



Universidade Técnica de Lisboa
Instituto Superior Técnico



Sistema de Atitude e de Posicionamento Redundante, Baseado em GPS

Pedro Basso, N.º 42462, AE de Telecomunicações
Tiago Santos, N.º 45322, AE de Telecomunicações

**LICENCIATURA EM ENGENHARIA ELECTROTECNICA E
COMPUTADORES
Relatório de Trabalho Final de Curso**

Professor Orientador: Paulo Oliveira

31 de Janeiro de 2005

Agradecimentos

Ao Sr. Professor Paulo Oliveira, pela disponibilidade que sempre manifestou para nos esclarecer, e pela orientação que nos soube dar.

Ao departamento de controlo que nos forneceu as instalações e o material necessário, para um correcto e adequado desenvolvimento do trabalho.

Ao Instituto Superior Técnico e equipa de Docentes, que com o seu trabalho ao longo do nosso curso nos souberam ministrar e inculir os conhecimentos necessários que constituíram a base para a produção do presente trabalho.

Aos colegas e amigos que leram este trabalho, e com um saudável espírito crítico nos deram as suas opiniões e assim deram o seu contributo para esta versão final.

A todas as pessoas a que, de alguma forma, tenhamos “roubado” tempo para fazer o presente trabalho, um obrigado pela compreensão e paciência demonstradas.

Prefácio

O GPS (Global Positioning System) é hoje a ferramenta de eleição por todos aqueles que queiram ou necessitem de estimar uma posição geográfica com alguma precisão.

Encontra-se este sistema de posicionamento nas mais variadas aplicações, desde os nossos automóveis até às mais sofisticadas aplicações científicas, e é usado tanto por particulares como por empresas.

Tem como objectivo este trabalho de fim de curso de Engenharia Electrotécnica e de Computadores do ramo das Telecomunicações, desenvolver um sistema de atitude e de posicionamento redundante para um veículo de exploração oceanográfica, tentando maximizar a precisão dos receptores GPS utilizados e explorando a diversidade espacial em que os receptores estão dispostos. Com o presente documento pretende-se expor o trabalho efectuado e os resultados obtidos estando dividido em seis capítulos e inclui 2 anexos.

No primeiro capítulo é feita uma introdução aos conceitos que são mais relevantes neste trabalho para que os seguintes capítulos sejam compreendidos de uma forma mais clara.

No segundo capítulo é efectuada a caracterização de um receptor GPS, na qual através dos dados retirados de um GPS de 8 canais da Motorola, são identificadas as principais características deste, e posteriormente é realizada a comparação com um sistema simulado em Matlab que visa reproduzir os dados anteriormente captados.

No terceiro capítulo, após compreensão dos dados fornecidos por um receptor GPS, foram desenvolvidas aplicações em C, e foi feita a conversão dos dados que saem do receptor em formato Oncore, para o formato Rinex, que é um formato de dados GPS reconhecido internacionalmente e para o qual existem aplicações de pós-processamento cujo objectivo é o de melhorar significativamente a precisão dos dados provenientes dos receptores GPS.

No quarto capítulo é iniciado o estudo à atitude e estimação e, é introduzido o filtro de Kalman, neste capítulo visa-se estudar a estimação de um ângulo numa barra basculante. É efectuada uma simulação em Matlab que é semelhante à que será abordada no capítulo seguinte.

No quinto capítulo é finalmente efectuado um estudo e uma nova simulação mais detalhada. É simulado um sistema de navegação com dois receptores, em que são reproduzidos vários tipos de trajectórias, e na qual é utilizado um filtro de Kalman para melhorar a atitude de o ângulo fornecido pelo posicionamento dos sensores.

Por ultimo são apresentadas as principais conclusões decorrentes do trabalho.

Palavras Chave

Posicionamento, Navegação, Filtro de Kalman, Receptor GPS, Frequência, Potência.

Índice

Agradecimentos	ii
Prefácio	iii
Palavras Chave	iii
Índice	iv
Lista de Figuras	vi
1) Introdução	1
1.1) HISTORIAL DO SISTEMA GPS.....	1
1.2) ORIGEM DOS ERROS	1
1.2.1) ERROS DEPENDENTES DOS SATÉLITES.....	2
1.2.1.1) <i>Erros nos relógios dos satélites</i>	2
1.2.1.2) <i>Erros nas efemérides</i>	2
1.2.1.3) <i>Acesso selectivo (SA)</i>	2
1.2.2) ERROS DEPENDENTES DA ANTENA/RECEPTOR	2
1.2.2.1) <i>Erros nos relógios dos receptores</i>	2
1.2.2.2) <i>Multi-Trajecto</i>	2
1.2.2.3) <i>Erros causados pela variação do centro de fase da antena</i>	3
1.2.2.4) <i>Ruído do Receptor</i>	3
1.2.3) ERROS DEPENDENTES DO MEIO DE PROPAGAÇÃO	3
1.2.3.1) <i>Atrasos ionosféricos</i>	3
1.2.3.2) <i>Atraso troposférico</i>	3
1.3) DGPS E RTK	4
1.3.1) <i>Particularidades da Técnica RTK</i>	4
1.4) FICHEIROS RINEX	5
1.5) FILTROS DE KALMAN.....	5
1.6) SISTEMAS DE ATITUDE	6
2) Caracterização De Um Receptor GPS Motorola De 8 Canais	7
2.1) ESTUDO TEÓRICO.....	14
2.2) CONCLUSÃO	19
3) Ficheiros Rinex	20
3.1) OBJECTIVOS.....	20
3.2) FORMATO RINEX 2.10	20
3.3) CONVERSÃO ONCORE PARA RINEX 2.....	22
3.4) PÓS PROCESSAMENTO	23
3.5) CONCLUSÃO	24
4) Estimação Do Ângulo De Uma Barra Basculante Usando Um Sensor e Um Filtro De Kalman	25
4.1) INTRODUÇÃO DO PROBLEMA	25
4.2) O MODELO DO PROCESSO	29
4.3) SIGNIFICADO DAS VARIÁVEIS	30
4.4) O FILTRO.....	31
4.5) A SIMULAÇÃO	32
4.6) O GANHO	32
4.7) ANÁLISE EM FREQUÊNCIA	35
5) Atitude	36
5.1) INTRODUÇÃO	36
5.2) FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	36

5.3) FILTRAGEM DE RUÍDO	38
5.4) EXEMPLO PRÁTICO	39
5.4.1) <i>Introdução</i>	39
5.4.2) <i>1º Caso (Trajectória rectilínea sobre X)</i>	40
5.4.3) <i>2º Caso (Trajectória Rectilínea no Plano XY)</i>	43
5.4.4) <i>3º Caso (Trajectória Curvilínea no Plano XY)</i>	46
5.5) CONCLUSÕES	49
6) Conclusões finais do TFC	50
7) Referências	51
8)- Anexos	52
ANEXO A.....	52
ANEXO B.....	53

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Multi-Trajeto	2
Figura 1.2 – Atrasos Ionosféricos	3
Figura 1.3 - Posicionamento em Tempo Real.....	4
Figura 2.1 - O Geoide.....	7
Figura 2.2 - Numero de Satélites em Observação	8
Figura 2.3 - Horizontal Dilution Of Precision	8
Figura 2.4 - Altitude – Média.....	9
Figura 2.5 - Latitude – Média	9
Figura 2.6 - Longitude – Média	9
Figura 2.7 - Autocorrelação da Latitude	10
Figura 2.8 - Autocorrelação da Longitude	10
Figura 2.9 - Autocorrelação da Altitude	11
Figura 2.10 - Correlação Entre Altitude e Latitude	11
Figura 2.11 - Correlação Entre Altitude e Longitude	12
Figura 2.12 - Correlação Entre Latitude e Longitude.....	12
Figura 2.13 - Espectro Da Altitude.....	13
Figura 2.14 - Espectro Da Latitude	13
Figura 2.15 - Espectro Da Longitude	13
Figura 2.16 - Esquema para simulação dos Canais do Receptor	14
Figura 2.17 - Dados do Canal X.....	14
Figura 2.18 - Dados do Canal Y.....	15
Figura 2.19 - Autocorrelação do Canal X.....	15
Figura 2.20 - Autocorrelação do Canal Y.....	15
Figura 2.21 - Correlação entre os Canais X e Y.....	16
Figura 2.22 - Potência do Canal X à Saída do Filtro	16
Figura 2.23 - Potência do Sinal de X à Saída do Sistema	17
Figura 2.24 - Potência do Canal Y à Saída do Filtro	17
Figura 2.25 - Potência do sinal Y à Saída do Sistema.....	17
Figura 2.26 - Diagrama De Bode De Ambos os Canais	18
Figura 2.27 - Diagrama de Bode do Canal X e do Canal Y	18
Figura 2.28 - Diagrama de Zeros e Pólos do Canal X e do Canal Y	19
Figura 2.29 - Potência dos sinal recolhidos.....	19
Figura 4.1 - Representação De Sensores Numa Barra Basculante.....	25
Figura 4.2 - $\text{Arctg}(f(x))$ Sendo $f(x)$ Gaussiana	27
Figura 4.3 – Andamento Da Variância Do Ruído No Comprimento Da Barra.....	27
Figura 4.4 - Leitura Do Sensor Colocado No Final Da Barra	28
Figura 4.5 - Esquema Do Filtro De Kalman.....	29
Figura 4.6 - Algoritmo Do Filtro De Kalman	30
Figura 4.7 - Estimação De Um Ângulo De 45° , Por Um Filtro De Kalman.....	32
Figura 4.8 - Evolução Do Ganho Do Sistema	32
Figura 4.9 - Variação Do Ganho Do Filtro Com a Variância De Ruído Do Processo	33
Figura 4.10 - Variação Do Ganho Do Filtro Com a Variância De Ruído Das Medidas.....	33
Figura 4.11 - Variação Do Ganho Do Filtro Com Ambas As Variâncias.....	34
Figura 4.12 - Diagramas de Bode	35
Figura 5.1 - Configurações Geométricas Para Os Receptores.....	37
Figura 5.2 - Distâncias Reais e Precisão Dos Receptores	37
Figura 5.3 - Média à Saída do Filtro De Kalman.....	38
Figura 5.4 - Variância à saída Do Filtro De Kalman.....	38

Figura 5.5 - Modelo da Cinemática Do Veiculo	40
Figura 5.6 – Posições dos receptores em X e Y.....	41
Figura 5.7 – Velocidade e Aceleração segundo eixo dos X.....	41
Figura 5.8 – Erro absoluto em X e em Y.....	42
Figura 5.9 – Ângulo do veiculo com o eixo Horizontal.....	42
Figura 5.10 – Posições dos receptores em X e Y.....	43
Figura 5.11 – Velocidade segundo eixos de X e Y	44
Figura 5.12 – Aceleração segundo eixos de X e Y	44
Figura 5.13 – Erro absoluto em X e em Y.....	45
Figura 5.14 – Ângulo do veiculo com o eixo Horizontal.....	45
Figura 5.15 – Rotação de Eixos.....	46
Figura 5.16 – Posições dos receptores em X e Y.....	47
Figura 5.17 – Velocidade segundo eixos de X e Y	47
Figura 5.18 – Aceleração segundo eixos de X e Y	48
Figura 5.19 – Erro absoluto em X e em Y.....	48
Figura 5.20 – Ângulo do veiculo com o eixo Horizontal.....	48

1) Introdução

1.1) Historial do Sistema GPS

Desde que o ser humano tomou consciência da sua capacidade de deslocação, que lhe surgiu a necessidade de saber onde se encontrava e, qual o melhor caminho para chegar ao destino que pretendia.

Começou então a tentar desenvolver meios que lhe permitissem saber com a maior exactidão possível a sua posição no meio que o rodeava. Esta busca de meios de posicionamento e navegação¹, culminou no sistema em uso no dias de hoje, o GPS (Global Positioning System) baseado numa constelação de satélites a orbitar a terra.

O motivo impulsionador do sistema GPS foi a navegação de armas de precisão para os seus alvos e, a uniformização dos sistemas de posicionamento da marinha. O sistema foi desenvolvido pelo departamento de defesa dos Estados Unidos DoD (Department of Defence). No início dos anos 60, o DoD decidiu que pouparia dinheiro desenvolvendo um sistema que conseguisse ter polivalência suficiente para eliminar os vários sistemas existentes até à altura, sistemas estes, que eram criados especificamente para cada missão. O sistema resultante deveria ser resistente² aos mais variados tipos de condições atmosféricas e universal.

Começou assim a ser estudado o conceito de navegação por ondas rádio usando satélites com propósitos de posicionamento e navegação, que terá posteriormente levado a programas de satélites experimentais que foram os blocos primários sobre os quais todo o sistema que hoje se conhece foi construído.

No início tanto a marinha como a força área desenvolveram diferentes sistemas de navegação, os da marinha foram os *Transit* e *Timation* e a força aérea desenvolveu o que ficou conhecido por Sistema 621B, este ultimo sistema dava três coordenadas (latitude, longitude e altitude) em tempo continuo.

Em 1973 o DoD designou a força área para uniformizar os sistemas das várias agências no, Defense Navigation Satellite System³ (DNSS), o sistema resultante foi o que é conhecido hoje como “O Sistema de Posicionamento Global NAVSTAR”.

Hoje em dia o sistema GPS é constituídos por 24 satélites em orbita terrestre a aproximadamente 20 200 Km de altitude e ao longo de seis planos, de tal forma que a cada instante e em cada ponto do globo, pelo menos possam ser adquiridos dados de quatro satélites em simultâneo.

Após ter dado provas no campo militar, e por ter inúmeras aplicações na realidade do dia a dia, o GPS foi aberto para uso civil, com a promessa de que ficaria como sistema aberto. No entanto continuam a haver mecanismos de protecção por parte dos militares que possibilitam a recuperação para seu uso exclusivo.

1.2) Origem dos Erros

Existem vários detalhes e aspectos acerca do GPS que seriam de interesse abordar no entanto não parece útil alongar aqui na introdução teórica ao GPS, pois esse não é o objectivo deste trabalho. Pôr parece útil fazer aqui uma pequena incursão teórica às várias origens dos erros introduzidos nos dados provenientes de um receptor GPS, pois grande parte deste trabalho consta em minimizar tais erros que esses dados contêm, e assim aumentar a precisão dos receptores.

¹ Diferença entre posicionamento e navegação

² Resistência no sentido de não ser afectado.

³ Sistema de Navegação e Posicionamento de Satélite

1.2.1) Erros Dependentes dos Satélites

1.2.1.1) Erros nos relógios dos satélites

Embora os relógios dos satélites sejam muito precisos (cada satélite contém quatro relógios atômicos, dois de rubídio e dois de césio), não são perfeitos. Essa imperfeição traduz-se no facto de apenas um nanosegundo de erro, ou seja, 0.000 000 001s, resulta num erro de cerca de 30 cm na medição da distância para um satélite.

Para que os relógios se mantenham com a maior precisão possível, e para que a distancia seja medida mais correctamente, a sua precisão necessita de ser continuamente determinada pelas estações de controlo.

1.2.1.2) Erros nas efemérides

Como a precisão com que o receptor dá a posição em que está, depende da precisão com que a localização dos satélites é determinada (os pontos de referência), o departamento de defesa dos estados unidos (US DoD), coloca cada satélite numa orbita muito precisa, sendo a sua orbita previsível por um modelo matemático bastante rigoroso. No entanto, o campo gravítico terrestre, as forças gravitacionais da Lua e do Sol e o atrito remanescente da atmosfera terrestre bem como a pressão das radiações solares nos satélites, provocam variações nas suas orbitas, daí que elas sejam constantemente monitorizadas pelas estações de rastreio na Terra.

1.2.1.3) Acesso selectivo (SA)

O SA antes de ser desactivado em Maio de 2000, também limitava a precisão do sistema para os utilizadores do SPS. O código C/A idealizado para dar uma precisão de 30 metros via a sua precisão original reduzida para 100 metros. O US DoD prometeu manter o SA desactivado pelo menos até 2006.

1.2.2) Erros Dependentes da Antena/Receptor

1.2.2.1) Erros nos relógios dos receptores

Este erro é semelhante ao erro provocado pelos relógios dos satélites.

1.2.2.2) Multi-Trajecto



Figura 1.1 – Multi-Trajecto

Na medição da distância para cada satélite, é assumido que o sinal do satélite viaja directamente desde o satélite até à antena do receptor. Mas, em adição a esse sinal “directo”, existem sinais reflectidos por objectos que se encontram perto da antena e que interferem com o sinal “directo”. A este efeito chama-se efeito de multi-trajecto. Este erro apenas afecta medições de alta precisão, e a sua magnitude ronda os 50 cm.

1.2.2.3) Erros causados pela variação do centro de fase da antena

Estes erros são função da construção do equipamento. Dependem das características da antena e do ângulo da direcção do sinal observado. Estas variações podem atingir alguns centímetros.

1.2.2.4) Ruído do Receptor

O receptor GPS não é perfeito e tem as suas limitações. A qualidade do receptor está, por exemplo, associada à qualidade da sua electrónica. O ruído de circuito é um dos ruídos que caracteriza o receptor, em ultima análise estes ruídos estão associados ao desvio padrão de cada medição.

1.2.3) Erros Dependentes do Meio de Propagação

1.2.3.1) Atrasos ionosféricos

Ao medir a distância para um satélite, é medido o tempo que o sinal leva a chegar ao receptor e posteriormente, esse tempo é multiplicado pela velocidade da luz. Como a velocidade da luz varia sob as condições atmosféricas, por exemplo, a camada mais alta da atmosfera, a ionosfera, contém partículas "carregadas" que atrasam o código e adiantam a fase. Isto causa erros chamados de atrasos ionosféricos, a magnitude deste efeito é maior durante o dia do que de noite. Os atrasos ionosféricos não modelados podem afectar a precisão até 10 metros.

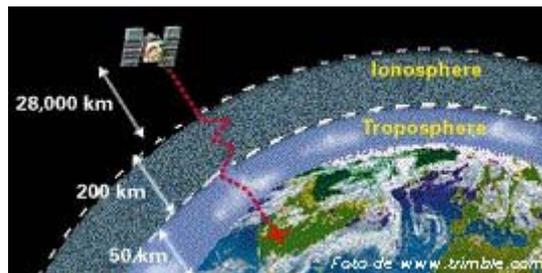


Figura 1.2 – Atrasos Ionosféricos

1.2.3.2) Atraso troposférico

Ao passar pela camada mais baixa da atmosfera - a troposfera, o sinal também sofre um atraso na fase e no código. Este atraso é causado por duas componentes (componente seca e componente húmida). O principal problema relaciona-se com a componente húmida (vapor de água).

1.3) DGPS e RTK

O conceito de DGPS (Diferencial GPS) consiste em, tendo dois receptores em que um deles tem precisão muito elevada ou posição conhecida, conseguir rectificar a posição do outro receptor usando técnicas de comparação e modelação de erros.

Isto é feito na estação de base que contem o receptor de grande precisão, e posteriormente as correcções efectuadas são enviadas para os restantes receptores por radiodifusão permitindo a estes melhorar as suas medidas. Uma das vantagens deste sistema é a sinalização de avarias ou falhas nos receptores, coisa que com um receptor isolado não há possibilidade de fazer.

Receptores com exactidão compreendida entre 13 a 16 metros, usando esta técnica podem passar a apresentar dados com incertezas na ordem dos 2 a 3 metros.

A principal diferença entre as técnicas DGPS e RTK (Real Time Kinematic) refere-se basicamente ao tipo de observação. Na primeira aplica-se o código e/ou código suavizado pela fase da portadora, enquanto na segunda utiliza-se a unicamente a fase da portadora.

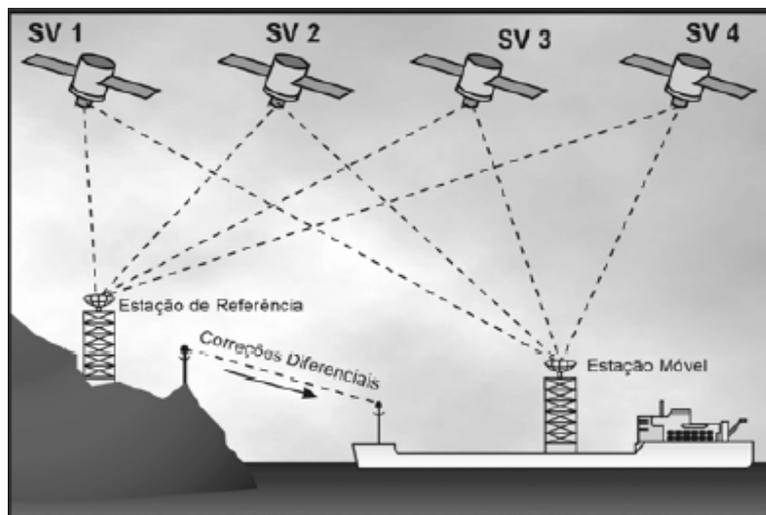


Figura 1.3 - Posicionamento em Tempo Real

1.3.1) Particularidades da Técnica RTK

O princípio de posicionamento da técnica RTK fundamenta-se na transmissão das medições puras da fase da portadora ou das correcções diferenciais da fase da portadora, ambas mensuráveis na estação de referência. Na primeira situação, a estação móvel forma duplas diferenças de fase (DDF), enquanto que na segunda adopta-se uma abordagem similar à técnica DGPS. A vantagem da utilização das DDF com respeito às correcções diferenciais de fase corresponde a uma modelagem mais adequada ao levantamento, bem como da eliminação dos relógios dos satélites e dos receptores.

