriz*, é a matriz que guarda os 12 valores diferentes lidos pelo dispositivo da Watson, sendo a primeira coluna a do tempo em que é feita a amostragem (*matriz(:,1)*), a 2ª coluna o valor *bank angle data* (*matriz(:,2)*), e a 3ª coluna o valor *elevation angle data* (*matriz(:,3)*).

## Apêndice D

### Fig. D.1 e D.2 – Gama de variação do pêndulo.

Para obter esta figura em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *satura\_roll.txt* para a medida de *roll* e com o ficheiro *satura\_pitch.txt* para a medida de *pitch*. Em seguida usaram-se as seguintes instruções para a medida de *roll* e para a medida de *pitch* respectivamente.

```
» ler
» plot (matriz(:,1), matriz(:,2))
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Ângulo (°)')
```

```
» ler
» plot (matriz(:,1), matriz(:,3))
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
```

```
» ylabel ('Ângulo (°)')
```

Os ficheiros *satura\_roll.txt* e *satura\_pitch.txt* foram obtidos com o dispositivo da Watson em movimento segundo o eixo de *roll* ou de *pitch* respectivamente, durante 1 minuto, e com frequência de amostragem de 5 Hz.

De notar que a variável *matriz*, é a matriz que guarda os 12 valores diferentes lidos pelo dispositivo da Watson, sendo a primeira coluna a do tempo em que é feita a amostragem (*matriz(:,1)*), a 2ª coluna o valor *bank angle data* (*matriz(:,2)*), e a 3ª coluna o valor *elevation angle data* (*matriz(:,3)*).

### **Fig. D.3 – Gama de variação do giroscópio.**

Para obter esta figura em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *volta\_rapida.txt* para a medida de *z axis angle rate data*. Em seguida usaram-se as seguintes instruções:

```
» ler
» plot (matriz(:,1), matriz(:,7))
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Velocidade angular (°/seg)')
```

O ficheiro *volta\_rapida.txt* foi obtido com um movimento brusco segundo o eixo dos *zz* do dispositivo, durante alguns segundos, e com frequência de amostragem de 5 Hz. O tempo total da experiência foi de 1 minuto.

De notar que a variável *matriz*, é a matriz que guarda os 12 valores diferentes lidos pelo dispositivo da Watson, sendo a primeira coluna a do tempo em que é feita a amostragem (*matriz(:,1)*) e a 7ª coluna o valor *z axis angle rate data* (*matriz(:,7)*).

### **Fig. D.4, D.5 e D.6 - Leitura dos magnetómetros quando estão em repouso.**

Para obter esta figura em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *repouso\_1min.txt*. Depois usaram-se as instruções

```
» ler
» plot (matriz(:,1), matriz(:,9))
» plot (matriz(:,1), matriz(:,10))
» plot (matriz(:,1), matriz(:,11))
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Intensidade magnética (T)')
```

O ficheiro *repouso\_1min.txt* foi obtido com um ritmo de amostragem de 5Hz, e com o dispositivo da Watson em repouso durante 1 minuto.

De notar que a variável *matriz*, é a matriz que guarda os 12 valores diferentes lidos pelo dispositivo da Watson, sendo a 1ª coluna a do tempo em que é feita a amostragem (*matriz(:,1)*), a 9ª coluna o valor *x axis magnetometer data* (*matriz(:,9)*), a 10ª coluna o valor *y axis magnetometer data* (*matriz(:,10)*), e a 11ª coluna o valor *z axis magnetometer data* (*matriz(:,11)*).

**Fig. D.7, D.8 e D.9 – Leitura dos magnetómetros sob influência de um campo magnético forte.**

Para se obter esta figura em Matlab, usou-se o ficheiro *ler.mat* com o ficheiro *repouso\_transf\_2voltas.txt*. Depois usaram-se as instruções

```
» ler
» plot (matriz(:,1), matriz(:,9))
» plot (matriz(:,1), matriz(:,10))
» plot (matriz(:,1), matriz(:,11))
» grid
» xlabel ('Tempo (seg)')
» ylabel ('Intensidade magnética (T)')
```

O ficheiro *repouso\_transf\_2volta.txt* foi obtido com o dispositivo da Watson parado, com um transformador a funcionar a percorrer duas voltas, durante 1 minuto, e com frequência de amostragem de 5 Hz.

De notar que a variável *matriz*, é a matriz que guarda os 12 valores diferentes lidos pelo dispositivo da Watson, sendo a 1ª coluna a do tempo em que é feita a amostragem (*matriz(:,1)*), a 9ª coluna o valor *x axis magnetometer data* (*matriz(:,9)*), a 10ª coluna o valor *y axis magnetometer data* (*matriz(:,10)*), e a 11ª coluna o valor *z axis magnetometer data* (*matriz(:,11)*).

## Apêndice H

**Fig. H.3, H.4, H.5, H.6 e H.7 – Evolução dos valores estimados de  $\mathbf{K}_h$ ,  $\mathbf{K}_s$ ,  $\Delta\psi_h$ ,  $\Delta\psi_s$  e *drift* para o caso do modelo teórico.**

Para se obter estas figuras, executou-se o ficheiro *ini\_sens\_virtual.mat* para inicializar as iterações que serão feitas no *estimar\_t\_hsd.mat*, assim como para atribuir valores às variáveis usadas para forçar os erros nas medidas.

No final deste ficheiro está uma chamada ao ficheiro *sens\_virtual.mdl*, que é o modelo em Simulink usado para criar uma matriz de valores (*mvirt*) com 2 colunas: na primeira estão os dados simulados do magnetómetro, e na segunda estão os dados simulados pelo giroscópio.

Por fim executa-se o ficheiro *estimar\_t\_hsd.mat*, por forma a se estimarem os valores com que se forçaram os erros.

Usaram-se as seguintes instruções em Matlab

```
» ini_sens_virtual
» (Executa-se o modelo sens_virtual.mdl em Simulink)
» estimar_t_hsd
» plot(k_H_g)
» grid
» xlabel('Número de iterações')
```

» ylabel ('k\_H')

Em seguida usou-se a intrução plot do Matlab para as variáveis  $k_{S\_g}$ ,  $\psi_{H\_g}$ ,  $\psi_{S\_g}$  e  $\text{drift\_g}$ , para se obter as restantes figuras.