Sendo assim o RTK consegue uma precisão da ordem de 1 e 2 cm para a planimetria e altimetria respectivamente. As técnicas de posicionamento em tempo real partem do princípio de que os erros cometidos na estação de referência são, na sua grande maioria, os mesmos apresentados na estação móvel. Contudo, à medida que a distância entre estas estações aumenta, os erros que anteriormente eram semelhantes, passam a ser cada vez menos correlacionados. Em consequência deste processo, ocorre uma degradação progressiva

em posição. Este tipo de degradação é designado na literatura comum por “correlação espacial”.

1.4) Ficheiros Rinex

A primeira proposta para os ficheiros no formato “Receiver Independent Exchange Format” RINEX foi desenvolvida pelo Astronomical Institute of the University of Berne para facilitar a troca de dados de GPS que iriam ser recolhidos durante uma grande campanha Europeia EUREF 89, que envolveu mais de 60 receptores de GPS de diferentes marcas.

Os aspectos que imperaram durante o desenvolvimento do formato deste ficheiros foram os seguintes:

- A medição da fase da portadora “carrier-phase” com uma ou as duas portadoras
- A medição da pseudo-distância “pseudorange (code)”, equivalente à diferença entre o tempo de recepção (expresso na fracção de tempo do receptor) e o tempo em que foi transmitido (expresso na fracção de tempo do satélite) cada sinal de satélite distinto.
- O tempo de Observação, sendo este a leitura do relógio do receptor no instante de validade da carrier-phase e/ou das medições do código.

Usualmente o software assume que o tempo de Observação é valido para ambas as grandezas, tanto fase como medições de código, e para todos os satélites observados.

Consequentemente, os programas não necessitam da maioria da informação que normalmente é armazenada nos receptores. Eles necessitam apenas da fase, do código e do tempo tal como foi acima definido e ainda alguma informação relacionada com a recepção, como o nome da estação de recepção, altura da antena, etc.

1.5) Filtros de Kalman

Os humanos têm filtrado coisas virtualmente durante o decurso de toda a história. Como por exemplo, filtrar da água impurezas mesmo que para isso se utilize somente a mão! Outro exemplo, é o de filtrar o barulho que nos rodeia, os nossos ouvidos aprenderam a ignorar os sons supérfluos que nos rodeiam e a focalizar apenas aqueles que nos interessam.

Existem inúmeros exemplos na engenharia em que a filtragem é necessária, no entanto os filtros de Kalman são um processo relativamente recente (1960) no desenvolvimento da filtragem, embora tenha as suas raízes tão cedo como Gauss (1795), os filtros de Kalman têm sido aplicados em áreas tão diversas como: a engenharia aeroespacial, a navegação marítima, a instrumentação de centrais nucleares, etc.

A questão que é colocada pelo filtro de Kalman é, qual é a melhor estimacão da posição e velocidade? dado o conhecimento do sistema, e dadas as medidas. Conhecendo o comportamento de acordo com a equação que descreve o sistema, e tendo medidas da posição, então como se pode determinar a melhor estimacão das variáveis do sistema? No capítulo que se irá introduzir, irá ser feita uma introdução mais detalhada ao filtro de Kalman, por agora resta mencionar que este filtro é o algoritmo de estimacão que, de entre todos os algoritmos, minimiza o valor esperado do quadrado do erro de estimacão, i.e. , “em média”, este algoritmo é o que dá o “mínimo” erro possível de estimacão. O que significa que este é o algoritmo óptimo.

1.6) Sistemas de Atitude

Para se efectuar uma estimação de atitude poderão ser utilizados inúmeros aparelhos cujos dados combinados entre si fornecem a atitude de um veiculo, plataforma, etc.

Aqui a palavra atitude é interpretada como comportamento, e para se caracterizar completamente o comportamento de um objecto no espaço usando unicamente receptores GPS, irão ser necessários 3 receptores, um para cada dimensão. Na realidade existe uma quarta dimensão, o tempo, mas considere-se que qualquer receptor consegue resolver esta dimensão sem ambiguidade.

Sem perda de generalidade, irá tentar-se resolver a atitude no plano, usando para isso dois receptores, e medindo o ângulo que a recta descrita entre eles faz com um eixo fixo. O sistema pode facilmente ser generalizado para a rotação, bastando para isso, adicionar outro receptor e medindo os ângulos que são descritos por eles (receptores).

2) Caracterização De Um Receptor GPS Motorola De 8 Canais

Para caracterizar o receptor GPS, vão ser adquiridos e estudados dados provenientes desse mesmo receptor, foram adquiridos do GPS cerca de 12 000 segundos de sinal que correspondem a 12 000 amostras e que estão no anexo A . A aquisição dos dados fez-se em modo \$GPGGA (Global Positioning System Fix Data), a explicação de cada um dos campos das linhas é dada em seguida.

Exemplo de uma linha:

\$GPGGA,170834,4124.8963,N,08151.6838,W,1,05,1.5,280.2,M,-34.0,M,,,*75

Nome	Dados	Descrição
Identificador	\$GPGGA	Global Positioning System Fix Data
Tempo	170834	17:08:34 UTC
Latitude	4124.8963,N	41° 24.8963' N ou 41° 24' 54" N
Longitude	08151.6838,W	81° 51.6838' W ou 81° 51' 41" W
Qualidade Fixa*	1	Dados de um GPS fixo
Numero de Satélites	5	Aquisição dos dados de 5 satélites
Horizontal Dilution of Precision (HDOP)	1.5	Precisão Relativa da posição horizontal
Altitude	280.2,M	280.2 metros acima do nível do mar
Peso do "geoid"*** acima do elipsoide WGS84	-34.0,M	-34.0 metros
Tempo desde o ultimo DGPS update	branco	Sem update
ID estação de referência DGPS	branco	Sem id de estação
Checksum	*75	Usado para depurar erros de transmissão

A qualidade fixa pode tomar os valores 0,1 e 2, onde:

0-Inválido

1-GPS fixo

2-DGPS fixo

** A explicação de Geoid é a que se segue:

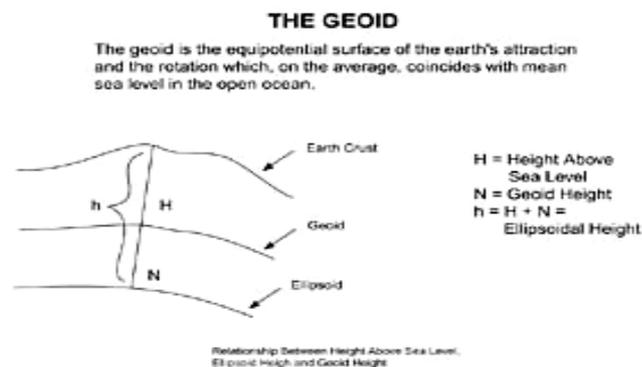


Figura 2.1 - O Geoide

Dos dados retirados do GPS obtiveram-se os seguintes gráficos:

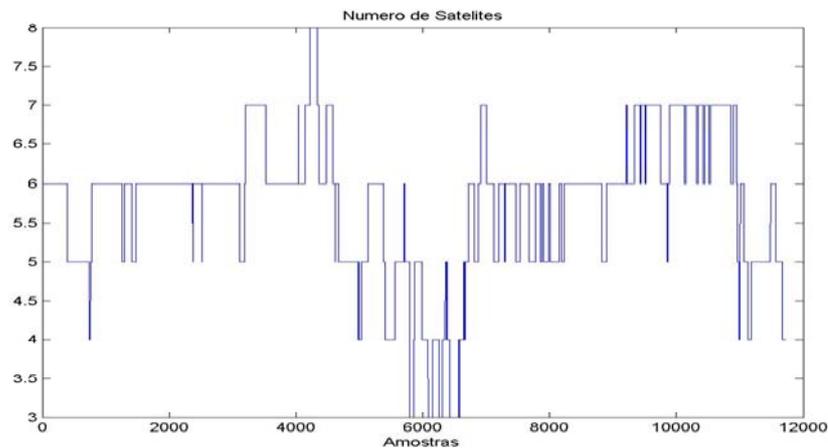


Figura 2.2 - Numero de Satélites em Observação

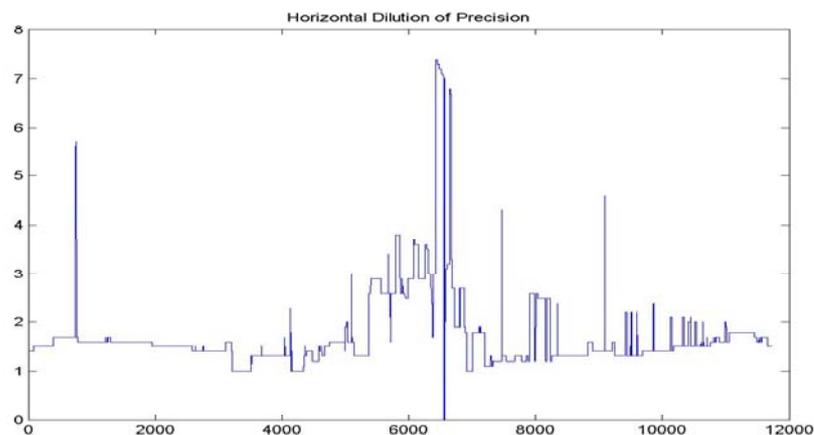


Figura 2.3 - Horizontal Dilution Of Precision

Pela geometria do problema, um factor que se reveste da maior importância no tocante à propagação de erros, e conseqüentemente à qualidade das determinações, é a disposição geométrica dos satélites. Denomina-se **DOP** (*Dilution Of Precision*) aos factores que descrevem este efeito. Matematicamente, estes factores são função dos elementos da diagonal da matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados, podendo ser calculados previamente a partir do conhecimento das coordenadas aproximadas da localidade e das órbitas preditas dos satélites. Os tipos de factores são: **HDOP** (efeito da geometria dos satélites nas coordenadas planimétricas), **VDOP** (idem, para altitude), **PDOP** (idem, para posição tridimensional), **TDOP** (idem, para tempo) e **GDOP** (idem, para posição e tempo). Quanto maior os valores numéricos dos factores, pior a qualidade da determinação correspondente, ou seja, maior a influência dos erros de observação nos resultados do posicionamento. Geometricamente, demonstra-se que o **GDOP** é inversamente proporcional ao volume do tetraedro formado pelos 4 raios vectores unitários definidos entre o receptor e os satélites.

Na figura 2.2 vê-se a variação ao longo do tempo do numero de satélites que estão a ser captados, e como foi explicado anteriormente é sabido que quanto menor o numero de satélites captados maior o DOP, logo é fácil de perceber observando a figura 2.3 de HDOP,

que por volta da medição 6 000, os valores são relativamente altos, uma vez que só se tem três a quatro satélites visíveis.

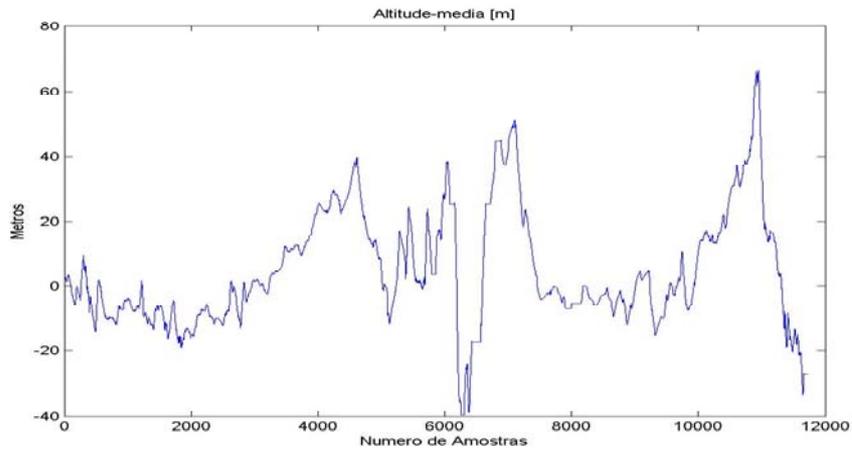


Figura 2.4 - Altitude – Média

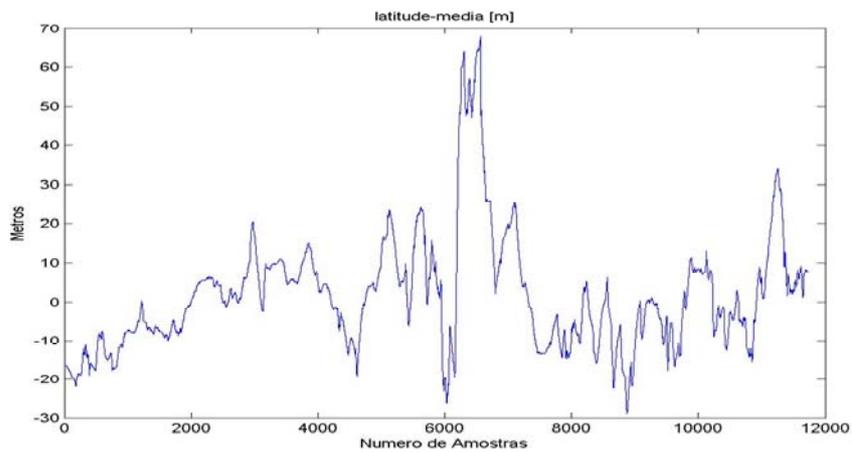


Figura 2.5 - Latitude – Média

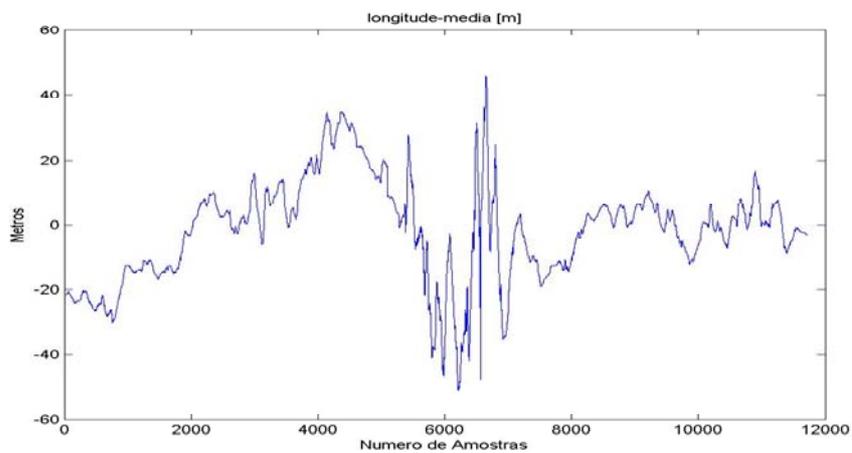


Figura 2.6 - Longitude – Média

Nas figuras 2.4, 2.5 e 2.6 apresenta-se a variação da altitude, latitude e longitude respectivamente e em torno da sua própria média, pode-se verificar que por volta da medição

6 000 a variação torna-se maior em vez de gradual, esta causa deve-se ao facto de nesta altura só existirem poucos satélites a serem captados e a contribuírem para o cálculo para estimar a posição. Nota-se ainda que a variação da altitude oscila em cerca de 100 metros ao longo das medições, uma vez que tais medições foram efectuadas com o GPS numa posição fixa, logo o erro é muito grande. A coordenada de maior erro é a altitude e isso é explicado pelo facto de a altitude ser o campo mais difícil de estimar num GPS, pois está-se a lidar com pseudo-distancias que são dadas pelo tempo que o sinal demora desde o satélite até ao receptor, e como todos os satélites estão em termos posicionais em cima do receptor (não se pode captar um sinal que está do outro lado da terra!) a estimação da altitude é a mais prejudicada.

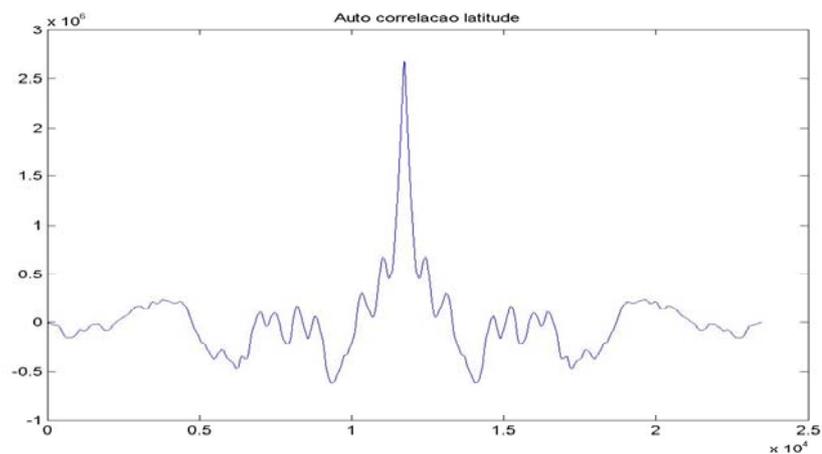


Figura 2.7 - Autocorrelação da Latitude

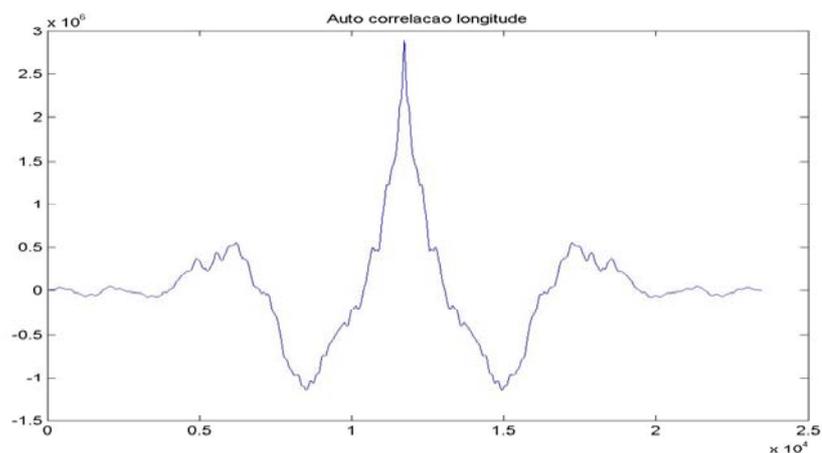


Figura 2.8 - Autocorrelação da Longitude

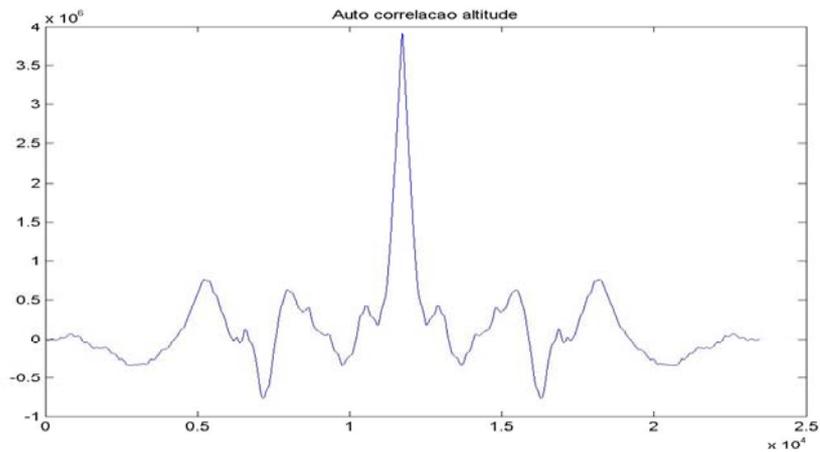


Figura 2.9 - Autocorrelação da Altitude

Nas figuras 2.7, 2.8 e 2.9 tem-se a autocorrelação da latitude longitude e altitude e observa-se que os sinais apresentam picos acentuados quando estão completamente sobrepostos, e um decaimento aproximadamente exponencial quando se afasta da sobreposição completa, o que era de esperar, pois é o comportamento da autocorrelação de um sinal com uma taxa de variação elevada, e que quanto maior a variação, mais rapidamente decresce a autocorrelação em relação ao máximo assim que se afasta da sobreposição do sinal, em que no caso extremo para ruído branco a autocorrelação é um Dirac aquando da completa sobreposição.

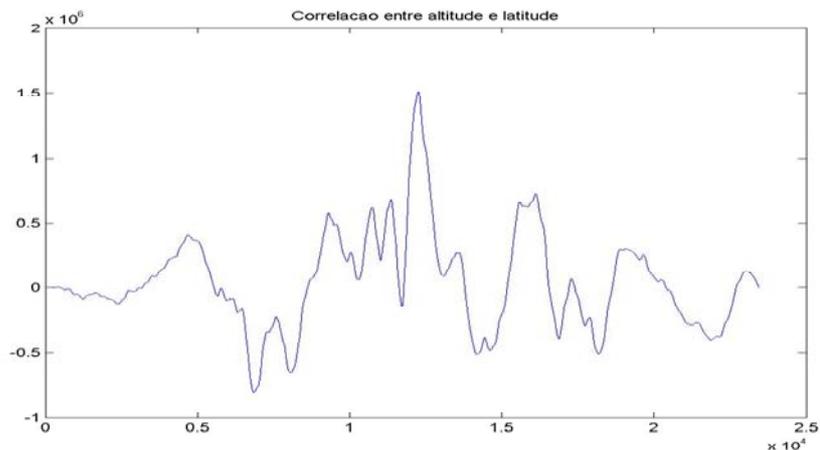


Figura 2.10 - Correlação Entre Altitude e Latitude

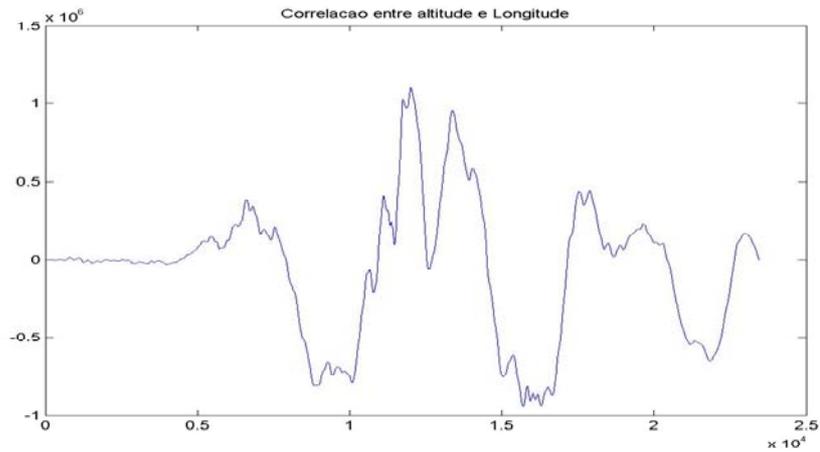


Figura 2.11 - Correlação Entre Altitude e Longitude

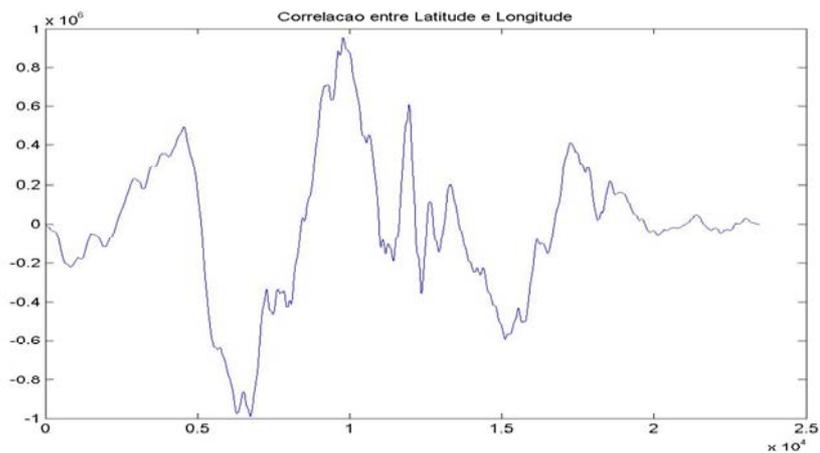


Figura 2.12 - Correlação Entre Latitude e Longitude

Nas figuras 2.10, 2.11 e 2.12 tem-se a correlação entre altitude longitude e latitude e verifica-se que os sinais são correlacionados, pois apresentam picos aquando da sobreposição dos sinais, o que era de esperar, pois as pseudo-distâncias são obtidas dos mesmos satélites logo os valores que elas têm, tem de estar naturalmente correlacionadas.

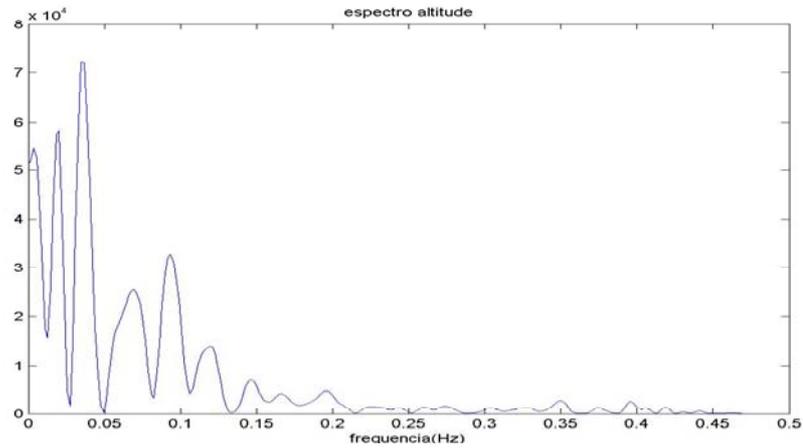


Figura 2.13 - Espectro Da Altitude

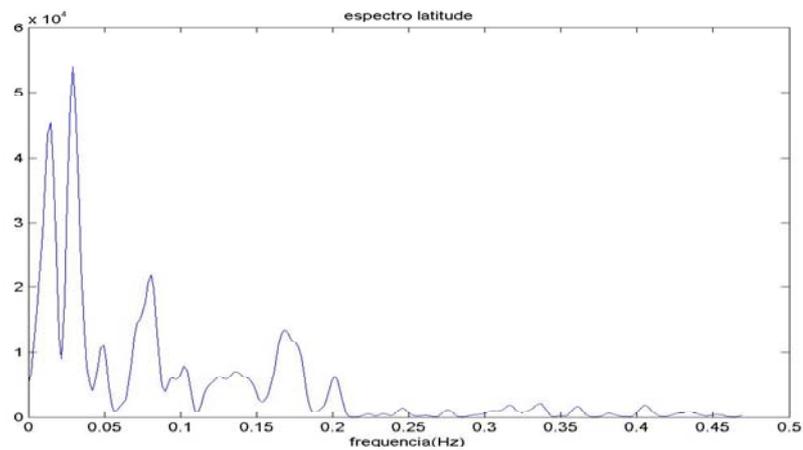


Figura 2.14 - Espectro Da Latitude

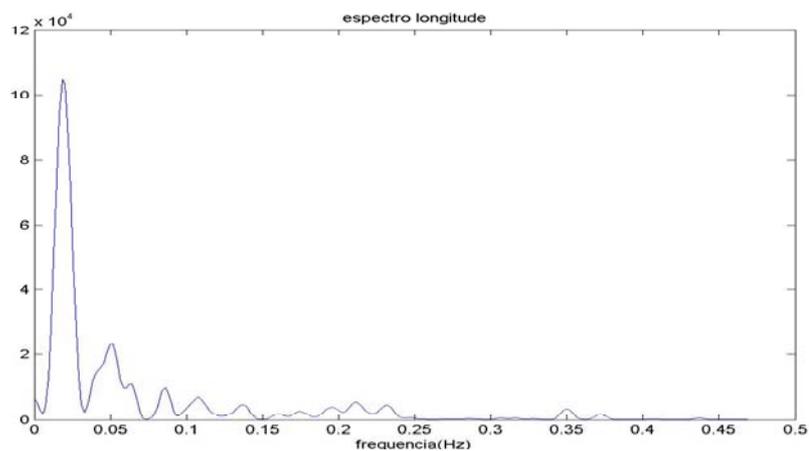


Figura 2.15 - Espectro Da Longitude

Nas figuras 2.13, 2.14 e 2.15 tem-se o espectro pela análise em frequência dos dados à saída do GPS e pela sua análise verifica-se que o GPS se comporta como um filtro passa baixo pelo que poderá ser caracterizado.

2.1) Estudo teórico

De maneira a compreender melhor como se pode caracterizar o GPS realiza-se uma simulação, partindo do princípio que se sabe que o sinal proveniente do GPS possui ruído e que os sinais possuem uma correlação entre si, efectua-se a seguinte abordagem ao problema:

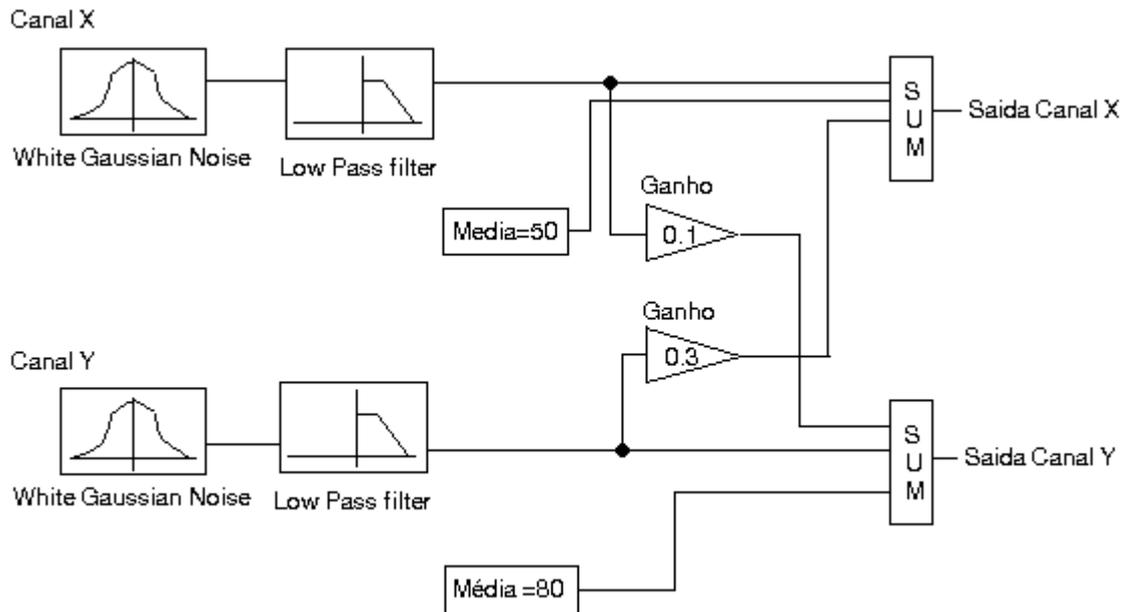


Figura 2.16 - Esquema para simulação dos Canais do Receptor

Fazendo ruído branco com uma certa variância passar por um filtro passa baixo de primeira ordem, e correlacionando os dois sinais à *posteriori* tem-se os seguintes gráficos:

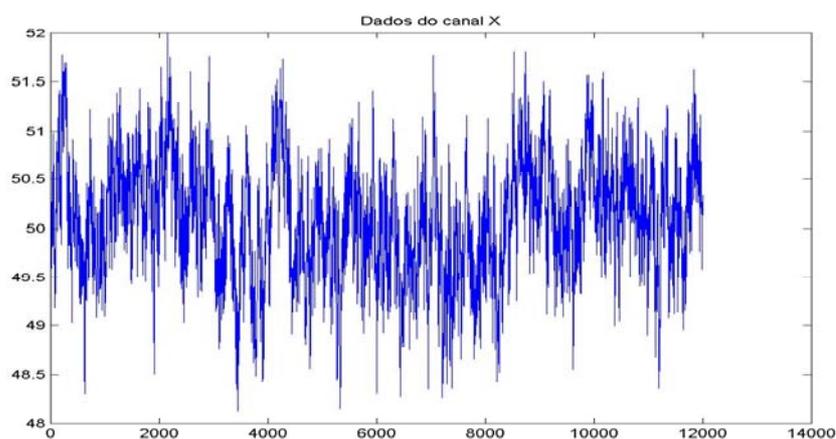


Figura 2.17 - Dados do Canal X

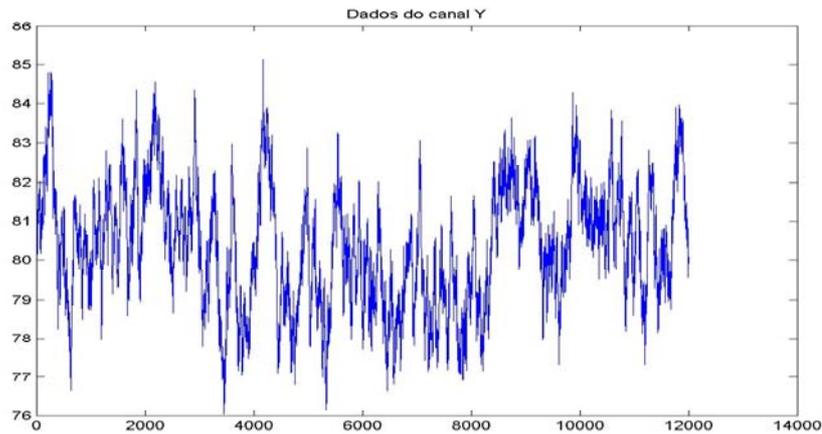


Figura 2.18 - Dados do Canal Y

As figuras 2.17 e 2.18 representam o ruído com uma certa variância, que é colocado á entrada.

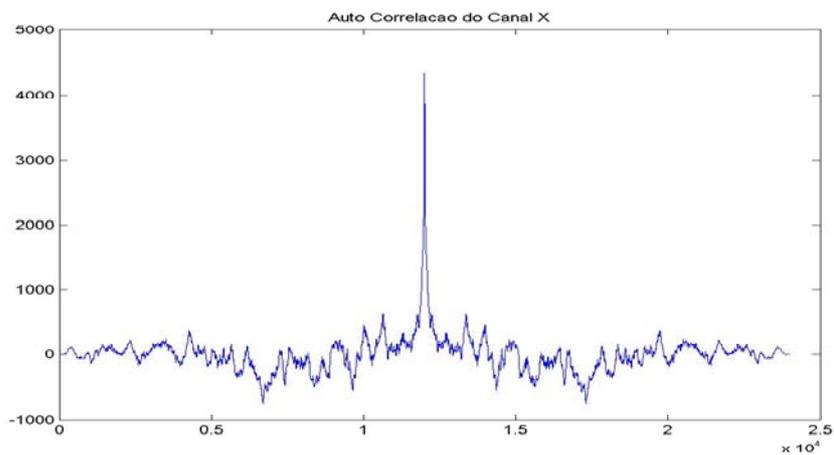


Figura 2.19 - Autocorrelação do Canal X

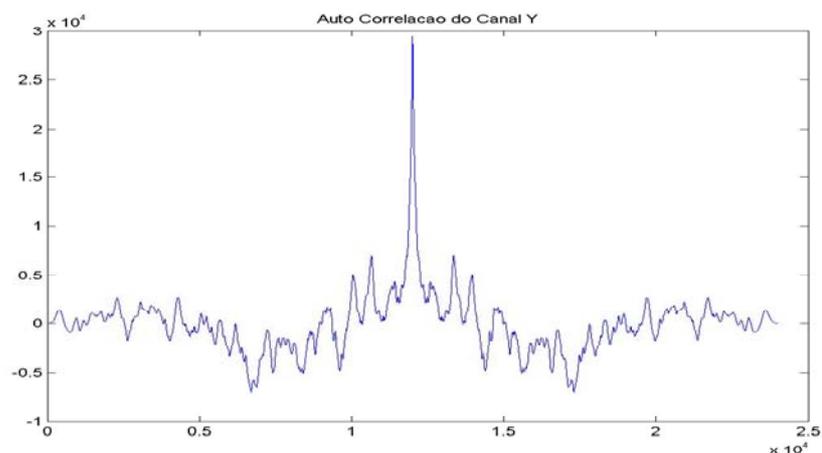


Figura 2.20 - Autocorrelação do Canal Y

As figuras 2.19 e 2.20 representam a autocorrelação entre os dois sinais, e como seria de esperar os respectivos picos quando os sinais estão sobrepostos e o decaimento exponencial quando afastados, que comparando com os dados reais existe uma certa

semelhança, no entanto agora tem-se exactamente ruído branco colocado à entrada, pelo que a autocorrelação tem o comportamento mais semelhante a um Dirac.

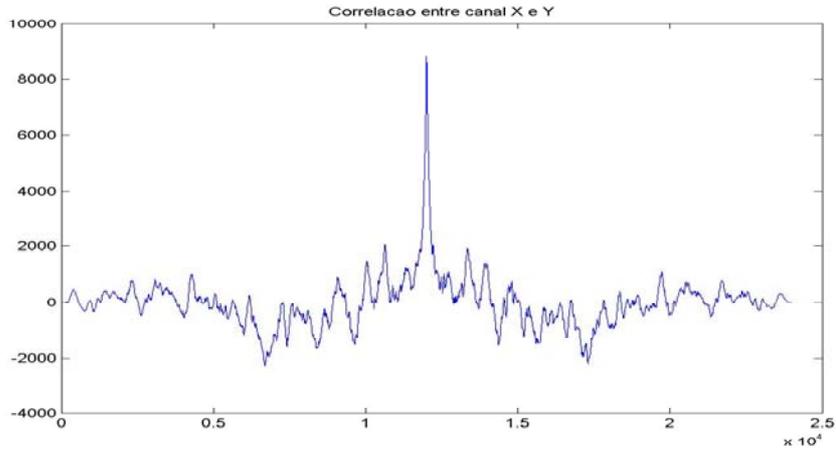


Figura 2.21 - Correlação entre os Canais X e Y

A figura 2.21 representa a correlação entre os sinais, e verifica-se exactamente o que se impôs que os sinais estão intimamente correlacionados, embora muito mais claro do que com os dados reais também se pode constatar o que já se tinha verificado, se os sinais estiverem correlacionados existe um pico bem acentuado quando sobrepostos.

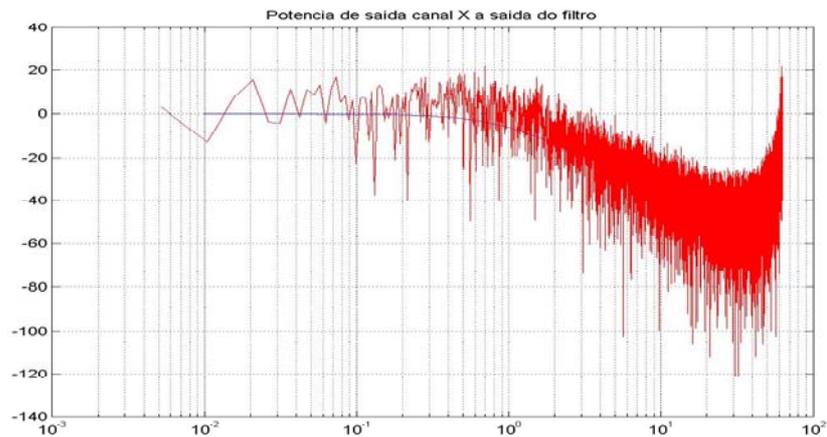


Figura 2.22 - Potência do Canal X à Saída do Filtro

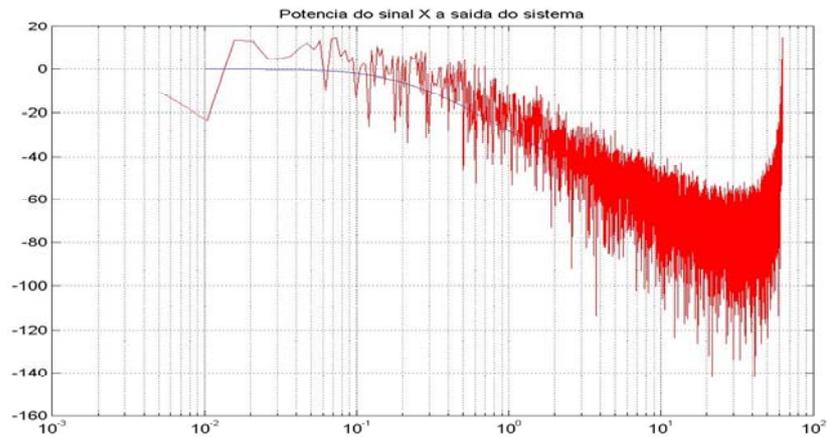


Figura 2.23 - Potência do Sinal de X à Saída do Sistema

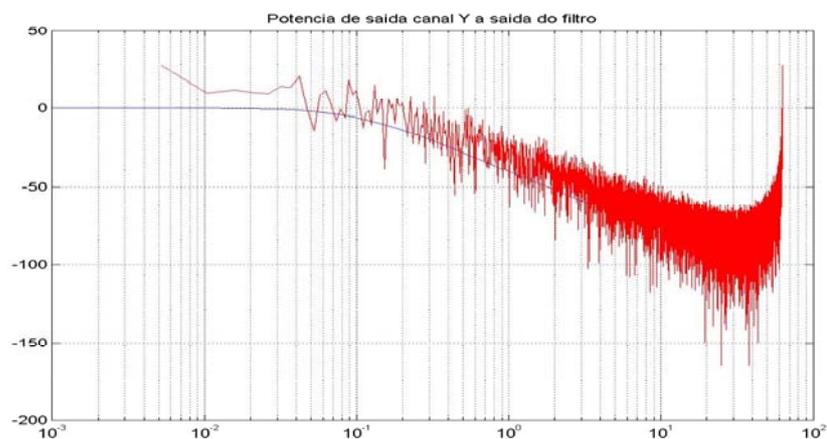


Figura 2.24 - Potência do Canal Y à Saída do Filtro

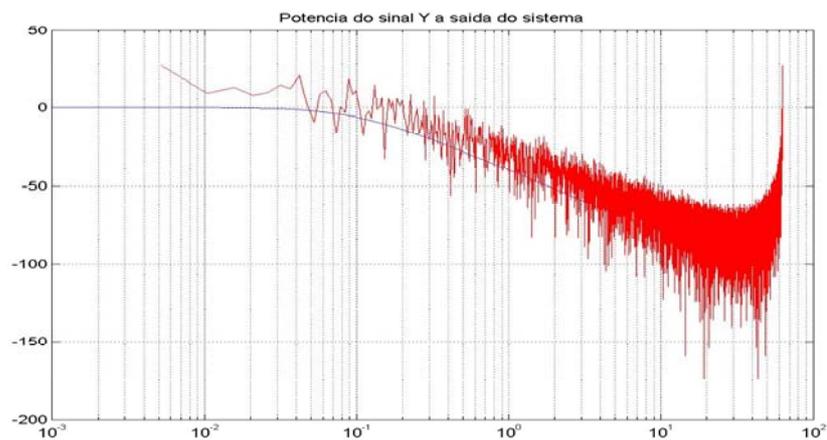


Figura 2.25 - Potência do sinal Y à Saída do Sistema

Como é fácil de verificar nas saídas dos sistemas tem-se características de um filtro passa baixo de primeira ordem com ruído pelo se pode tentar caracteriza-lo tentando fazer uma aproximação pelo método dos mínimos quadrados a um filtro de primeira ordem do tipo $\frac{A}{Bs + 1}$, no entanto neste caso faz-se $A=1$.

Os diagramas de Bode dos filtros que se coloca na simulação estão assim representados:

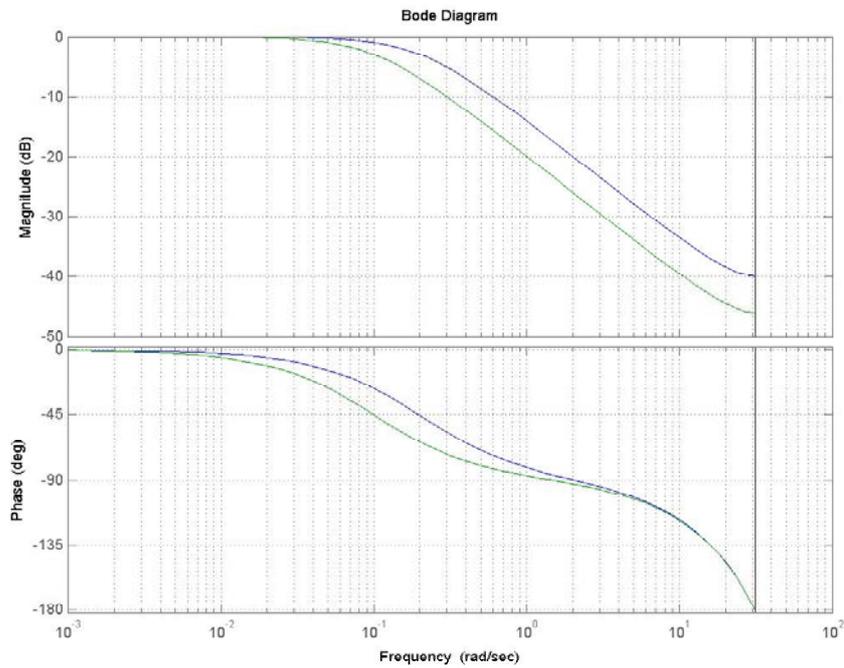


Figura 2.26 - Diagrama De Bode De Ambos os Canais

Em que a linha azul representa $\frac{1}{5s+1}$ o filtro do canal X e a linha verde $\frac{1}{10s+1}$, o filtro do canal Y.

Analisando as saídas do sistema afere-se que os dados do canal X (azul) e Y (verde) proporcionam os seguintes diagramas de bode e respectivos pólos.

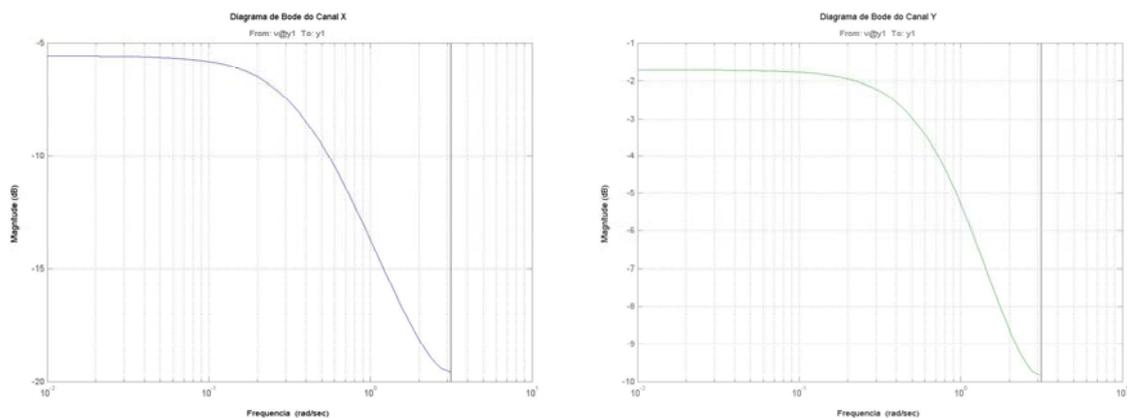


Figura 2.27 - Diagrama de Bode do Canal X e do Canal Y

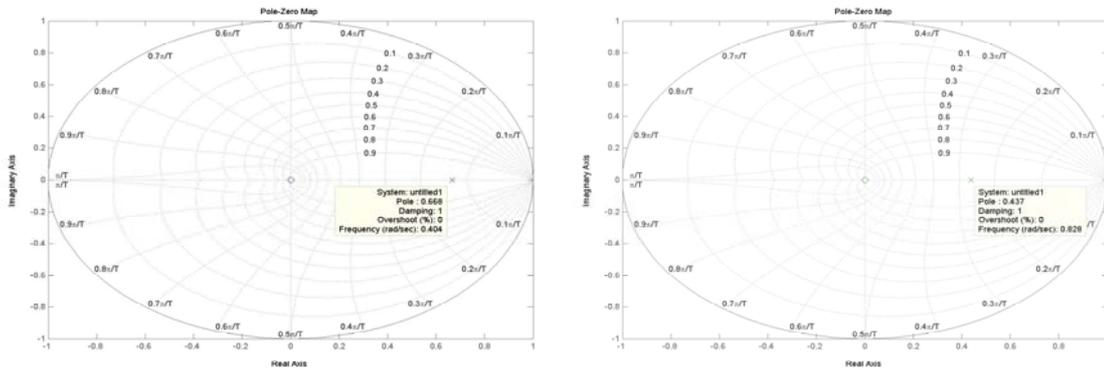


Figura 2.28 - Diagrama de Zeros e Pólos do Canal X e do Canal Y

Quanto aos ganhos do sistema pode-se aferir que o filtro que caracteriza o canal X, tem ganho $K=0.2132$ e $K=0.6796$ para o ganho do filtro do canal Y

2.2) Conclusão

Efectuando a mesma abordagem que para o estudo teórico pode-se analisar e perceber através dos diagramas de bode dos dados da altitude, longitude e altitude, que o GPS analisado pode ser caracterizado como um filtro passa baixo com pólos perto de 10^{-1} e ganhos iniciais elevados na ordem dos 100dB, como se pode verificar nos gráficos seguintes.

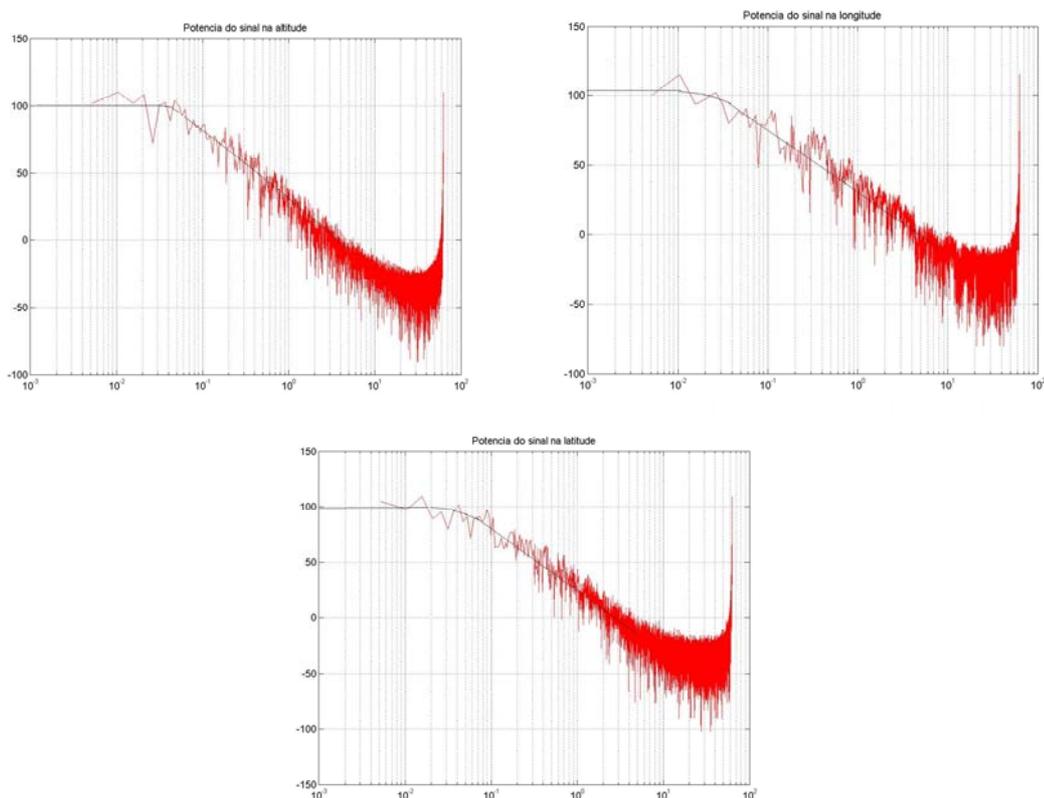


Figura 2.29 - Potência dos sinal recolhidos

3) Ficheiros Rinex

3.1) Objectivos

Nesta parte do trabalho pretende-se converter os dados fornecidos pelo GPS Motorola Oncore de 8 canais para dados do tipo Rinex 2.10.

Esta transformação é feita devido ao facto de os ficheiros do tipo Rinex terem sido criados para facilitarem a troca de dados GPS, e serem utilizados pela maior parte dos receptores de GPS, mas não pelo fabricante em questão.

Uma vez transformados os ficheiros Oncore em ficheiros Rinex, vai-se poder alimentar um programa de pós-processamento, o Astech Solutions que recolhe os dados Rinex de um receptor de GPS, e em conjunto com os dados de uma estação base próxima, poder fazer uma correcção diferencial e assim obter uma maior precisão de posicionamento assim como um menor erro associado.

3.2) Formato RINEX 2.10

A maioria do software de processamento geodésico de dados de GPS tem uma gama bem definida de variáveis essenciais:

- As medidas da fase da portadora de uma ou das duas portadoras
- A medida da pseudo-distância (código), que é equivalente à diferença entre o tempo de recepção (expresso na fracção de tempo do receptor) e o tempo de transmissão (expresso na fracção de tempo de satélite) de um sinal de satélite distinto
- O tempo de observação, sendo este a leitura do relógio do receptor no instante de validação da fase da portadora.

Usualmente o software assume que o tempo das observações é válido para ambas as fases e para todos os satélites medidos. Consequentemente todos esses programas não necessitam de maioria da informação armazenada pelos receptores. Necessitam da fase, código, os tempos definidos anteriormente, e alguns dados relacionados com o receptor como o nome da estação de recepção, altura da antena, etc.

Correntemente o formato RINEX consiste em seis ficheiros do tipo ASCII.

1. Ficheiros de dados de Observação
2. Ficheiros de dados de Navegação
3. Ficheiros de dados Meteorológicos
4. Ficheiros de mensagem de Navegação do tipo GLONASS
5. Ficheiros de mensagem de Navegação do tipo GEO
6. Ficheiros de dados de relógio do satélite e do receptor

Para o pós-processamento apenas se irá utilizar os ficheiros de dados de navegação e observação.

Cada ficheiro contém numa secção de cabeçalho e numa secção de dados. A secção do cabeçalho possui informação global do ficheiro de dados, e é colocado no início do ficheiro. A formatação destes ficheiros é rígida e tem de ser respeitada.

O formato destes ficheiros foi construído de forma otimizada para que ocupe o mínimo de espaço, independentemente do número de observações de um receptor específico indicando no cabeçalho o tipo de observações que vão ser armazenadas.

As Observações de GPS incluem três quantidades fundamentais que necessitam de ser definidas: Tempo, Fase e pseudo-distância.

- **Tempo:**

O tempo das medidas é o tempo de recepção dos sinais recebidos. É idêntico à fase e distância das medidas e é idêntico para todos os satélites observáveis naquele período. É expresso em GPS time.

- **Pseudo-Distância:**

A pseudo-distância, pseudo-range (PR) é a distância da antena de recepção à antena do satélite incluindo os atrasos de relógio do satélite e do receptor (e outros atrasos como os atrasos atmosféricos etc.), e é dada por:

$$\rho = c(t_{rcve} - t_{xmit}) \quad (3.1)$$

Onde:

t_{rcve} = Tempo de Recepção

t_{xmit} = Tempo de Transmissão

Esta é talvez a medida fundamental que um receptor de GPS faz, e reflecte o actual comportamento dos relógios de receptor e satélite. A pseudo-distância é armazenada em unidades de metro.

Para o tempo de transmissão tem que se considerar:

t_e = tempo de transmissão do GPS do ultimo "epoch" código recebido antes de treve

X = Estado do Código em treve

C_r = taxa de impulsos do código C/A

Pelo que:

$$t_{xmit} = t_e + \frac{X}{c} \quad (3.2)$$

Se se conseguir medições de um mínimo de quatro satélites diferentes, existe informação suficiente para se resolver as equações para a posição (X,Y,Z).

Estas equações são obtidas igualando a pseudo-distância de cada satélite, com a distância desconhecida entre o utilizador e o satélite e somando o erro devido ao erro do relógio do receptor.

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \sqrt{(x_1 - X)^2 + (y_1 - Y)^2 + (z_1 - Z)^2} + C_b \\ \rho_2 &= \sqrt{(x_2 - X)^2 + (y_2 - Y)^2 + (z_2 - Z)^2} + C_b \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\rho_n = \sqrt{(x_n - X)^2 + (y_n - Y)^2 + (z_n - Z)^2} + C_b$$

Onde ρ_i é a pseudo-distância do satélite cujas coordenadas no instante de transmissão são (x_i, y_i, z_i) e C_b é o erro do relógio do receptor.

- **Fase:**

A Fase, é a fase da portadora medida em unidades inteiras de ciclo em L1 e L2. A Fase muda da mesma maneira que a distância (doppler negativo). As observações da Fase entre períodos têm de ser ligadas incluindo o número inteiro de ciclos. As observações de Fase não são corrigidas por factores externos como refração atmosférica, atrasos de relógio de satélite, etc.

$$\text{Tempo}(corr) = \text{Tempo}(r) - dT(r)$$

$$PD(corr) = PD(r) - dT(r).c$$

$$\text{Fase}(corr) = \text{Fase}(r) - dT(r).frequência$$

Onde:

dT = Diferença Temporal

$corr$ = Corrigido

PD = Pseudo- Distância

$Frequência(L1) = 1575420000\text{Hz}$

- **Doppler:**

O sinal do desvio de doppler é uma observação adicional, e definida usualmente como: Positivo para um satélite em aproximação.

Este efeito traduz um desvio na frequência devido à inércia dos satélites.

3.3) Conversão Oncore para RINEX 2

A partir das tramas que são fornecidas pelo GPS Motorola, e com o software de processamento, foram recolhidos dados de posicionamento durante um certo período de tempo. Esses dados foram guardados em formato binário Motorola.

Para converter essas tramas de dados em tramas do formato RINEX, fez-se um programa em C ao qual é denominado onc2rin, este recebe as tramas em formato binário que são fornecidas directamente pelo GPS e estão armazenadas num ficheiro previamente definido, e cujas saídas são dois ficheiros do tipo Rinex, um de Navegação que tem como extensão .04n e um de Observação .04.

Para uma correcta transformação nas variáveis que os ficheiros Rinex utilizam é necessário recorrer às formulas que estão descritas no capítulo anterior e à descrição fornecida por “Rinex Format Version 2.10, Astronomical Institute, University of Berne” e também ao documento “ICD-GPS-200”, Interface Control Document (ICD) que define os requerimentos relacionados com a interface entre o sector espacial do GPS e o segmento a nível da navegação do utilizador.

Após a completa execução dos programas que transformam as tramas Oncore em ficheiros Rinex, estes mesmos ficheiros alimentam um programa de detecção de erros e configuração de ficheiros Rinex, ao qual o relatório deste programa afirma que os ficheiros Rinex obtidos estão correctos.

Para obter os ficheiros, o que se fez foi, tal como foi dito atrás, decodificar ficheiros binários no formato Motorola, em particular a trama das efemérides.

Seria interessante descrever aqui a forma como a Motorola escolheu para formatar essas tramas, até mesmo para se poder explicar o software desenvolvido, mas dado que essa informação não é divulgada abertamente pela Motorola, optou-se por não se explicar aqui esse aspecto.

Vai-se isso sim, ver que valores estão contidos nessas tramas, que por sua vez são usados nos algoritmos para calcular a posição dos satélites.

Assim tem-se que as efemérides contêm os seguintes valores:

M_0	Anomalia média no tempo de referencia
Δn	Diferencia Média de Movimento do valor calculado
e	Excentricidade
\sqrt{a}	Raiz quadrada do semi-eixo maior
Ω_0	Longitude do nó ascendente do plano orbital na “epoch” semanal
i_0	Ângulo de inclinação no tempo de referencia
ω	Argumento do perigeu
$\dot{\Omega}$	Taxa de ascensão direita
IDOT	Taxa de inclinação do ângulo
Cuc	Amplitude do termo de correcção do coseno harmónico ao argumento da latitude
Cus	Amplitude do termo de correcção do seno harmónico ao argumento da latitude
Crc	Amplitude do termo de correcção do coseno harmónico ao argumento do raio da orbita
Crs	Amplitude do termo de correcção do seno harmónico ao argumento do raio da orbita
Cic	Amplitude do termo de correcção do coseno harmónico ao argumento do ângulo de inclinação
Cis	Amplitude do termo de correcção do seno harmónico ao argumento do ângulo de inclinação
t_{0e}	Tempo de referencia da efeméride
IODE	Tempo de emissão de dados da efeméride.

Estes são os dados contidos nas tramas do Receptor, e são os dados incluídos nos ficheiros Rinex.

As equações do algoritmo para o cálculo da posição dos satélites, não foram usadas, visto que a ferramenta de pós-processamento devia pegar nos ficheiros Rinex e executar a seu processamento, no entanto essas equações podem ser consultadas em [2].

3.4) Pós Processamento

Sempre foi objectivo desde o início deste capítulo, que a transformação dos ficheiros Oncore para Ficheiros do tipo Rinex servisse para a posterior alimentação de um programa de pós-processamento, o Astech Solutions, programa este que reduziria os erros dos dados do GPS pois juntamente com os dados Rinex de uma estação de base admitida como muito fiável, este programa diminuiria significativamente os erros das medições feitas.

Após a transformação dos dados para formato Rinex, os ficheiros originados alimentaram um programa de detecção de anomalias em ficheiros Rinex o “Teqc” programa

este que reproduziu um relatório afirmando que os ficheiros analisados não possuíam erros pelo que seguidamente se estava em condições de fazer o pós-processamento.

Quando finalmente o programa de pós-processamento foi alimentado com os ficheiros gerados pelo programa onc2rin, e pelos ficheiros gerados pela estação base do IST, não foi possível fazer o programa reconhecer os ficheiros do IST, como ficheiros válidos de formato Rinex.

Após muito tempo despendido a fazer trabalho de “troubleshooting”, tanto nos ficheiros gerados pelo programa onc2rin, como nos ficheiros do IST, ficou a saber-se que os ficheiros do IST são ficheiros válidos em formato Rinex, e são reconhecidos por outras ferramentas de pós-processamento, essas ferramentas não foram utilizadas para a continuação do estudo pois apenas são disponibilizadas em formato de demonstração, tendo por isso as suas capacidades muito reduzidas ao nível do tamanho dos ficheiros que se poderia usar, tamanho esse que em última análise se traduz no tempo em que se poderia adquirir dados. Esta situação revelou-se inaceitável, pois com tempo de aquisição tão reduzido não seria sequer possível estabilizar valores para uma conclusão fiável.

Foi também conseguido que a ferramenta disponível reconhece-se os ficheiros gerados pelo programa onc2rin como ficheiros Rinex válidos, coisa que não acontece com os do IST, no entanto o programa não conseguiu o processamento dos mesmos, inviabilizando a utilização desses ficheiros com ficheiros de outras estações que não a do IST.

3.5) Conclusão

Infelizmente, este capítulo não teve o desenvolvimento esperado tendo sido um dos maiores contratempos neste trabalho, tanto pelo tempo investido no desenvolvimento de software específico e único, que acabou por não ter a utilidade que se esperaria, como pela falta de resultados com que no final se deparou.

De qualquer forma, fica o software desenvolvido, e todo o estudo sobre ficheiros Rinex e a sua utilidade.

No anexo B, encontram-se extractos dos ficheiros gerados pelo programa desenvolvido ao longo deste trabalho.

4) Estimação Do Ângulo De Uma Barra Basculante Usando Um Sensor e Um Filtro De Kalman

4.1) Introdução do Problema

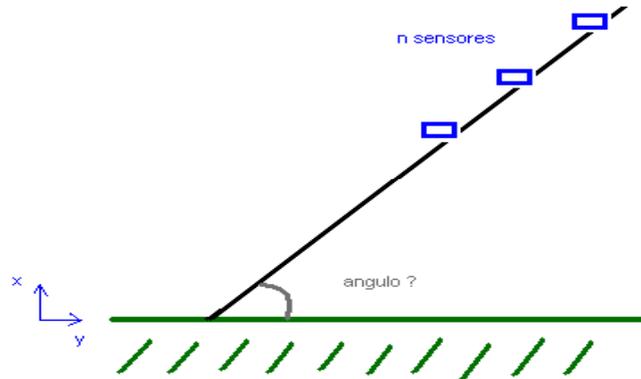


Figura 4.1 - Representação De Sensores Numa Barra Basculante

O problema agora consiste em obter uma leitura do ângulo tal como é mostrado na figura 4.1, o erro feito na medida é independente do ângulo que se está a medir, logo para facilitar as contas, imagine-se que se está a medir um ângulo de 45°. O problema é o ruído, logo não se está a particularizar o problema, mas sim a usar uma referência para o ângulo.

O comprimento da barra, tal como o ângulo deve ser genérico, para se poder fazer uma simulação usou-se $L=500u$ (u =unidades), mais uma vez não se perde generalidade, a extensão para qualquer L é trivial.

Os sensores dão a posição em coordenadas x e y e estão afectados de um erro de medida w_x e w_y . Sendo assim, o ângulo θ é dado da seguinte maneira:

$$\theta = \arctan\left(\frac{y + w_y}{x + w_x}\right) \quad (4.1)$$

onde

$$\begin{aligned} w_y &\sim N(0, \sigma_y^2) \\ w_x &\sim N(0, \sigma_x^2) \end{aligned} \quad (4.2)$$

fazendo

$$f_z(z) = \left(\frac{y + w_y}{x + w_x} \right) = \left(\frac{\frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}}}{\frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}}} \right) \quad (4.3)$$

obtém-se que $f_z(z)$ é do tipo

$$f_z(z) = k.e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z-m)^2} \quad (4.4)$$

onde

$$m = \mu_y \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} + \mu_x \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \quad (4.5)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_x^2 \sigma_y^2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

faça-se então

$$f_\theta(\theta) = \frac{f_z(z)}{|g'(z)|} \quad (4.6)$$

com

$$g(x) = \arctan(z)' = \frac{1}{1+z^2} \quad (4.7)$$

logo

$$f_\theta(\theta) = \frac{k.e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(z-m)^2}}{\left| \frac{1}{1+z^2} \right|} \quad (4.8)$$

obtém-se assim a figura 4.2, para arctan f(x) com f(x) gaussiana.

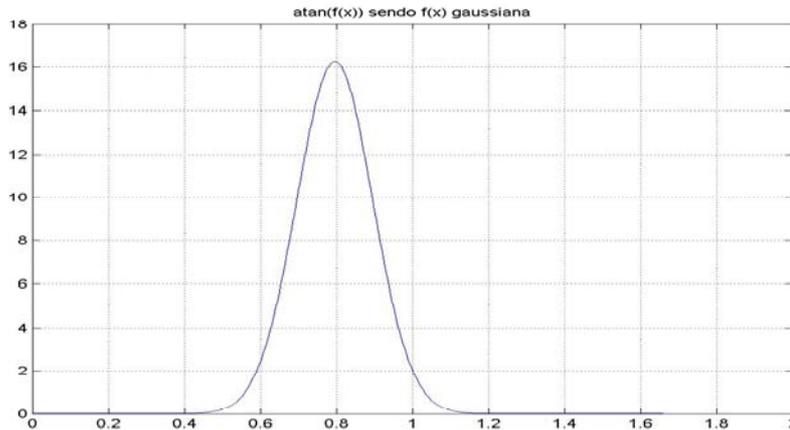


Figura 4.2 - Arctg(f(x)) Sendo f(x) Gaussiana

Nota: O gráfico foi obtido da função $f_{\theta}(\theta)$ com os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned}
 k &= 10 \\
 \sigma &= 0.1 \\
 m &= \frac{\pi}{4}
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

Embora não seja uma gaussiana é algo muito aproximado e que deve ser possível aproximar a uma gaussiana. Logo o problema pode ser visto como sendo um filtro que transforma a entrada gaussiana numa saída também ela gaussiana.

Pergunta: Se só se tiver um sensor, onde é que este se deve colocar para minimizar o erro de leitura?

Usando a fórmula:

$$\theta = \text{artg} \left(\frac{y + \varepsilon_y}{x + \varepsilon_x} \right)
 \tag{4.10}$$

E fazendo variar x e y chega-se à figura 4.3.

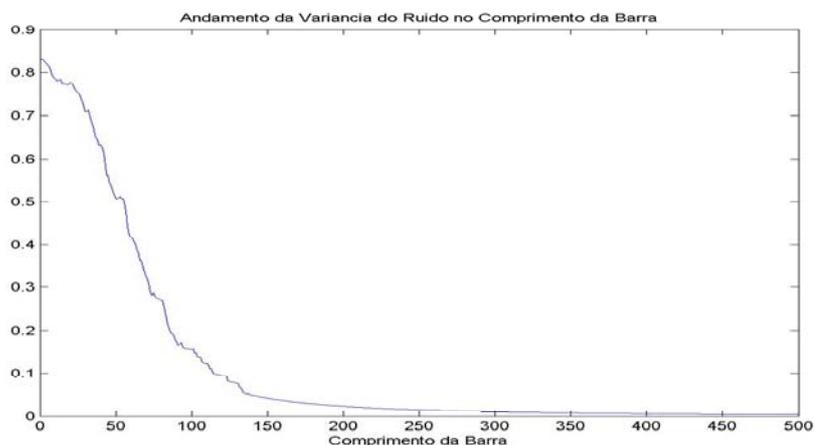


Figura 4.3 – Andamento Da Variância Do Ruído No Comprimento Da Barra

Quanto mais afastado do centro de massa (não esquecer a simetria do problema) estiver o sensor, menos erro este introduz. Assim, o sensor deve ser colocado no final da barra, pois é lá que os efeitos dos erros cometidos pelo sensor menos se fazem sentir.

Na figura 4.4 tem-se a leitura que o sensor faz no final da barra.

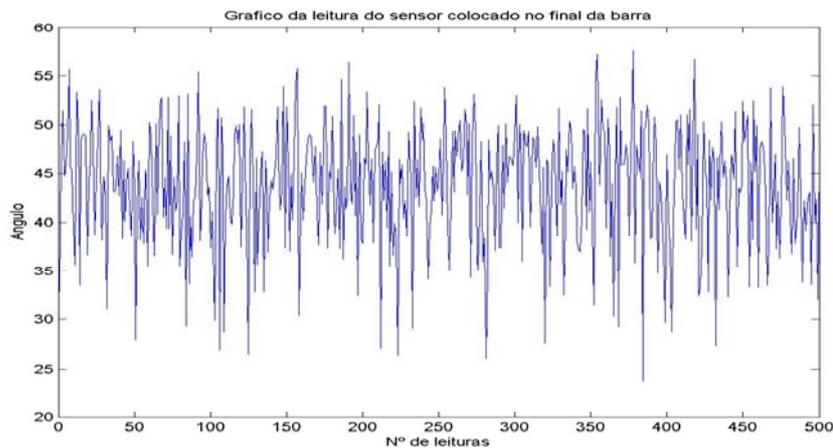


Figura 4.4 - Leitura Do Sensor Colocado No Final Da Barra

Qual o ângulo que se pode estimar só com este sensor, e qual o erro cometido nessa estimação?

O ângulo estimado pode obter-se usando a média das 500 medições feitas no gráfico em cima, assim obtêm-se:

$$\hat{\theta} = 44.5077^\circ \quad (4.11)$$

O erro que se obtêm deste sensor é:

$$\varepsilon_1 = \left| \theta - \hat{\theta} \right| = \left| 45^\circ - 44.9263^\circ \right| = 0.0737^\circ \quad (4.12)$$

tem-se ainda que:

$$\text{Variância} \approx \frac{1}{N} \sum (\theta - \hat{\theta})^2 = 0.0487 \quad (4.13)$$

Notar que este erro é bastante bom, mas para o obter na realidade seria necessário uma medição com 500 sensores todos no final da barra.

Uma ideia mais realista seria, por exemplo, colocar mais um ou dois sensores no final da barra, e obtêm-se assim para dois e três sensores respectivamente.

$$\hat{\theta}_2 = 43.1835^\circ \Rightarrow \varepsilon_2 = 1.8165^\circ \quad (4.14)$$

$$\hat{\theta}_3 = 44.1121^\circ \Rightarrow \varepsilon_2 = 0.8879^\circ \quad (4.15)$$

A ideia agora é melhorar estes erros, usando mais sensores.

Colocam-se assim duas questões:

1ª-Onde colocar os outros sensores? (já se viu que no final da barra resulta, mas será esse um resultado otimizado?)

2ª-Quantos sensores se devem colocar na barra?

A 2ª pergunta é bastante mais fácil de responder do que a primeira, devem colocar-se sensores suficientes para se respeitar as exigências que nos são pedidas no problema. Isto é o numero de sensores a colocar na barra terá que ser tal que, um erro máximo previamente fixado nunca seja ultrapassado.

Onde colocar os sensores?

Outra maneira de ver o assunto será do ponto de vista prático uma vez que o erro que afecta um sensor numa determinada posição na barra em relação ao seu valor real afectará todos os outros sensores nessa mesma posição, o que se está a tentar dizer é que existe uma correlação muita elevada entre sensores colocados numa mesma posição, e até porque na prática deverá ser impossível colocar mais do que um sensor numa mesma posição ao longo da barra. Portanto além do sensor colocado no final da barra, o seguinte deverá ser colocado suficientemente afastado de modo a que os erros entre sensores estejam pouco relacionados e a precisão possa aumentar em relação a um só sensor.

No entanto como já se constatou anteriormente quanto mais afastado do final da barra mais preciso é o sensor logo o peso que essa medição terá sobre um valor estimado final será maior que qualquer outra medição de um sensor mais próximo da origem, sendo que o somatório de todos os pesos a dar a cada sensor totaliza 1.

Que outras medidas se podem tomar para melhorar a estimação?

Dadas as tecnologias de hoje em dia irá supor-se que todos os sensores estão ligados a um computador que recebe constantemente os dados transmitidos por os sensores, sendo assim uma técnica que melhora a estimação de um determinado valor é utilizar um filtro de Kalman, uma vez que utiliza a predição segundo um certo peso, e a medição recebida dos sensores filtro de Kalman que é um filtro digital de múltiplas entradas e múltiplas saídas que pode em tempo real estimar o parâmetro de um sistema baseado nas suas saídas com ruído.

O esquema do filtro apresenta-se na figura 4.5

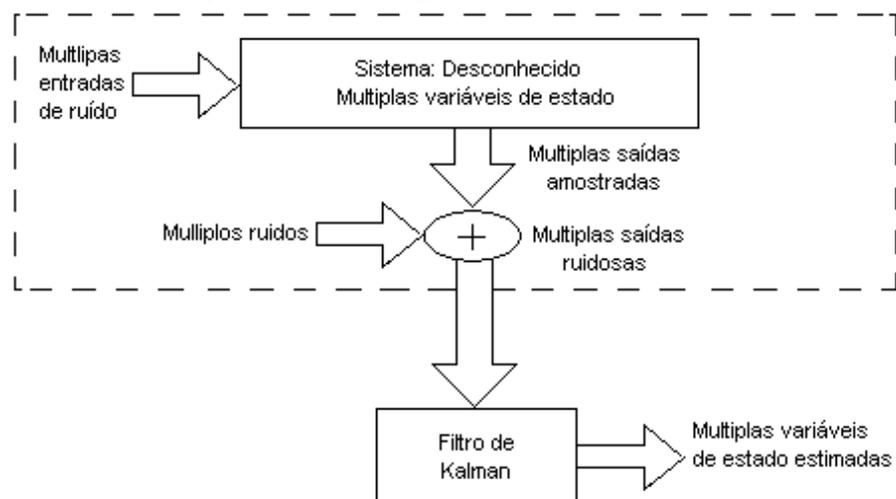


Figura 4.5 - Esquema Do Filtro De Kalman

4.2) O Modelo do Processo

Antes de se iniciar vai-se aqui esquematizar o algoritmo do filtro. Este algoritmo pode ser descrito por:

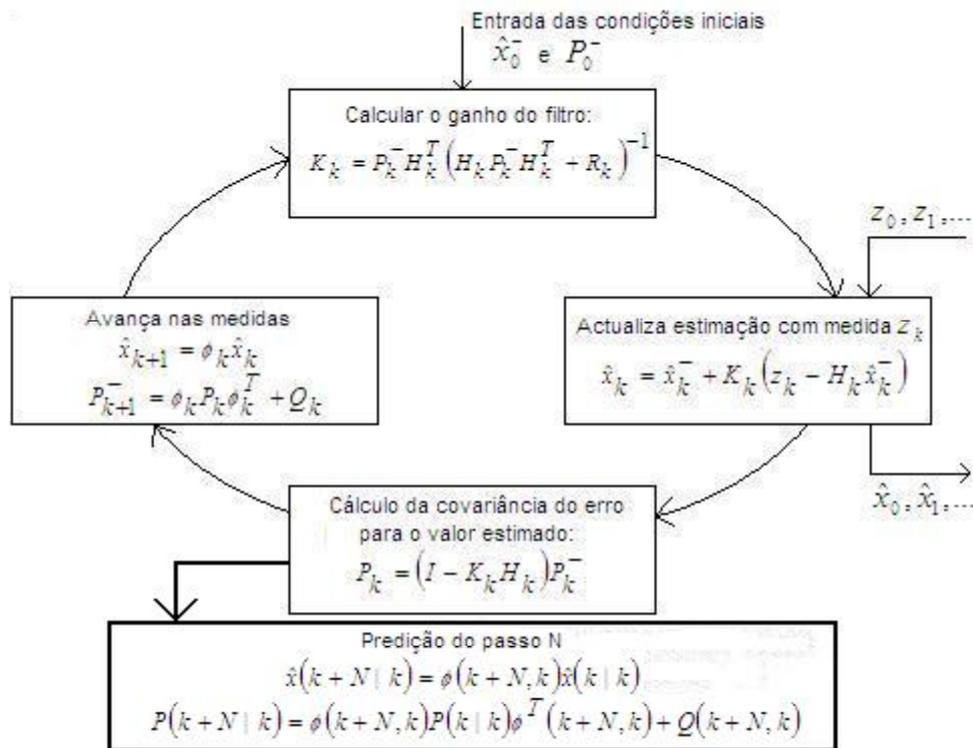


Figura 4.6 - Algoritmo Do Filtro De Kalman

Na figura acima, a “caixa” a bold, não faz parte do ciclo “normal” do filtro mas sim da predição.

Vai ser usado um filtro de Kalman discreto.

A equação representativa do processo será do tipo

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + w_{k-1} \quad (4.16)$$

E a equação para as medidas do sensor será do tipo

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (4.17)$$

onde

$$\begin{aligned} p(w) &\sim N(0, Q) \\ p(v) &\sim N(0, R) \end{aligned} \quad (4.18)$$

4.3) Significado das Variáveis

Tanto v_k como w_k representam ruídos na medição e ruído do processo respectivamente.

A matriz A , relaciona a passagem do estado $k-1$ para o estado k .

A matriz B , representa uma entrada opcional de controlo.

A matriz H , representa o estado da medição z_k .

Neste caso, quer-se medir um ângulo que nos é dado por um sensor, mas que a medida do mesmo vem afectada de ruído, as equações anteriores serão:

$$\begin{aligned}x_k &= Ax_{k-1} + Bu_k + w_k = x_{k-1} + w_k \\z_k &= Hx_k + v_k = x_k + v_k\end{aligned}\tag{4.19}$$

Isto acontece porque o estado não é alterado $A=1$, não existe entrada de controlo $u=0$ e a medida é directamente do estado $H=1$.

4.4) O Filtro

O filtro de Kalman faz a estimação usando realimentação de controlo.

A ideia é que o filtro faz a estimação do parâmetro que se quer medir e posteriormente usando as medidas com ruído, faz a correcção dessa estimação.

Assim vai-se ter dois tipos de equações:

1º-Equações temporais (Estimação)

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^- &= A\hat{x}_{k-1} + Bu_k \\P_k^- &= AP_{k-1}A^T + Q\end{aligned}\tag{4.20}$$

2º-Equações das medições (Correcção)

$$\begin{aligned}K_k &= P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \\ \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H\hat{x}_k^-) \\ P_k &= (1 - K_k H)P_k^{-1}\end{aligned}\tag{4.21}$$

Onde P_k é a estimação da covariância do erro à *posteriori*, P_k^- a estimação da covariância do erro à *priori*, \hat{x}_k^- e \hat{x}_k tem o mesmo significado mas para os estados.

Sendo

$$\begin{aligned}e_k^- &\equiv x_k - x_k^- \\ e_k &\equiv x_k - \hat{x}_k\end{aligned}\tag{4.22}$$

tem-se que

$$\begin{aligned}P_k^- &= E[e_k^- e_k^{-T}] \\ P_k &= E[e_k e_k^T]\end{aligned}\tag{4.23}$$

Neste caso tem-se para o filtro as seguintes equações:

1º-Equações temporais (Estimação)

$$\begin{aligned}\hat{x}_k^- &= \hat{x}_{k-1} \\ P_k^- &= P_{k-1} + Q\end{aligned}\tag{4.24}$$

2º-Equações das medições (Correcção)

$$K_k = P_k^- (P_k^- + R)^{-1} = \frac{P_k^-}{P_k^- + R}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - \hat{x}_k^-)$$

$$P_k = (1 - K_k) P_k^-$$
(4.25)

4.5) A Simulação

Vai-se agora fazer a simulação do filtro, os parâmetros iniciais do filtro são: $x_0 = 40^\circ$ e $P_0 = 1$. A variância do ruído nas medidas é 0.1, e a variância do processo é considerada nula.

Obteve-se a figura 4.7, que representa as medições e o andamento do filtro ao longo do tempo.

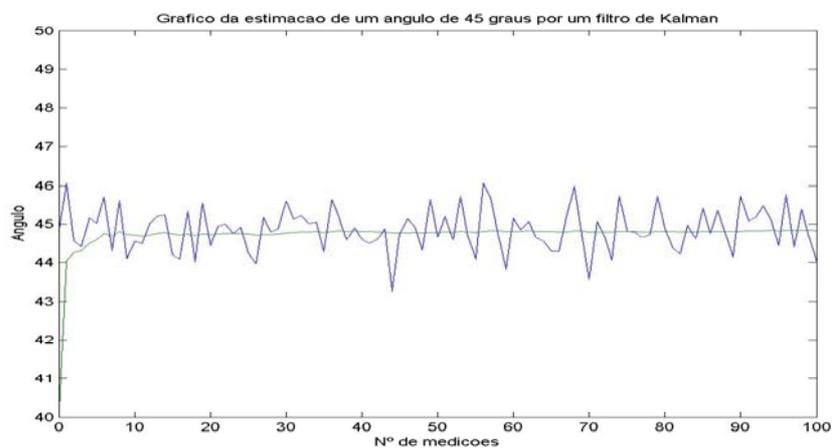


Figura 4.7 - Estimação De Um Ângulo De 45°, Por Um Filtro De Kalman

4.6) O Ganho

A variação do ganho do sistema, para um numero de sensores entre 1 e 3 é dada pela figura 4.8

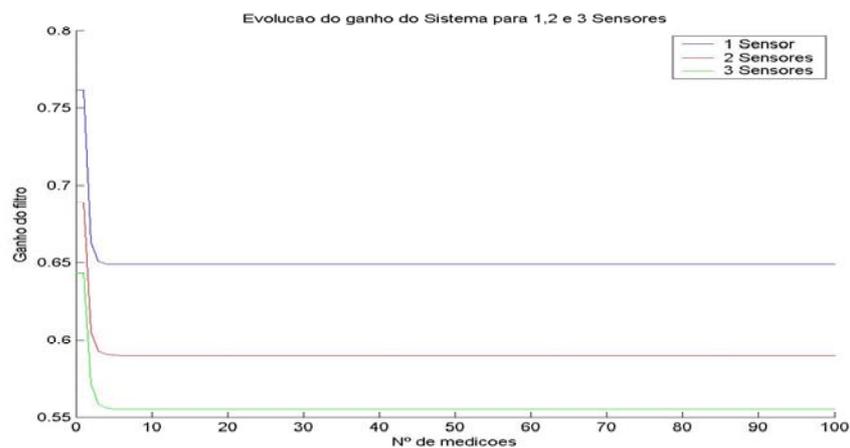


Figura 4.8 - Evolução Do Ganho Do Sistema

Na figura anterior pode-se verificar que o ganho do sistema, melhora quanto maior o numero dos receptores, isto é, devido a que os erros que afectam os vários receptores são diferentes e assim, se diluem pelos vários receptores, melhorando a performance geral do sistema.

Ao fim de um pequeno numero de medições o ganho do filtro torna-se aproximadamente constante, neste caso tem-se que $K_k \approx 0.6180$.

É pertinente neste caso a questão de como varia o ganho do filtro quando é alterada a variância do processo. Para responder a esta pergunta são simulados vários filtros de Kalman, em que o parâmetro da variância do processo foi alterado, obtêm-se assim uma representação gráfica da evolução do ganho do filtro (quando este estabiliza), em função dessa variância. Essa representação encontra-se na figura 4.8.

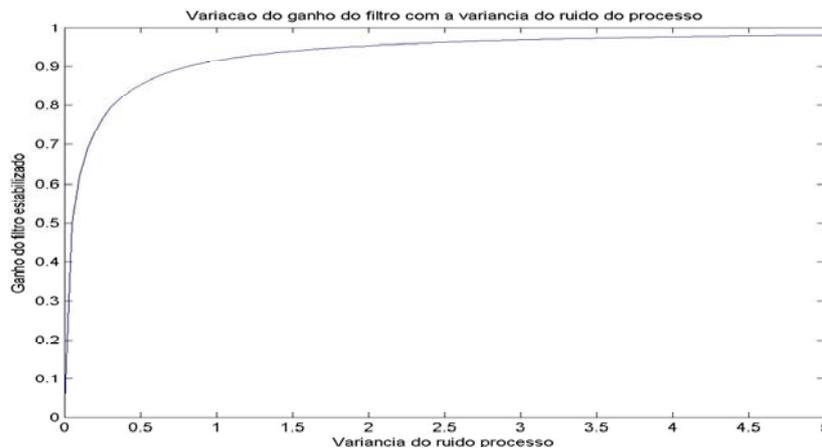


Figura 4.9 - Variação Do Ganho Do Filtro Com a Variância De Ruído Do Processo

A figura 4.9 foi obtida usando para a variância do ruído nas medições o valor constante de $R=0,1$.

Vai-se agora estudar o efeito da variância do ruído das medições no ganho do filtro. De modo análogo, vão-se simular vários filtros com variâncias do ruído nas medições distintas, e tirar de cada um desses filtros o ganho após estabilização.

Obtêm-se assim a figura 4.10.

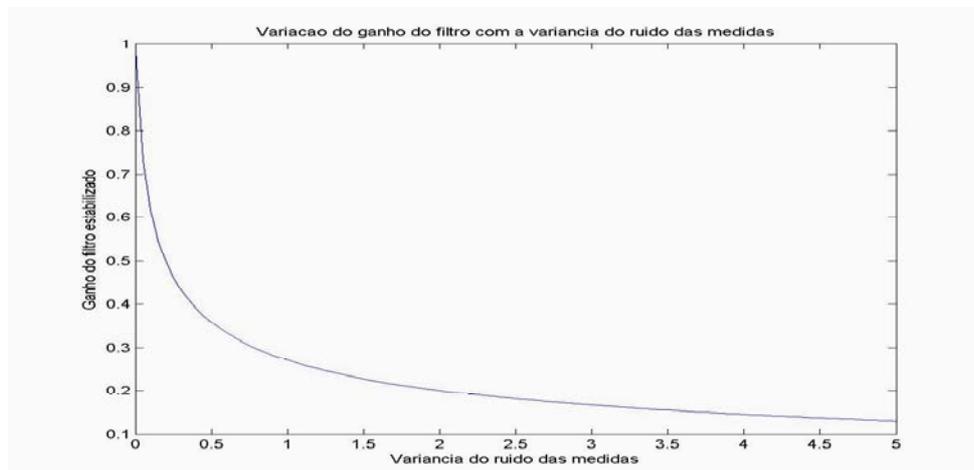


Figura 4.10 - Variação Do Ganho Do Filtro Com a Variância De Ruído Das Medidas

A figura anterior obtêm-se mantendo a variância do ruído do processo constante e igual a 0,1 (Q=0,1).

Representa-se agora na figura 4.11, informação conjunta das figuras 4.9 e 4.10.

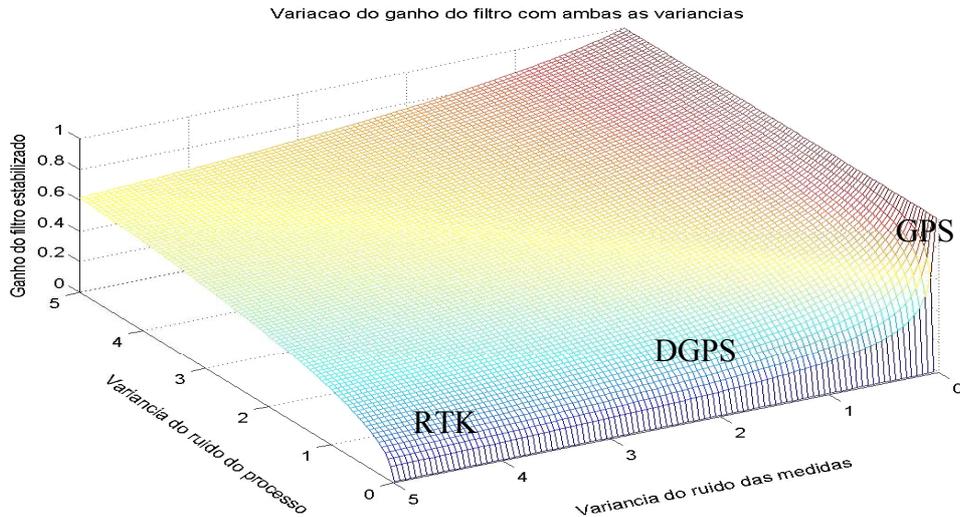


Figura 4.11 - Variação Do Ganho Do Filtro Com Ambas As Variâncias

A ultima figura é elucidativa à cerca das zonas de variância dos vários métodos de funcionamento para o GPS. Assim, tem-se que para RTK o funcionamento se encontra na zona com variância de ruído do processo pequena, enquanto que para o DGPS está-se numa zona em que a variância de ruído é intermédia e, finalmente para o GPS cuja variância de ruído é muito superior.

3.1.6) Estabilidade

A partir do momento em que o ganho do filtro se torna aproximadamente constante, pode-se analisar a estabilidade deste como se analisa a estabilidade de qualquer filtro digital.

Usando a equação de correcção do \hat{x}_k , onde se substituiu x_k^- por $\phi_{k-1}\hat{x}_{k-1}$ fica-se com

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{x}_k^-) \\ \hat{x}_k &= (\phi_{k-1} - K_k H_k \phi_{k-1}) \hat{x}_{k-1} + K_k z_k\end{aligned}\quad (4.26)$$

aplicando agora a transformada z de ambos os lados obtêm-se

$$\hat{X}_k(z) = (\phi_{k-1} - K_k H_k \phi_{k-1}) z^{-1} \hat{X}_k(z) + K_k Z_k(z) \quad (4.27)$$

reagrupando os termos fica-se com

$$[zI - (\phi_{k-1} - K_k H_k \phi_{k-1})] \hat{X}(z) = zK_k Z_k(z) \quad (4.28)$$

o que dá a função de transferência

$$\frac{\hat{X}}{Z_k(z)} = \frac{zK_k}{[zI - (\phi_{k-1} - K_k H_k \phi_{k-1})]} \quad (4.29)$$

tem-se assim para polinómio característico

$$p(z) = |zI - (\phi_{k-1} - K_k H_k \phi_{k-1})| \quad (3.30)$$

substituindo valores obtêm-se para este caso ($H_k = 1$ e $K_k \approx 0.6180$)

$$p(z) = z - [1 - (0.6180)(1)(1)] = z - 0.382 \quad (3.31)$$

A raiz do polinómio característico é 0.382 que se encontra dentro do circulo unitário, pode-se então concluir que o filtro é estável.

4.7) Análise em Frequência

Rescrevendo a função de transferência com os valores correspondentes

$$T(z) = \frac{z * 0.6180}{z - 0.382} \quad (3.32)$$

Refazendo os cálculos apresentados em cima, para os vários ganhos do sistema, com vários receptores, obtêm-se os seguintes digramas de bode.

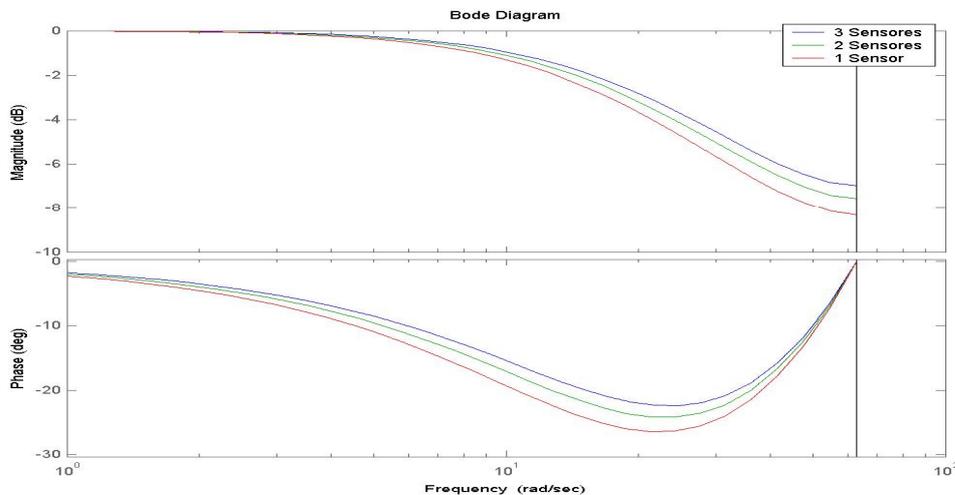


Figura 4.12 - Diagramas de Bode

Constata-se que quanto mais a largura de banda aumenta com o numero de receptores, tal como foi explicado atrás, existe uma dispersão dos erros pelos vários receptores, que a cada instante não são todos afectados pelo mesmo erro. Estes gráficos na frequência, estão intimamente ligados com o gráfico apresentado na figura 4.8.

Onde se verifica que o filtro é um filtro passa baixo como é de esperar, e que a largura de banda do sistema aumenta com o aumento do número de receptores que se inclui no sistema.

5) Atitude

5.1) Introdução

Sempre foi o objectivo deste trabalho tentar perceber o comportamento de uma qualquer plataforma⁴ quando esta se desloca, sem a necessidade de esta se encontrem forçosamente no ângulo de visão. Vai-se agora aplicar as ferramentas estudadas nos primeiros capítulos deste trabalho, nomeadamente, o filtro de Kalman, que vai ajudar em dois pontos essenciais necessários à correcta predição da atitude da plataforma:

1º- Diminuir a variância de ruído nos dados que saem dos receptores e que chegam até nós.

2º- Fazer o “*tracking*”⁵ da trajectória do veículo quando este se encontra animado de uma velocidade.

Como demonstração no final do capítulo, ir-se-á simular em Matlab os dados provenientes da localização de dois receptores posicionados numa plataforma animada de movimento e aceleração, e posteriormente, através de um filtro de Kalman, analisar a sua atitude, nomeadamente o cálculo do ângulo que os dois receptores verificam em relação ao eixo horizontal.

5.2) Formulação do Problema

O problema que se coloca é o de aferir sobre a atitude de uma plataforma móvel através de receptores GPS.

Comece-se então pelo número de receptores GPS que serão necessários, como se sabe uma qualquer plataforma no espaço, tem três graus de liberdade de movimento, sendo necessários três eixos para descrever o comportamento da mesma, tem-se ainda que, três pontos definem um plano e dois uma recta, assim, se se quiser descrever na sua totalidade o comportamento da plataforma no espaço serão necessários três receptores, no caso de se usar apenas dois, quando a plataforma roda sobre o eixo definido pelos dois receptores, essa informação não estará acessível e no caso em que se use apenas um, não se pode concluir acerca da atitude, podendo apenas tirar conclusões acerca da sua localização de uma forma geral.

Colocar os receptores GPS de forma a minimizar o erro de leitura de cada um é um problema que depende do tipo de geometria da plataforma, este assunto foi já abordado anteriormente e recorda-se aqui que de um modo geral, a conclusão apresentada na altura foi de que se têm uma optimização quando todos os receptores estão equidistantes uns dos outros, na altura estudou-se a barra basculante e que a forma de minimizar o erro de atitude seria ter os receptores o mais afastados possível, sendo assim com geometria de dois receptores tem- que eles deveram ser colocados nos extremos opostos da plataforma.

⁴ - O estudo aqui feito serve para aplicar a um veículo móvel, a palavra plataforma salienta a generalidade do estudo, e é usada no intuito de definir o plano que nos é dado pela colocação espacial de três receptores. Poderia ser substituída pela palavra veículo.

⁵ - Equivalente a “Seguimento de uma trajectória”.

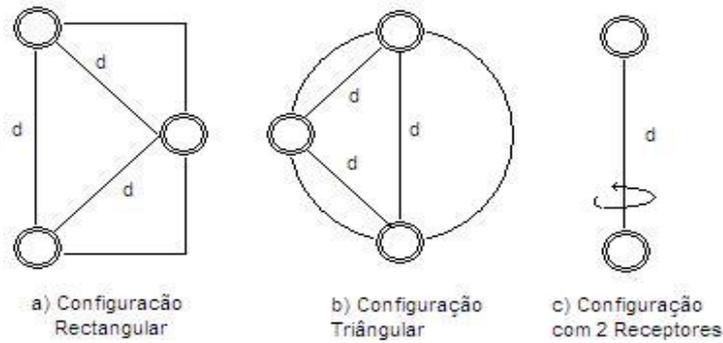


Figura 5.1 - Configurações Geométricas Para Os Receptores

Na altura não foi abordada uma condição importante, a da distância mínima entre receptores, esta deve ser maior que o dobro da definição dos receptores para que os conjuntos das coordenadas que cada receptor dá, seja disjunto entre receptores, e assim pode-se tomar decisões mais acertadas. No caso de a definição não ser idêntica para ambos os receptores, a distância mínima terá que ser maior que a soma das duas definições distintas, como se pode exemplificar pelo esquema da figura seguinte.

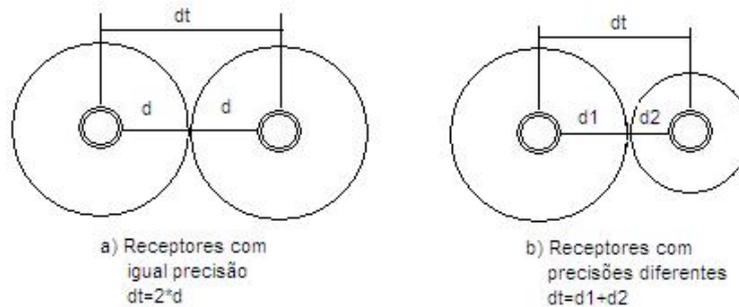


Figura 5.2 - Distancias Reais e Precisão Dos Receptores

Este é um aspecto importante que, até certo ponto, justifica os esforços de tentar maximizar a precisão dos receptores pois esta impõe restrições ao tamanho mínimo da plataforma que se pode controlar.

Vai-se agora, tentar realçar certas particularidades deste problema que se tem em mãos, e que vão permitir fazer algumas simplificações no mesmo.

Em primeiro lugar vai-se considerar que o movimento da plataforma pode ser descrito num sistema de dois eixos, i.e., a plataforma apenas se move no plano (x,y) , permitindo simplificar o estudo, e a passagem de um sistema de duas coordenadas para um sistema de três coordenadas é relativamente simples.

Vai-se ainda considerar que todos os receptores GPS e os filtros de Kalman são iguais, isto permite estudar apenas um dos receptores e aplicar os resultados obtidos a todos os outros.

Quando um receptor está em movimento, os dados que este fornece pode ser decomposto em: ruído e uma translação. Isto implica que o filtro terá que efectuar duas operações distintas, uma de filtragem e outra de “tracking”, vai-se por isso decompor e analisar cada uma destas funções independentemente, começando pela filtragem.

5.3) Filtragem de ruído

Na filtragem de ruído, toda a teoria vista até agora sobre o filtro de Kalman irá ser aplicada. O objectivo é que dada uma determinada variância (incerteza) nos dados que entram no filtro, tentar eliminar ao máximo essa incerteza.

Vai-se simular um canal do GPS (latitude, longitude ou altitude) afectado de ruído, e ver como se comporta o filtro nesta situação. Para isso, usou-se um esquema em simulink que efectua a filtragem com um filtro de Kalman.

É de notar que a filtragem de ruído aqui simulada é com o receptor parado, quando se analisar o “tracking” o receptor será posto em andamento.

À entrada do simulador está um gerador de numeras aleatórios em torno de uma média e com variância 10, e na saída tem-se a media dos dados após o filtro e a sua variância, e em que o erro é a diferença entre a média e o valor que o receptor dá.

Os resultados obtidos para a média e variância na saída foram os seguintes:



Figura 5.3 - Média à Saída do Filtro De Kalman

A media da figura acima, é feita em torno de zero, isto é, é o valor na saída do filtro, quando este é alimentado por uma grandeza à qual foi retirada a média.

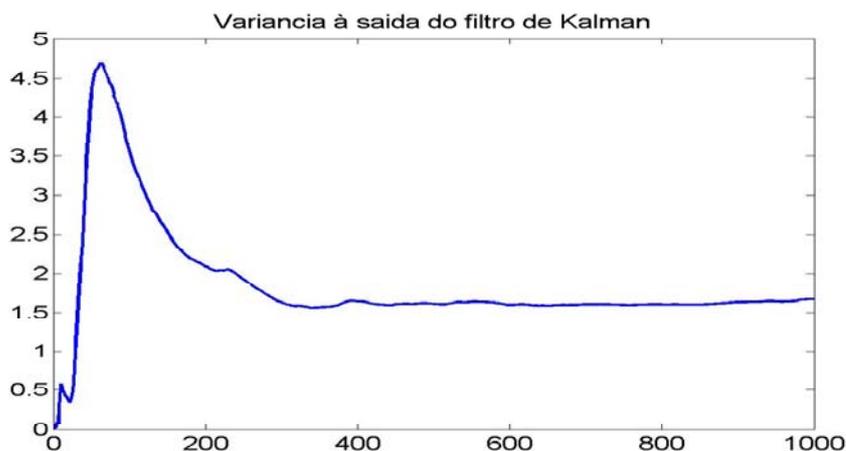


Figura 5.4 - Variância à saída Do Filtro De Kalman

Destes resultados concluí-se que para uma variância de entrada de 10 unidades, tem-se na saída do filtro uma variância de aproximadamente 2 unidades, isto representa uma

melhoria de cerca de 80% em relação aos valores originais. É de salientar que nem toda a incerteza pode ser retirada, pois os valores de saída do receptor vêm afectados de ruído térmico e de circuito, estes ruídos dependem em grande parte da qualidade da electrónica que compõe os equipamentos e não pode ser diminuído com ferramentas exteriores. A melhoria obtida é significativa e pelo que se conclui que o filtro é muito eficaz na redução da incerteza espacial dos receptores.

O próximo passo, é o de analisar o comportamento do filtro quando o receptor se desloca, e este é usado para prever a trajectória do receptor.

5.4) Exemplo Prático

5.4.1) Introdução

Este estudo tem como objectivo a simulação de dois receptores GPS assentes sobre um veiculo, distanciados um do outro de 30m, e posteriormente a aferição e correcção dessas posições através de um filtro de Kalman de forma a poder concluir à cerca da atitude do veiculo através da medição do erro do ângulo entre a recta definida pelos dois receptores e o eixo dos x 's.

Algumas considerações acerca do modo de gerar a saída dos receptores são necessárias para que se possa compreender os resultados obtidos.

1º- A aceleração é apenas imposta no eixo dos x 's e é posteriormente deduzida para o eixo dos y 's conforme a relação imposta entre x e y para a trajectória.

2º- Este estudo é desenvolvido em 3 partes, começando pelo caso mais específico do veiculo a deslocar-se sobre o eixo dos x 's e generalizando a partir daí com o veiculo a deslocar-se em linha recta sobre o plano definido por x e y , e finalmente a 3ª parte em que o veiculo se desloca sobre o plano descrevendo uma trajectória curvilínea.

3º- A aceleração é a única grandeza imposta à partida. A velocidade e a posição são retiradas da aceleração pelas equações da física:

$$v = v_0 + at \quad (5.1)$$

$$r = r_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (5.2)$$

Estas equações são o equivalente discreto de um integrador duplo.

Se for considerado $t=1$ tem-se para o equivalente discreto de um integrador duplo com entrada de ruído e observação de posição as seguintes equações (usando o escalão unitário):

$$x_k = Ax_{k-1} \quad (5.3)$$

com

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad x = [p \quad v \quad a]$$

4º- A relação entre eixos para definir a trajectória também é imposta. É desta maneira que as trajectórias são construídas.

5º- Em qualquer das situações apresentadas em baixo, o desvio padrão do ruído que é inserido nos receptores é de 10.

5.4.2) 1º Caso (Trajectória rectilínea sobre X)

Na primeira simulação assume-se que o veículo se desloca em linha recta sobre o eixo dos x.

Inicialmente começa-se por construir um modelo da cinemática do veículo representado na figura seguinte.

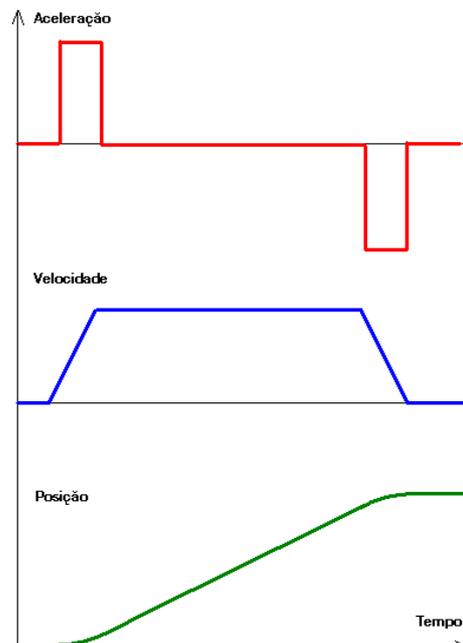


Figura 5.5 - Modelo da Cinemática Do Veículo

Tal como foi dito anteriormente a aceleração é a grandeza que é imposta à partida, é de notar que tal como é apresentada no gráfico acima, não é possível na realidade gerar uma tal quantidade de energia, logo, todos os resultados apresentados e simulações feitas iram representar uma realidade que não se pode gerar e irão ser prejudicados por isso, pelo que num sistema real obter-se-ão resultados melhores do que os aqui apresentados.

Após estar definida a posição da trajectória para cada receptor, foi adicionado ruído branco Gaussiano a cada um independentemente, que como foi dito anteriormente tem desvio padrão de 10. Essas posições alimentam as entradas do filtro de Kalman, e os resultados são os que a seguir se apresentam.

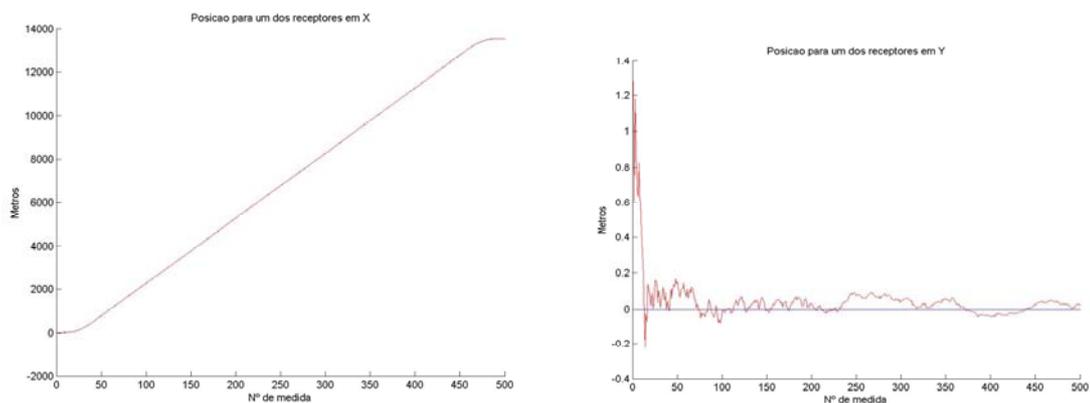


Figura 5.6 – Posições dos receptores em X e Y

Em termos de valores numéricos tem-se que:

Valores Para a Posição	X	Y
Média Do Erro Inicial [m]	1.5775	1.5145
Média Do Erro Final [m]	0.9943	0.0780

Os valores apresentados são médias para um dos receptores (neste caso, escolheu-se o primeiro), os valores são idênticos para ambos pois estes apresentam características idênticas.

Em valores médios tem-se melhorias bastante superiores para Y, isto deve-se ao facto de em Y o filtro está a medir uma constante, e por isso, o filtro se adaptar mais facilmente a essa medida.

Em termos gráficos, constata-se que o filtro acaba por “apanhar” e acompanhar as posições, é de notar que na figura para um dos receptores em x, como a escala vai de 0 a 14 000m, o erro dificilmente se consegue distinguir, no entanto para y como o receptor acompanha y=0 já é observável a vermelho a posição à saída do filtro, em que o erro diminui significativamente à medida que tempo aumenta e o filtro se vai tornando mais estável.

Para a velocidade e aceleração obtiveram-se os seguintes resultados.

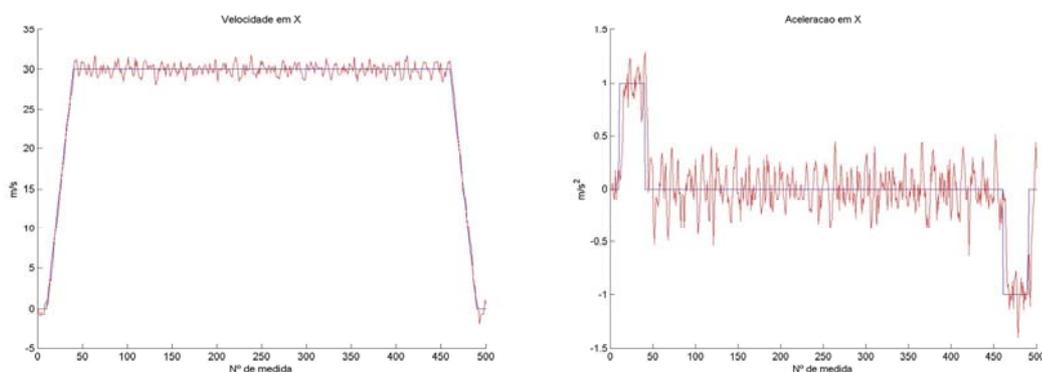


Figura 5.7 – Velocidade e Aceleração segundo eixo dos X

Em termos numéricos tem-se que:

Valores Para a Velocidade	X	Y
Média Do Erro Inicial [m/s]	2.2873	-
Média Do Erro Final [m/s]	0.6261	-

Valores Para a Aceleração	X	Y
Média Do Erro Inicial [m/s ²]	3.9379	-
Média Do Erro Final [m/s ²]	0.1765	-

Obtêm-se melhorias significativas tanto em velocidade como na aceleração, é de notar a diferença nas percentagens para o eixo dos X's e dos Y's, mais uma vez lembra-se que neste caso em Y está-se a medir uma constante, e isso explica os valores obtidos naquele eixo.

Visualizando os gráficos constata-se que o filtro de Kalman consegue estimar a velocidade e a aceleração, baseado unicamente nas medidas das posições que vão adquirindo, e como se pode verificar, tem um acompanhamento bastante fiável e um erro bastante aceitável, erros esses que estão analisados nas figuras seguintes.

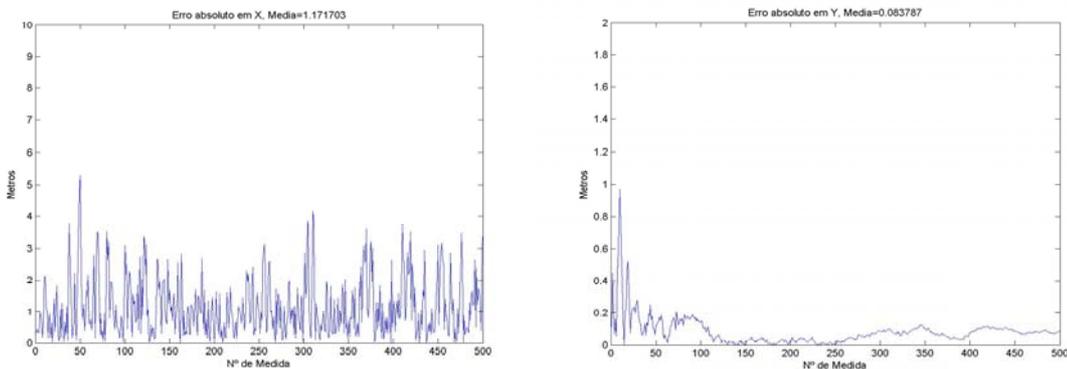


Figura 5.8 – Erro absoluto em X e em Y

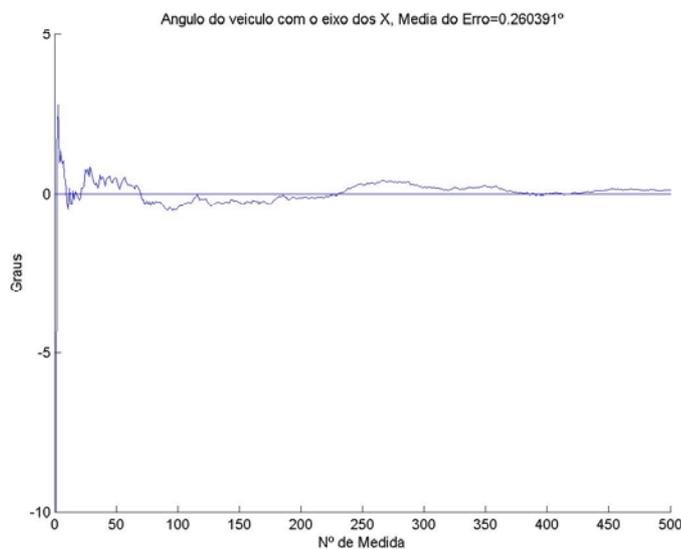


Figura 5.9 – Ângulo do veiculo com o eixo Horizontal

Nas figuras anteriores é de notar a convergência do filtro no eixo dos Y 's, as figuras são auto-explicativas do que se disse anteriormente, e explicam acerca dos valores, e a diferença entre estes, que se obteve anteriormente.

Por ultimo tem-se a figura que representa o ângulo entre os dois receptores, após a filtragem de Kalman, e pode-se verificar que perto do segundo 50 o filtro já “apanhou” e acompanha em torno do ângulo 0° o seguimento dos dois receptores.

5.4.3) 2º Caso (Trajectória Rectilínea no Plano XY)

Na segunda simulação, o veículo tem uma trajectória rectilínea segundo x e y , no entanto o modelo de cinemática mantém-se, embora agora possua aceleração nos dois eixos, da mesma maneira que na simulação anterior os resultados obtidos foram:

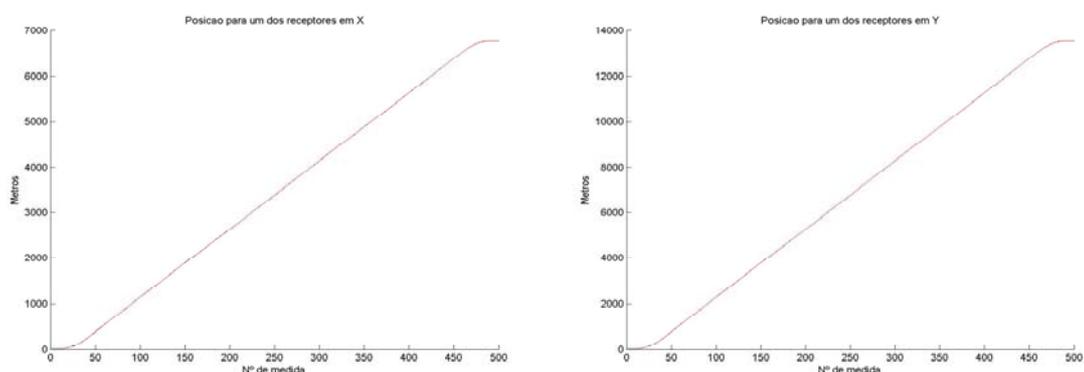


Figura 5.10 – Posições dos receptores em X e Y

Verifica-se que exactamente como na primeira simulação o erro em torno da trajectória não é observável devido à diferença de escalas. É de notar ainda que para esta simulação assume-se que o veículo se desloca duas vezes mais em y do que em x pelo que o ângulo associado entre receptores é de $\approx 60^\circ$.

Em termos numéricos tem-se que:

Valores Para a Posição	X	Y
Média Do Erro Inicial [m]	1.5707	1.6641
Média Do Erro Final [m]	0.9558	1.1034

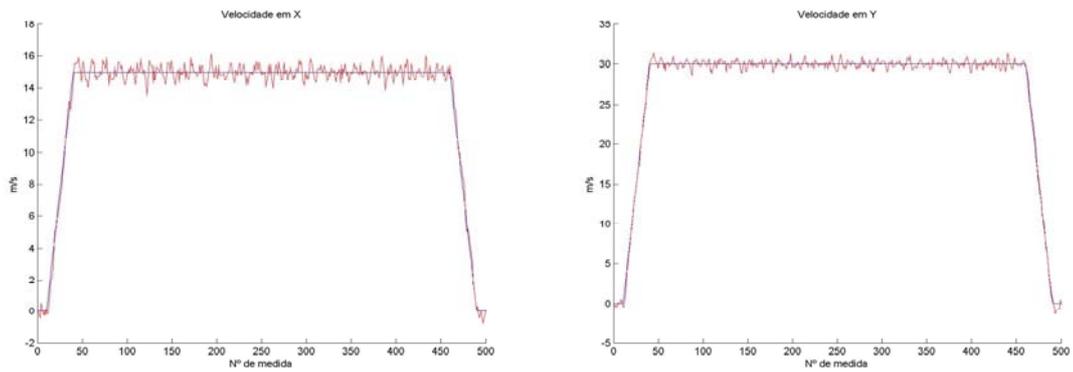


Figura 5.11 – Velocidade segundo eixos de X e Y

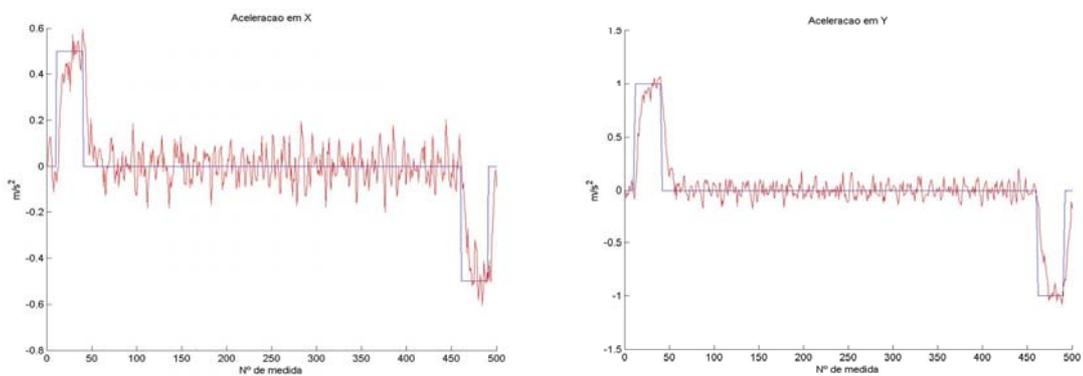


Figura 5.12 – Aceleração segundo eixos de X e Y

Nas figuras anteriores tem-se a variação das acelerações e velocidades para ambos os eixos.

Mais uma vez o filtro de Kalman acompanha bastante bem baseado na estimação das posições a velocidade e aceleração do veículo, e como se pode observar tanto a velocidade como as acelerações são o dobro segundo y.

Valores Para a Velocidade	X	Y
Média Do Erro Inicial [m/s]	2.2125	2.4232
Média Do Erro Final [m/s]	0.3583	0.3914

Valores Para a Aceleração	X	Y
Média Do Erro Inicial [m/s ²]	3.8398	4.2435
Média Do Erro Final [m/s ²]	0.0698	0.0919

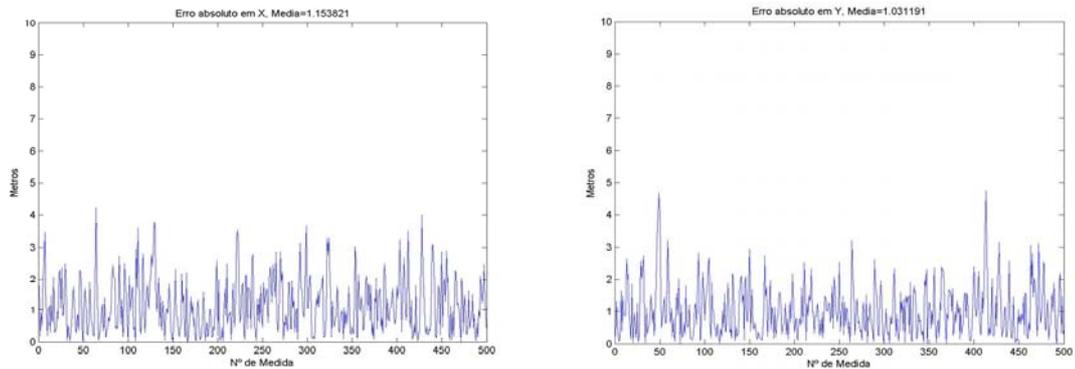


Figura 5.13 – Erro absoluto em X e em Y

Uma vez que, agora existe deslocamento segundo ambos os eixos o erro associado a essas deslocações encontra-se descrito nas figuras anteriores, em que se vê que o erro é maior segundo y , uma vez que o deslocamento nesse eixo é mais rápido e como tal o filtro tem mais dificuldade em acompanhar. Por ultimo tem-se que a figura do ângulo entre os dois receptores que varia em torno de 60° .

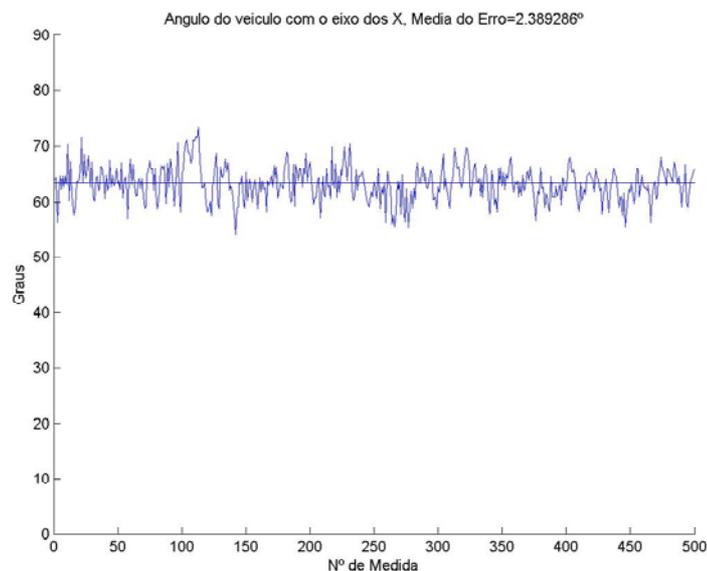


Figura 5.14 – Ângulo do veiculo com o eixo Horizontal

Quando comparados com os resultados obtidos para o caso anterior, embora se continue a obter resultados muito bons, tem-se um agravamento significativo no erro com que se consegue medir o ângulo e passa-se de uma média de $\approx 0.26^\circ$ para os $\approx 2.39^\circ$. Isto é explicado pelo facto de no caso anterior se estar a medir em Y uma constante. Seria interessante aqui discutir se será possível passar de um caso para outro. A resposta é sim, será possível através de uma rotação de eixos, num caso real isso é bastante interessante porque quer dizer que caso o veículo esteja a andar em linha recta, e caso o sistema detecte esse movimento rectilíneo, através da rotação dos eixos pode manter a precisão obtida no caso anterior. Tal como é mostrado no exemplo em baixo.

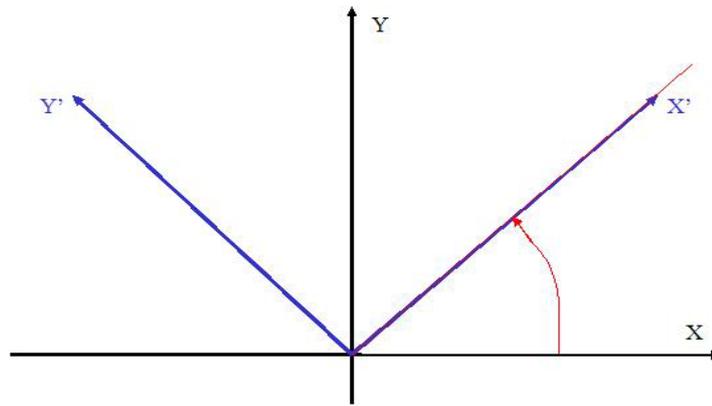


Figura 5.15 – Rotação de Eixos

5.4.4) 3º Caso (Trajectória Curvilínea no Plano XY)

Até agora a relação entre X e Y tem sido lineares, neste caso a relação vai deixar de ser linear e por isso a aceleração e a velocidade no eixo dos Y's vai deixar de ser linear.

Neste caso optou-se por criar uma relação entre X e Y de:

$$y = 0.05 * x^{1.3} \quad (5.4)$$

Os valores escolhidos foram tais que as grandezas deles resultantes fizessem algum sentido no mundo real, tanto em posição como em velocidade e aceleração, e acima de tudo de forma a que pudesse ser visível nas imagens, as curvas pretendidas. Embora, a curvatura não seja muito expressiva, foi considerado que daria uma compreensão gráfica nas imagens representativas da aceleração, da velocidade e do ângulo do veículo.

Para gerar a trajectória do veículo, foi resolvido o sistema com as equações:

$$\begin{aligned} 1^{\circ} - y_1 &= 0.05 * x_1^{1.3} \\ 2^{\circ} - y_2 &= 0.05 * x_2^{1.3} \\ 3^{\circ} - \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} &= 30 \end{aligned} \quad (5.5)$$

O único valor imposto é do de x_1 , da primeira equação sai a trajectória do primeiro receptor, da segunda e terceira equações sai a posição do segundo receptor, na terceira é imposta a distancia entre receptores que é de 30m.

Das soluções das equações resulta a posição tanto em x como em y do segundo receptor, para isso foram ignoradas as soluções complexas das equações e também as soluções que davam o segundo receptor como estando atrasado 30m em relação ao primeiro, sobrando as soluções aceites em que o segundo receptor está 30m à frente do primeiro.

$$(x_2 > x_1) \wedge (y_2 > y_1) \wedge (\text{Im}(s_2) = 0) \quad (5.6)$$

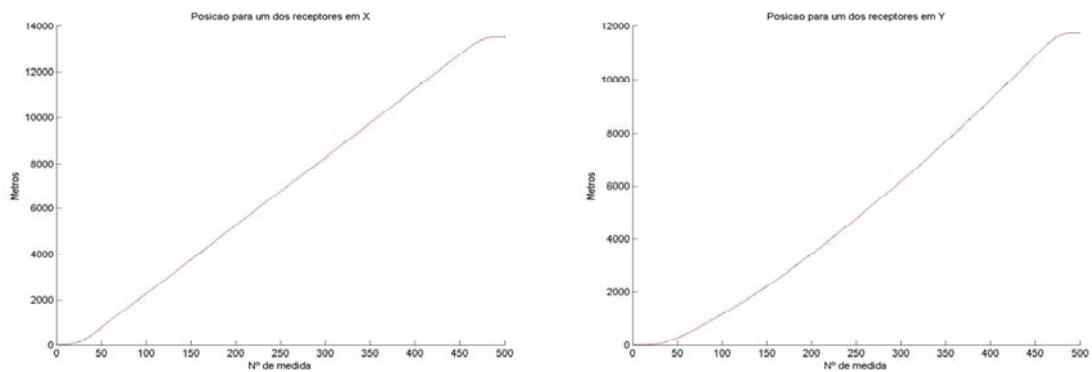


Figura 5.16 – Posições dos receptores em X e Y

A não linearidade entre eixos é agora visível quando se observa o gráfico da posição para Y

Valores Para a Posição	X	Y
Média Do Erro Inicial [m]	1.5557	1.5361
Média Do Erro Final [m]	1.0311	0.9935

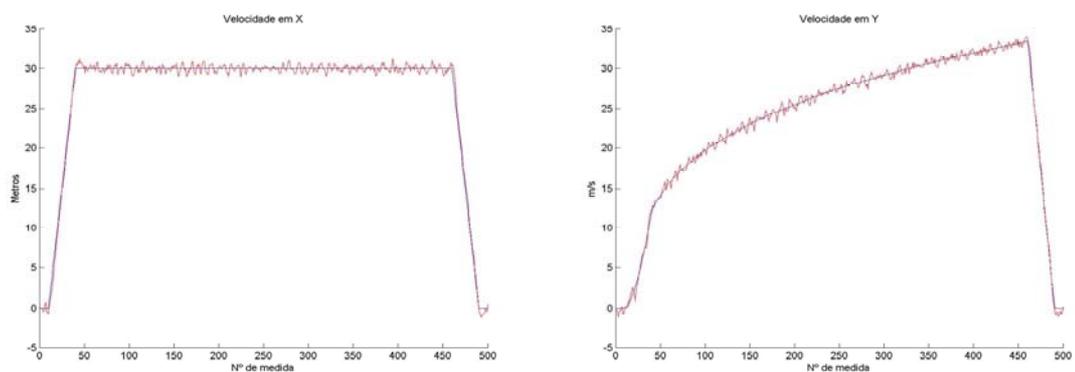


Figura 5.17 – Velocidade segundo eixos de X e Y

É também visível a não linearidade em relação à velocidade.

Valores Para a Velocidade	X	Y
Média Do Erro Inicial [m]	2.1504	2.2487
Média Do Erro Final [m]	0.4845	0.3620

Mais uma vez tem-se não linearidade para a aceleração em Y, de salientar que a aceleração em X é imposta.

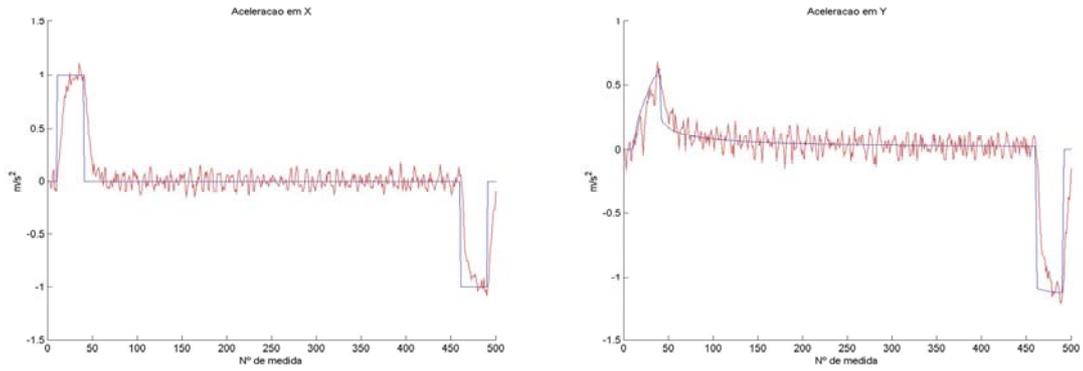


Figura 5.18 – Aceleração segundo eixos de X e Y

Valores Para a Aceleração	X	Y
Média Do Erro Inicial [m/s^2]	3.6500	3.9558
Média Do Erro Final [m/s^2]	0.1037	0.0801

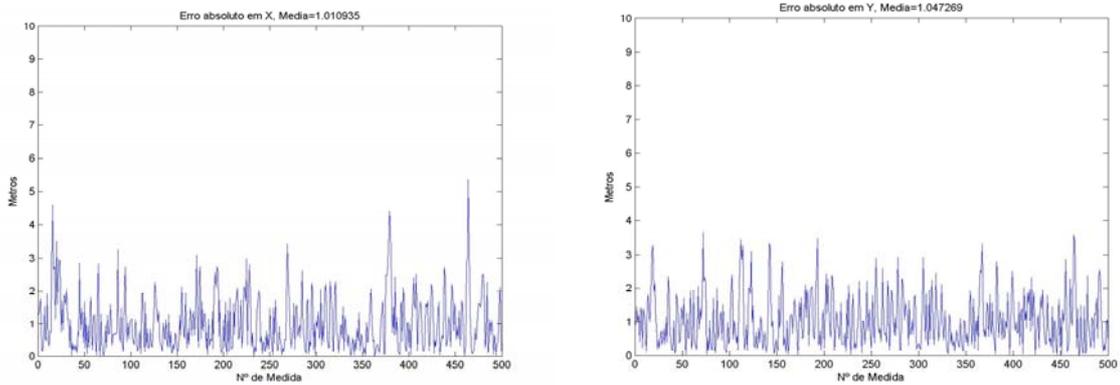


Figura 5.19 – Erro absoluto em X e em Y

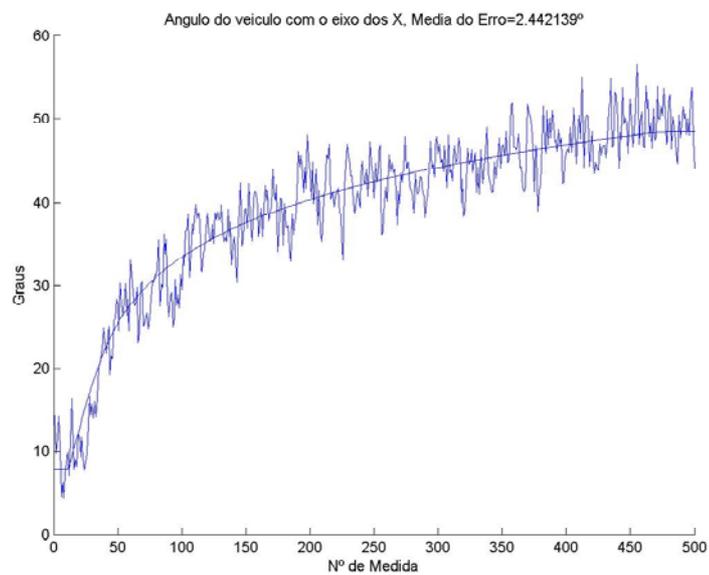


Figura 5.20 – Ângulo do veiculo com o eixo Horizontal

Tem-se agora que um ângulo que varia com o eixo dos X 's.

Os valores encontrados, para os erros são muito semelhantes daqueles encontrados para a simulação feita no 2º segundo caso, isto deve-se ao facto de a curvatura ser muito pouco acentuada. No entanto, existe um agravamento em todas as medidas, embora muito ligeiro, este resultado era expectável.

5.5) Conclusões

A Conclusão mais directa é a de que filtro de Kalman pode ser usado para prever trajectórias com muita fiabilidade. É importante salientar aqui um facto respeitante à afirmação anterior, para se poder aferir acerca qualidade dos resultados obtidos durante este capítulo, era necessário ter-se um termo de comparação, e que acerca desse termo de comparação fosse conhecida a sua qualidade em relação ao que se pretende estudar, chama-se a isto um padrão. Neste caso pretende-se minimizar o erro, i.e., quer-se minimizar a variância de ruído das medidas, este padrão poderá ser dado pelo método de Cramer Rao Lower Bound.

Concluí-se ainda dos sistemas estudados, na realidade apenas dois casos se consideram:

1º- Andamento em linha recta

2º- Trajectória Curvilínea

O algoritmo que deverá ser usado no andamento em linha recta, surge de uma combinação dos dois primeiros casos estudados, sendo os resultados obtidos no segundo caso não tão bons como no primeiro, pois mediu-se num dos eixos uma constante exacta,.

A medição do ângulo com o eixo dos X 's mostrou-se aqui bastante útil, para podermos fazer a rotação do eixo e passar do segundo caso para o primeiro.

Conclui-se também que em termos de percentagem de melhoria, é conseguida uma maior percentagem não nas medidas que se estão a medir directamente, mas sim naquelas para as quais conhecemos a dependência em relação à medição que se está a fazer, neste caso a velocidade e a aceleração.

6) Conclusões finais do TFC

Ao longo deste trabalho foi estudado, praticamente desde o princípio o filtro de Kalman, primeiro através de um exemplo, depois um estudo teórico mais aprofundado com aplicabilidade na estimação do ângulo numa barra basculante e finalmente aplicado a uma realidade de tracking de um veículo.

Como conclusão mais directa fica o bom desempenho deste tipo de filtros nas aplicações estudadas. Este filtro mostra-se como uma alternativa fiável à resolução de sistemas de equações não lineares, que se poderiam também aplicar na resolução deste tipo de problemas.

Após o estudo feito neste trabalho concluí-se que o filtro de Kalman não é mais do que um algoritmo recursivo, óptimo, para o processamento de dados. Quer isto dizer que, após estabelecer-se o que é o critério de “performance”, definindo um parâmetro para que se possa quantificar essa “performance”, pode-se desenhar um algoritmo (um filtro) de Kalman que irá ser, teoricamente o algoritmo óptimo para minimizar o erro das medidas obtidas. Um dos aspectos dessa optimização, é o facto de o filtro de Kalman, poder ser alimentado com todas as medidas que lhe puderem ser fornecidas, independentemente da sua precisão, posição ou qualquer outro critério de precisão que possa ser atribuído a essas medidas.

Com conhecimento das medidas do sistema e da sua dinâmica, com uma descrição estatística do ruído que afecta as medidas que saem do sistema, e com alguma informação acerca do estado inicial do sistema, pode-se por o filtro em funcionamento sobre as medidas a fazer estimação.

Quanto à recursividade, pode-se dizer que o filtro quando em funcionamento, não necessita de guardar todas as medidas de tempos passados, podendo guardar algumas ou ir apenas actualizando a ultima, este assunto foi focado em mais pormenor quando foi abordado o tema da atitude, e este aspecto é de extrema importância, pois permite um aproveitamento de recursos computacionais quando em processamento, isto é notável principalmente (mas não só) quando se tem um processamento em tempo real das medidas.

Ficou por finalizar a aplicação dos ficheiros Rinex à solução de pós-processamento, em grande parte devido a não ter sido possível que esta ferramenta fizesse o processamento dos ficheiros criados. Um problema semelhante acontece com os ficheiros que a estação de observação do IST gera. Estes ficheiros não são reconhecidos e por isso não são processados pela ferramenta, embora se tenha conseguido resolver o problema de reconhecimento como ficheiros em formato Rinex, não se conseguiu resolver o problema do não processamento, e devido a isso, não foi possível obter um padrão para se poder comparar os resultados do filtro.

7) Referências

- [1] *Stochastic Models, Estimation and Control Volume 1*, Peter S. Maybeck. Academic Press, New York, San Francisco, London 1979.
- [2] *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*, Mohinder S. Grewal, Lawrence R. Weill, Angus P. Andrews. John Wiley & Sons, Inc. 2001
- [3] *Introduction To Random Signals And Applied Kalman Filtering, Third Edition*, Robert Grover Brown, Patrick Y. C. Hwang, John Wiley & Sons, Inc., 1997
- [4] *Signals & Systems, Second Edition*, Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky with S. Hamid Nawab, Prentice Hall Processing Series, 1997
- [5] Instituto Português Hidrográfico
www.hidrografico.pt
- [6] Interface Control Document
www.navcen.uscg.gov/pubs/gps/icd200/default.htm
- [7] Guia básico de GPS
<http://www.geodesia.org/>

8)- Anexos

ANEXO A

(Alguns dos dados vindos do GPS)

\$GPGGA,104619.00,3844.2574,N,00908.3265,W,1,06,1.4,185.0,M,,M,,*68
\$GPGGA,104620.00,3844.2574,N,00908.3265,W,1,06,1.4,184.9,M,,M,,*6A
\$GPGGA,104621.00,3844.2574,N,00908.3265,W,1,06,1.4,184.8,M,,M,,*6A
\$GPGGA,104622.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,184.7,M,,M,,*65
\$GPGGA,104623.00,3844.2574,N,00908.3265,W,1,06,1.4,184.7,M,,M,,*67
\$GPGGA,104624.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,184.5,M,,M,,*61
\$GPGGA,104625.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,184.5,M,,M,,*60
\$GPGGA,104626.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,184.4,M,,M,,*62
\$GPGGA,104627.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,184.3,M,,M,,*64
\$GPGGA,104628.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,184.3,M,,M,,*6B
\$GPGGA,104629.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,184.2,M,,M,,*6B
\$GPGGA,104630.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,184.2,M,,M,,*63
\$GPGGA,104631.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.9,M,,M,,*6E
\$GPGGA,104632.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,184.0,M,,M,,*63
\$GPGGA,104633.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.9,M,,M,,*6C
\$GPGGA,104634.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.8,M,,M,,*6A
\$GPGGA,104635.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.8,M,,M,,*6B
\$GPGGA,104636.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.7,M,,M,,*67
\$GPGGA,104637.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.7,M,,M,,*66
\$GPGGA,104638.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.6,M,,M,,*68
\$GPGGA,104639.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.4,M,,M,,*6B
\$GPGGA,104640.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.4,M,,M,,*65
\$GPGGA,104641.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.3,M,,M,,*63
\$GPGGA,104642.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.3,M,,M,,*60
\$GPGGA,104643.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.3,M,,M,,*61
\$GPGGA,104644.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.1,M,,M,,*64
\$GPGGA,104645.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.2,M,,M,,*66
\$GPGGA,104646.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.1,M,,M,,*66
\$GPGGA,104647.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.1,M,,M,,*67
\$GPGGA,104648.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.0,M,,M,,*69
\$GPGGA,104649.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.0,M,,M,,*68
\$GPGGA,104650.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,183.0,M,,M,,*60
\$GPGGA,104651.00,3844.2574,N,00908.3265,W,1,06,1.4,182.9,M,,M,,*6A
\$GPGGA,104652.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.9,M,,M,,*6A
\$GPGGA,104653.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.8,M,,M,,*6A
\$GPGGA,104654.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.8,M,,M,,*6D
\$GPGGA,104655.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.7,M,,M,,*63
\$GPGGA,104656.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.7,M,,M,,*60
\$GPGGA,104657.00,3844.2573,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.6,M,,M,,*67
\$GPGGA,104658.00,3844.2574,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.6,M,,M,,*6F
\$GPGGA,104659.00,3844.2573,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.7,M,,M,,*68
\$GPGGA,104700.00,3844.2573,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.8,M,,M,,*6A
\$GPGGA,104701.00,3844.2573,N,00908.3266,W,1,06,1.4,182.9,M,,M,,*6A

ANEXO B

(Exemplo de um ficheiro Rinex de observação criado com o programa onc2rin)

2.10	Observation Data	RINEX VERSION / TYPE
onc2rin	TFC Pedro & Tiago Wed 15 Sep 2004	PGM / RUN BY / DATE
IST1		MARKER NAME
		OBSERVER / AGENCY
01234	MOTOROLA V 1.0	REC # / TYPE / VERS
	MOTOROLA	ANT # / TYPE
4918501.4139	-791333.9373 3969721.3670	APPROX POSITION XYZ
0	0 0	ANTENNA: DELTA H/E/N
1	0	WAVELENGTH FACT L1/2
2	L1 C1	# / TYPES OF OBSERV
2004 7 15 11 0	0.000000	TIME OF FIRST OBS
13		# OF SATELITES
1	327 327	PRN / # OF OBS
4	449 449	PRN / # OF OBS
7	244 244	PRN / # OF OBS
23	307 307	PRN / # OF OBS
13	553 553	PRN / # OF OBS
20	102 102	PRN / # OF OBS
24	920 920	PRN / # OF OBS
27	407 407	PRN / # OF OBS
17	681 681	PRN / # OF OBS
10	614 614	PRN / # OF OBS
29	472 472	PRN / # OF OBS
26	179 179	PRN / # OF OBS
8	198 198	PRN / # OF OBS
		END OF HEADER
04 7 15 11 0	0.0000000 0 6 1 4 7 23 13 20	
1957069041.0	228822393.346	
1723465644.0	228223741.691	
480766086.0	229185163.811	
817019338.0	228736205.115	
82460783.0	227423331.788	
-99066913.0	229499822.071	
04 7 15 11 0	30.0000000 0 6 4 7 23 13 20 24	
747713958.0	298347245.503	
1212614620.0	299319510.525	
-150304896.0	298872454.007	
1857027430.0	297549075.667	
2008408762.0	299635570.613	
-44800577.0	301255169.698	
04 7 15 11 0	0.0000000 0 6 4 7 23 13 20 24	
518082376.0	69005667.363	
738664344.0	69988779.179	
-456258280.0	69543617.650	
1218556298.0	68209748.082	

(Exemplo de um ficheiro Rinex de navegação criado com o programa onc2rin)

```
2          Navigation Data          RINEX VERSION / TYPE
onc2rin    TFC Pedro & Tiago Wed 15 Sep 2004  PGM / RUN BY / DATE
                                                END OF HEADER
1 04 7 15 12 00 0.0 3.535649739206D-04 1.932676241267D-12 0.000000000000D+00
1.740000000000D+02-1.170312500000D+02 3.890519198598D-09-2.214952315597D+00
-6.133690476418D-06 5.301000783220D-03 4.686415195465D-06 5.152646875381D+03
3.888000000000D+05 8.754432201385D-08 2.141274355643D+00-7.450580596924D-09
9.798696436638D-01 2.998125000000D+02 -1.647509154192D+00-7.772466611575D-09
-3.493002640438D-10 0.000000000000D+00 1.279000000000D+03 0.000000000000D+00
0.000000000000D+00 0.000000000000D+00-3.259629011154D-09 1.740000000000D+02
3.888000000000D+05 4.000000000000D+00
7 04 7 15 12 00 0.0 4.583359695971D-04-1.807620719774D-11 0.000000000000D+00
6.600000000000D+01-4.687500000000D-01 5.363437694423D-09 -4.433710661274D-01
-1.303851604462D-08 1.310212758835D-02 7.417052984238D-06 5.153568017960D+03
3.888000000000D+05-1.247972249985D-07-1.077531996310D+00 1.061707735062D-07
9.368664572084D-01 2.299375000000D+02-1.839285933505D+00-8.433565577572D-09
-3.600149960697D-10 0.000000000000D+00 1.279000000000D+03 0.000000000000D+00
0.000000000000D+00 0.000000000000D+00-1.862645149231D-09 6.600000000000D+01
3.888000000000D+05 4.000000000000D+00
13 04 7 15 12 00 0.0-2.582138404250D-05 5.684341886081D-13 0.000000000000D+00
9.900000000000D+01-1.183750000000D+02 3.853374794242D-09 7.669703387989D-01
-6.115064024925D-06 2.378405770287D-03 4.583969712257D-06 5.153640516281D+03
3.888000000000D+05-7.264316082001D-08 2.124207608082D+00 4.097819328308D-08
9.840535703525D-01 3.029062500000D+02 8.723008267165D-01-7.874256565821D-09
-3.510860527148D-10 0.000000000000D+00 1.279000000000D+03 0.000000000000D+00
0.000000000000D+00 0.000000000000D+00-1.117587089539D-08 9.900000000000D+01
3.888000000000D+05 4.000000000000D+00
24 04 7 15 12 00 0.0 4.199985414743D-05 2.842170943040D-12 0.000000000000D+00
1.680000000000D+02 1.236250000000D+02 4.154815921903D-09-2.630436587762D+00
6.452202796936D-06 9.394019492902D-03 9.106472134590D-06 5.153680175781D+03
3.888000000000D+05 6.519258022308D-08 6.986306605427D-02 1.490116119385D-07
9.696885106416D-01 2.070312500000D+02 -1.396809258918D+00-7.567815229881D-09
-7.857470152314D-12 0.000000000000D+00 1.279000000000D+03 0.000000000000D+00
0.000000000000D+00 0.000000000000D+00-1.396983861923D-09 1.680000000000D+02
3.888000000000D+05 4.000000000000D+00
17 04 7 15 11 59 44.0-9.017344564199D-05-1.546140993014D-11 0.000000000000D+00
9.900000000000D+01 1.149687500000D+02 4.212675474843D-09-1.802380610924D+00
5.848705768585D-06 1.707750651985D-02 8.661299943924D-06 5.153647348404D+03
3.887840000000D+05 1.657754182816D-07 1.371734015028D-01-1.918524503708D-07
9.684266618748D-01 2.163125000000D+02-2.766596235312D+00-7.702463695673D-09
1.903650723265D-10 0.000000000000D+00 1.279000000000D+03 0.000000000000D+00
0.000000000000D+00 0.000000000000D+00-1.396983861923D-09 9.900000000000D+01
3.887840000000D+05 4.000000000000D+00
7 04 7 15 12 00 0.0 4.583359695971D-04-1.807620719774D-11 0.000000000000D+00
6.600000000000D+01-4.687500000000D-01 5.363437694423D-09-4.433710661274D-01
-1.303851604462D-08 1.310212758835D-02 7.417052984238D-06 5.153568017960D+03
3.888000000000D+05-1.247972249985D-07-1.077531996310D+00 1.124707735062D-07
9.368664572084D-01 2.299375000000D+02-1.839285933505D+00-8.433565577572D-09
```